

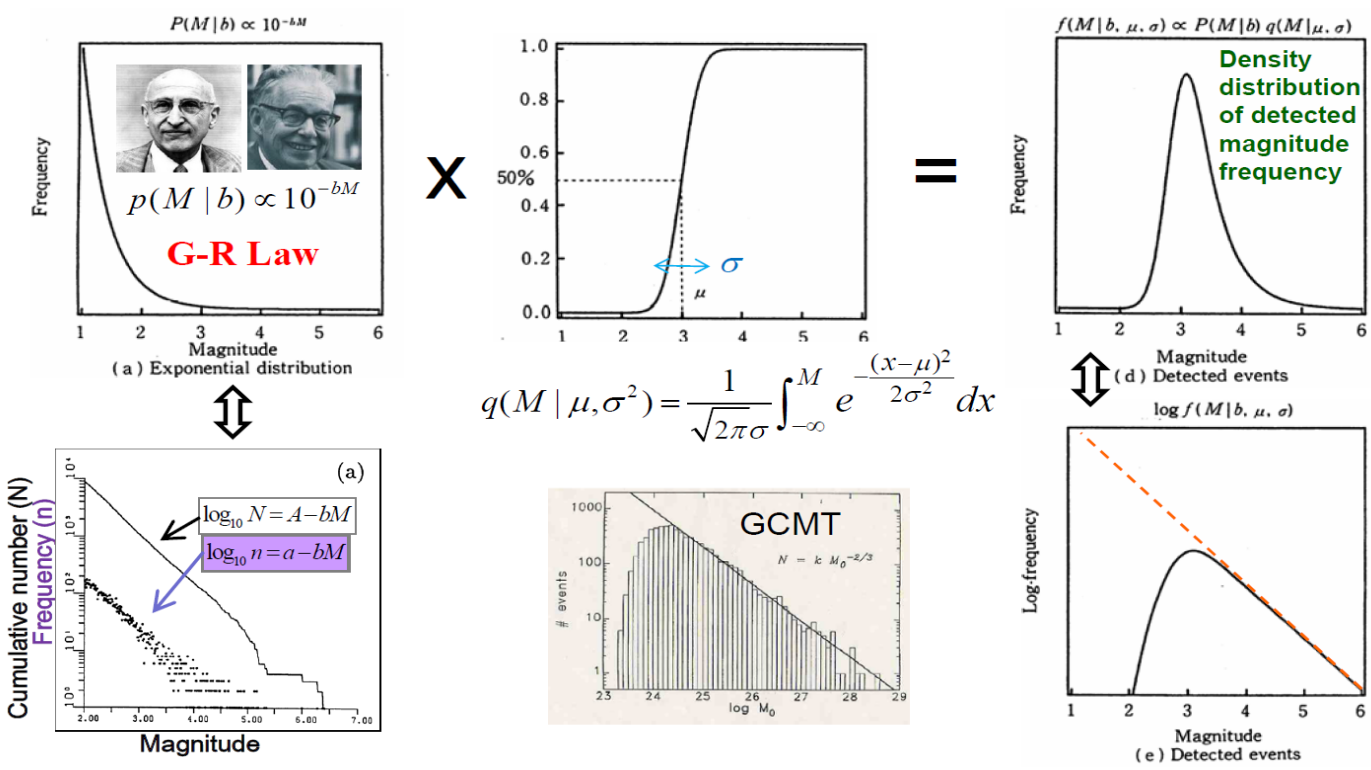
長期短期の不完全性を有する広域地震カタログに対する階層型時空間 ETAS (HIST-ETAS)モデルのデロネ平滑化による修正推定・予測法について

尾形 良彦 リスク解析戦略研究センター 特任研究員

目的

本研究では、階層型時空間ETAS(HIST-ETAS)モデルを用いて、地域依存性地震活動の短期予測と、日本全域と内陸部などの広域のバックグラウンド地震発生密度の分離を行う。予測の分解能を向上させるためには、気象庁の震源カタログのマグニチュードの閾値を適切に下げる必要がある。しかし、長期的にはデータの人為的な時空間的不均質性、短期的には大地震の直後の多くの小さな余震の見逃しを克服する必要がある。そこで、沖合の地震や余震の検知率を推定することで、HIST-ETASモデルのパラメータを再推定する。その結果、大地震後の地震活動がどのように修正されるかを可視化する。また時空間地震発生率を準リアルタイムで偏り無く予測しアニメートすることができる。

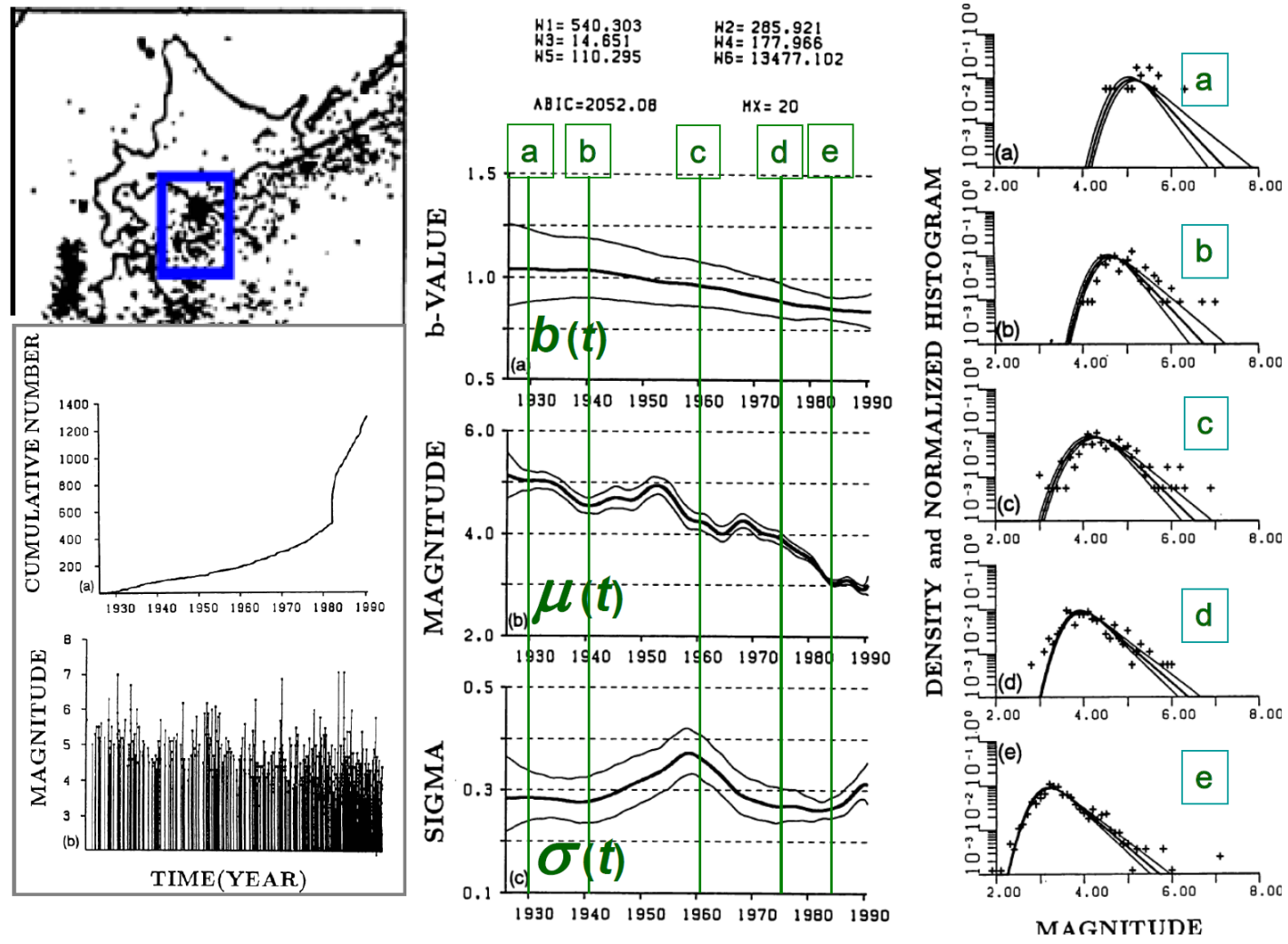
検出マグニチュードモデル



$$f(M) = \frac{10^{-bM} q(M | \mu, \sigma^2)}{\int_{-\infty}^{\infty} 10^{-bM} q(M | \mu, \sigma^2) d} = \frac{e^{-\beta M} q(M | \mu, \sigma^2)}{e^{-\beta \mu + \beta^2 \sigma^2 / 2}}$$

where $\beta = b / \log_{10} e$

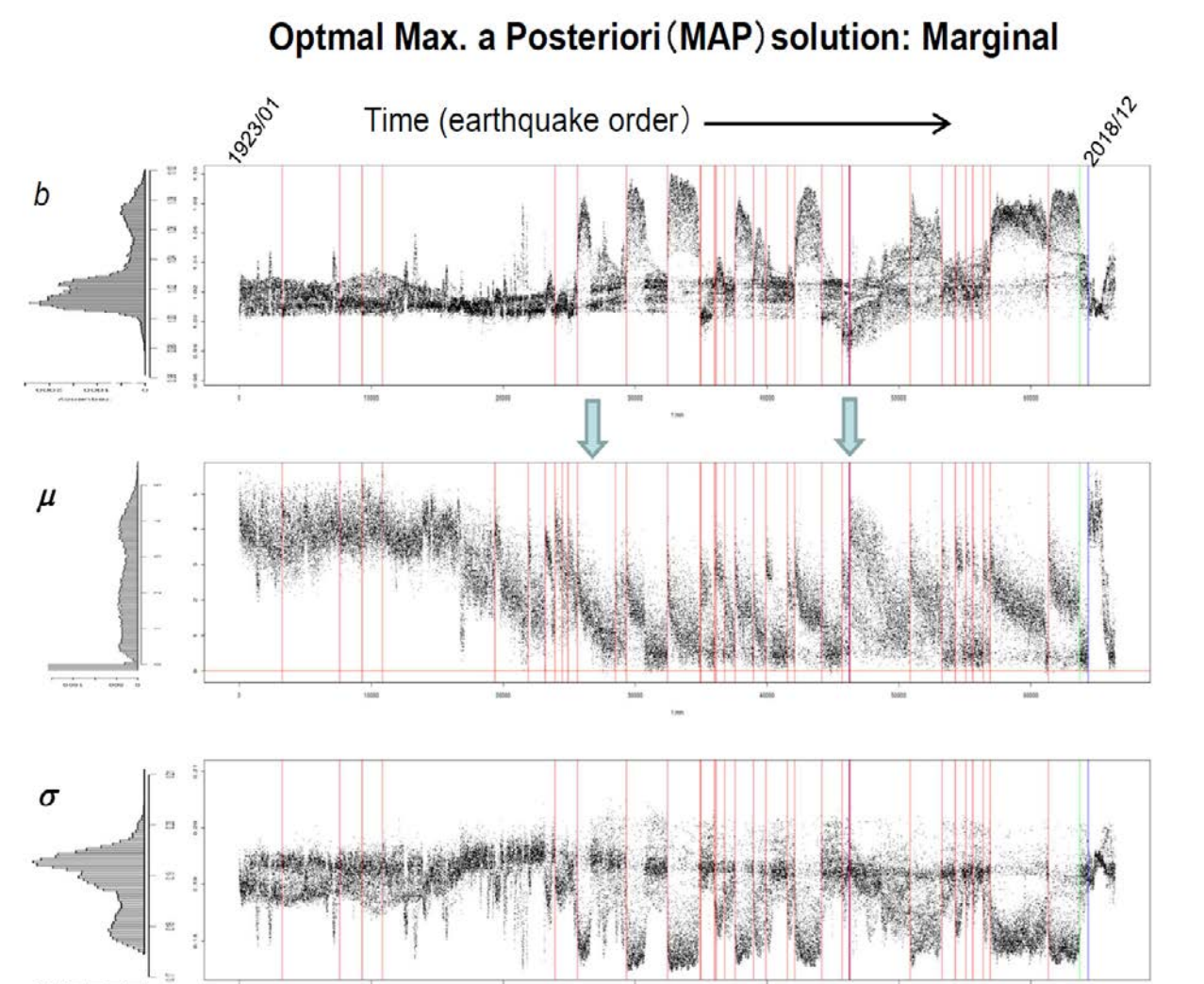
これらの図は検出された地震の頻度分布の解釈を示したものである。直線は対数スケールの G-R 関係を示している。中上段の増加曲線は、各マグニチュードのイベントの検出率を線形スケールで示したもので、正規分布の累積関数を採用している。ここで、平均パラメータ μ は 50% 検出のマグニチュードを表し、標準偏差 σ は部分的に検出されるマグニチュードの範囲を表している。



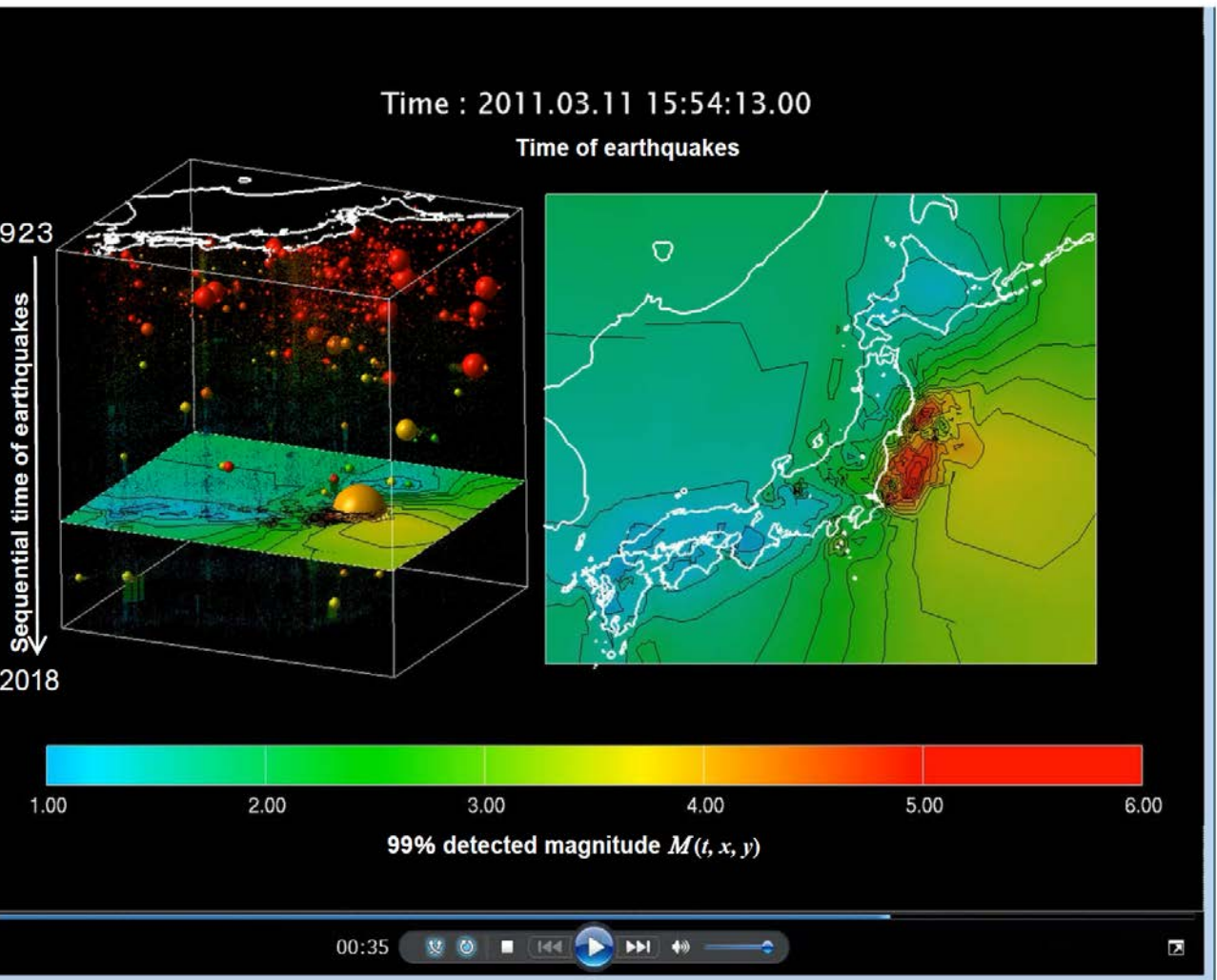
北海道南方沖の矩形領域における長期地震マグニチュードデータは、3つの要素に分解することができ、それぞれの平滑化制約があるMAP解を確認するために、期間を5つのサブ区間(1945年、65年、75年、83年の末端)に分割した。右側のパネルは、小区間の中央で計算された推定密度関数と、「+」印のドットは各小区間の頻度のヒストグラムを示している。+ 点と曲線がよく一致している。

時空間地震検知率

長期データの非一様性を補正すると同時に、大地震直後の余震検知率の低さによるバイアスを補正し、HIST-ETASモデルを正しく推定・予測できるようにすることが必要である。そのために、震源から作成したデロネ四面体ネット上に時空間モデルを用意する。



デロネ四面体ネット上で平滑化した検出マグニチュード分布のMAP解を地震の発生順番号に対して投影した



検出率99%以上のマグニチュードの時空間変化の MAP 解動画のスナップショット。カラーテーブルの色は下のマグニチュード値に対応(おおよそM0~6の範囲)。東北地方太平洋沖地震(M9)が発生すると震源周辺で検知率が低下している。同時に b値や閾値の時空間変化も得られている(省略)。

階層型時空間ETAS(HIST-ETAS)モデル

$$\Pr \{ \text{an event in } [t + \Delta t] \times [x + \Delta x] \times [y + \Delta y] | H_t \} \approx \frac{\lambda(t, x, y | H_t)}{\Delta t \Delta x \Delta y} \text{ where } H_t = \{ (t_j, x_j, y_j, M_j); t_j < t \}$$

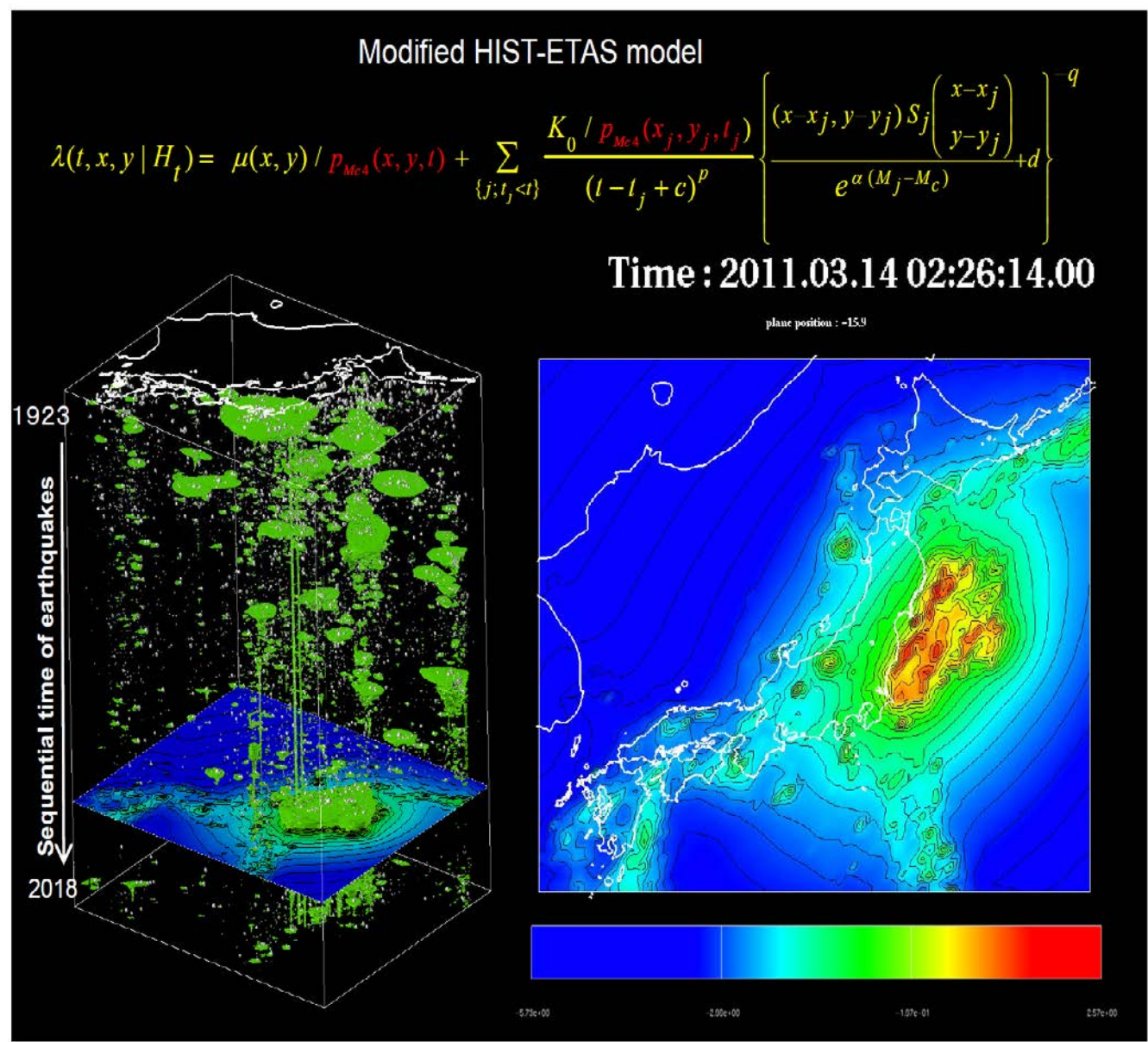
(2) Hierarchical Space-time ETAS (HIST-ETAS) model:
 $\lambda(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) + \sum_{(j, t_j < t)} \frac{K(x_j, y_j)}{(t - t_j + c)^{p(x_j, y_j)}} \left\{ \frac{Q_j(x, y)}{e^{\alpha(x_j, y_j) M_j} + d} \right\}^{-q(x_j, y_j)}$
 $\mu(x, y) = \bar{\mu} e^{\phi_k(x, y)}, K_0(x, y) = \bar{K}_0 e^{\phi_k(x, y)}, \alpha(x, y) = \bar{\alpha} e^{\phi_k(x, y)},$
 $p(x, y) = \bar{p} e^{\phi_k(x, y)}, q(x, y) = \bar{q} e^{\phi_k(x, y)}, Q_j(x, y) = (x - x_j, y - y_j) S_j^q \left(\frac{x - x_j}{y - y_j} \right)$
where $\{\phi_k(x, y), k = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ are Delaunay-based functions.

(3) Modified HIST-ETAS model:
 $\lambda(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) \text{Pr}_{M_t}(x, y, t) + \sum_{(j, t_j < t)} \frac{K(x_j, y_j) \text{Pr}_{M_t}(x_j, y_j, t_j)}{(t - t_j + c)^{p(x_j, y_j)}} \left\{ \frac{Q_j(x, y)}{e^{\alpha(x_j, y_j) M_j} + d} \right\}^{-q(x_j, y_j)}$
 $\text{Pr}_{M_t}(x, y, t) = \text{Pr}_{M_t} \{ \mu(x, y, t); \sigma(x, y, t)^2 \} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(x, y, t)^2}} \int_{-\infty}^M e^{-\frac{(x - \mu(x, y, t))^2}{2\sigma(x, y, t)^2}} dx$

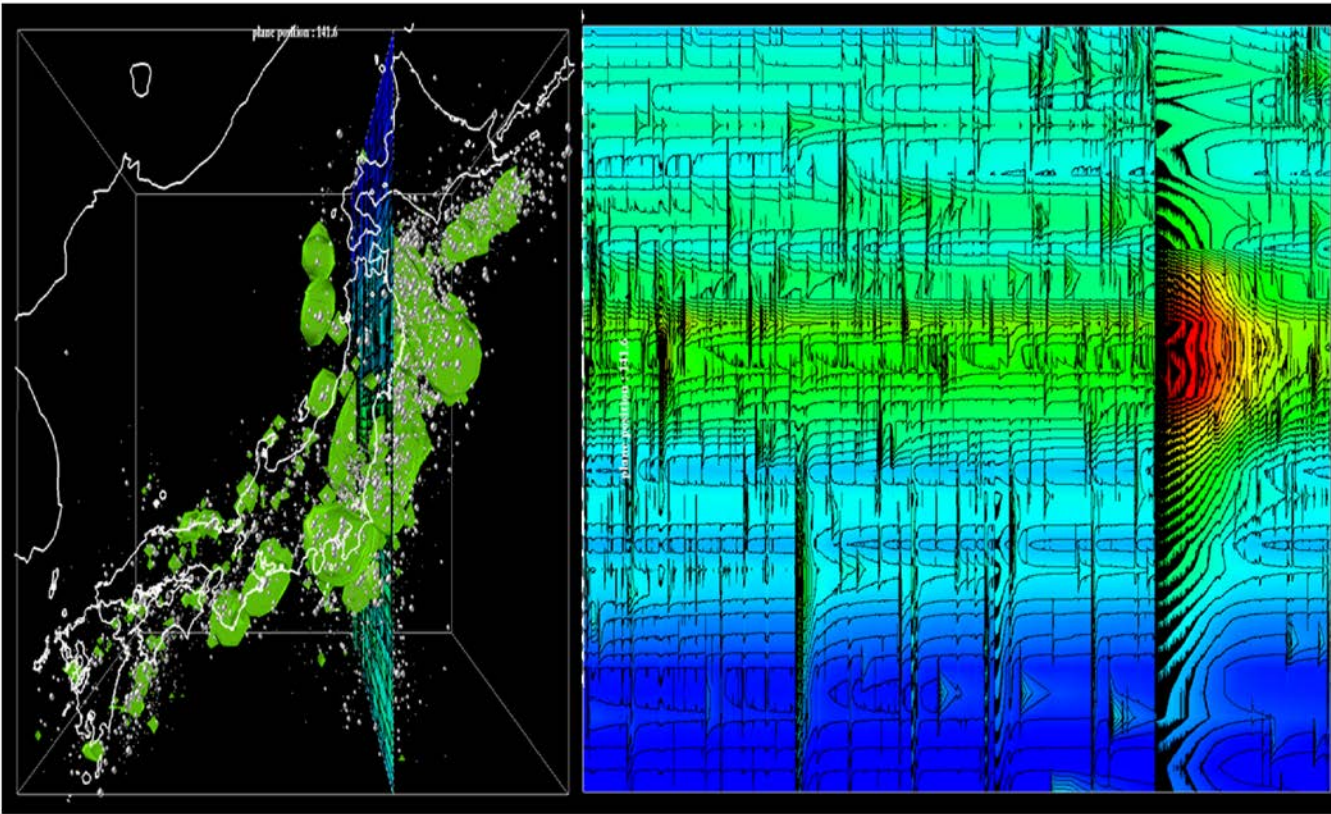
(2) しかしデータサイズが大きくなり、地域が広がると、モデルの各パラメータは、それぞれ場所によって大きく異なる値をとるようになる。そこで、各パラメータが場所の関数であることをさらに考慮する必要がある。これを階層的時空間ETASモデル、略してHIST-ETASモデルと呼ぶことにする。 → 右上に続く。

cとd以外のパラメータは、震源位置で定義されたデロネ三角形タイル上の区分け線形関数である f - 関数を正の値で位置に依存し、一定のベースライン・パラメータはパーで示される。(3) 次に、時空間検出率から推定される欠損事象率を考慮してHIST-ETASのパラメータを校正する。

HIST-ETASモデルの修正推定



気象庁カタログのマグニチュード4以上の非均質データを用いて、最近までの地震活動の時空間的な長期変動のMAP解動画のスナップショット。【左図】:修正HIST-ETASモデルによる、大地震による余震発生率の広がりを3次元等高面によって可視化した。【右図】:このスナップショットは、上図の時刻に対応し、左図の時間に関する水平な平面をに対応する。



HIST-ETASモデルで地震活動密度関数がどのように補正されているかを可視化した。HIST-ETASの条件付強度比の3次元等高面(左図)と、東経141度38分における北緯対時間面上の等高線(右図)の変化。

References, Software and Manuals

- Ogata, Y. and Katsura, K. (1993). Analysis of temporal and spatial heterogeneity of magnitude frequency distribution inferred from earthquake catalogues, *Geophys. J. Int.*, 113, 727-738.
- Ogata, Y. and Katsura, K. (2006). Immediate and updated forecasting of aftershock hazard, *Geophys. Res. Lett.*, 33 (10), L10305, doi:10.1029/2006GL025888.
- Ogata, Y., Katsura, K., Tanemura, M., Harte, D. and Zhuang, J. (2021) Hierarchical Space-Time Point-Process Models (HIST-PPM): Software Documentation and codes, *ISM Computer Science Monographs* https://www.ism.ac.jp/editsec/csm/index_j.html No. 35, or available in <http://bemlar.ism.ac.jp/ogata/HIST-PPM-V3/>