

森林資源管理のための数理最適化モデリング

Mathematical Optimization for Forest Resource Management

モデリング研究系 吉本 敦 (Atsushi Yoshimoto)

キーワード：森林資源管理, 数理最適化, 最適制御, 動的計画法, 0-1 整数計画法.

森林資源管理において、森林を「いつ、どこから、どのくらい」伐採するかを決めることは、古くから取り組まれてきた主要な課題の一つである。このような意思決定をサポートするツールとして、資源の伐採量あるいはそこから得られる利益の最大化と言った資源管理の目的に対して、与えられた条件下で最適な伐採量・方法の在り方を探索できる最適化モデルが構築されてきた。そして、地域的な政策や経済的な要求に対応すべく広くその開発・応用がすすめられてきた。特に、最適な伐採の時空間的配置を考慮した管理の探索ができる整数計画法は、大規模な資源開発、あるいは土地利用の変化に伴う環境への負荷を評価するアプローチとして注目され、例えば、空間的に隣接し合う場所での伐採を同時期に行うことができないという条件を加えることで、伐採が空間的に分散され、大規模な伐採域の創出を避けることができる。森林資源管理は基本的に植林と伐採という単純な制御で対応できるが、それらの時空間的な組み合わせの違いは、生態系のみならず、地域的な社会経済へ異なる影響を及ぼす。森林資源管理問題の研究では、個々の管理ユニット（森林経営上の単位）である林分を対象とする林分レベルと、それらの集合体である森林全体を対象とする森林レベルに大きく分類することができ、それぞれに対し効率的な数理最適化モデルの開発が進められている。

林分レベルでは主に最適な間伐戦略の探求が課題となり、その解の探求では、まず経営から得られる総利益などの最適化を最適制御あるいは変分法の枠組みで連続的に捉え、目的関数を定式化する。次に間伐行動が離散的であることから、動的計画法のフレームワークに変換し、繰り返し演算を行うことにより最適解を探求するというものである。仮に $x(t)$ を森林の状態を表す時間依存の状態変数、 $u(t)$ を森林の成長に影響を与える間伐などの程度を表す制御変数 (control variable) とする。ここで現時点の森林の状態および制御により得られるであろう微小時間間隔の利益の現在価値あるいはパフォーマンス指標を $\dot{I}(x(t), u(t))$ とすることで、下記のように目的を時間 t_0 から t_n までの積分値の最大化として、最適間伐戦略を探求することができる。

$$\max_{\{u(t)\}} J = \int_{t_0}^{t_n} \dot{I}(x(t), u(t)) dt$$

subject to

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0.$$

なお、 $f(\cdot)$ は森林の状態変化を表す $x(t)$ および $u(t)$ の関数であり、 x_0 は初期状態を表す。上記のように最適制御の枠組みにて定式化できれば、離散的に発生する間伐制御 $u(t)$ による動的計画法への変換が可能になり、林分レベルの数理最適化モデルが構築できる (Yoshimoto *et al.*, 2016)。

一方、森林レベルの数理最適化モデルの構築は 1970 年代に線形計画法の応用から始まり、Johnson and Scheurman (1977) により最適な伐採時期・伐採量を探求するモデルとして Model I および Model II が開発され、伐採計画問題の基本構造が定式化された。Model I が各林分に対し計画期間内で実施可能な伐採パターン（施業）を決定変数 (decision variable) として定式

化するのに対し、Model II は各林分の各期における伐採量を決定変数として定式化している。Model I を例に、 x_{ij} を決定変数とし、第 i 番目の林分において第 j 番目の施業を実施する面積比率を表すこととする。また、 c_{ij} を x_{ij} を実施することにより得られる利益の現在価値とし、森林全体から得られる総利益の現在価値の最大化を目的とすれば、下記のように面積比率制約と各期伐採量制約を伴う伐採計画問題が定式化できる。

$$\begin{aligned}
 & Z = \max_{\{x_{ij}\}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \\
 \text{(Model I)} \quad & \text{subject to} \\
 & \sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i, \quad (1 - \alpha) \cdot v_0 \leq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_{ij}^p \cdot x_{ij} \leq (1 + \alpha) \cdot v_0 \quad p = 1, \dots, T.
 \end{aligned}$$

なお、 m は林分数、 n は 1 つの林分に対する施業数、 α は每期伐採量変化の許容率、 v_{ij}^p は x_{ij} の実行に伴う期間 p で得られる伐採量、 T は計画期間、そして v_0 は伐採量変化の基準となる基準伐採量である。ここで x_{ij} を 0-1 決定変数とすれば上記問題は伐採を施す林分も特定できる数理最適化モデルとなる。

森林レベルの数理最適化モデルの応用はさらに拡大し、1980 年代後半から広大な皆伐域を回避することによる野鳥獣の生息域などの保護、森林景観の確保等の環境保全といった環境配慮型志向に伴い、新たに「隣接しあった林分を同時期に伐採することはできない」という空間的制約条件（隣接林分制約条件）を課すようになってきた。ここで A^S を空間的な林分同士の隣接行列、 A^V を施業間の同時期伐採関係を表す伐採隣接行列とし、 $\text{vec}(X') = (x_{11}, \dots, x_{1n}, \dots, x_{m1}, \dots, x_{mn})'$ とすれば下記により隣接林分制約条件を定式化することができ、上記の Model I に加えることにより解の探求が可能になる (Yoshimoto and Konoshima, 2016)。

$$[\tilde{A} + \text{diag}(\tilde{A} \cdot 1_{mn})] \cdot \text{vec}(X') \leq \tilde{A} \cdot 1_{mn} \quad \text{ただし} \quad \tilde{A} = A^S \otimes A^V.$$

昨今ではこれらのモデルの拡張により、林分の集約を伴う最大伐採域許容問題 (Yoshimoto and Asante, 2018a) や老齢林バッファゾーン形成問題 (Yoshimoto and Asante, 2018b) など様々な空間的制約条件を伴う森林資源管理の数理最適化モデルの開発が盛んに行われている。また生態系保護の観点から病害虫・外来種などの拡散防止に向けた数理最適化モデルも開発されている (Yoshimoto *et al.*, 2017)。

参 考 文 献

- Johnson, K.N. and Scheurman, H.L. (1977). Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives—discussion and synthesis. *Forest Sci. Mono.* **573**:18p.
- Yoshimoto, A. and Asante, P. (2018a). A new optimization model for spatially constrained harvest scheduling under area restrictions through maximum flow problem. *Forest Sci.* **64**(4):392–406.
- Yoshimoto, A. and Asante, P. (2018b). Focal-point aggregation under area restrictions through spatially constrained optimal harvest scheduling. *Forest Sci.*, in press, DOI:10.1093/forsci/fxy044.
- Yoshimoto, A., Asante, P. and Konoshima, M. (2016). Stand-level forest management planning approaches. *Curr. Forestry. Rep.* **2**:163–176.
- Yoshimoto, A., Asante, P., Konoshima, M., Surový, P. (2017). Integer programming approach to control invasive species spread based on cellular automaton model, *Nat. Resour. Model.* **30**(2), DOI:10.1111/nrm.12101.
- Yoshimoto, A. and Konoshima, M. (2016). Spatially constrained harvest scheduling for multiple harvests by exact formulation with common matrix algebra. *J. Forest Res.* **21**:15–22.