株式市場に潜むマクスウェルの魔

2022.1.14

石黒真木夫＠統計数理研究所名誉教授

目次

0. はじめに：課題設定

経済学の教科書を読んでまず出会うのが　貯蓄＝投資　という等式です。

投資というのは、生産態勢を整えるということで新田開発などが典型例かと思われます。

基本的に全国民ほとんどが農民であった時代に水路を整備して新田開発するには、水路を掘る人員は農作業の現場から調達しなければなりません。農作業にあたる人員を減らすことができるのは、食糧の貯蓄が十分にある場合です。この場合「貯蓄＝農作業しなくていい人間の数＝水路を掘る人間の数＝投資」という等式が成り立ちます。水路開削は米生産効率の上昇という形で農民に利益をもたらすことになります。

借金で起業し、企業が定着した段階で返済義務を果たすというやり方は農民による水路開削とほぼ同じと考えることができます。

ところが、株式を発行しての事業たちあげの場合、株式発行者は株式買戻しの義務を負わず、投資者が投資資金を回収して「投資＝貯蓄」という等式を成立させられるのは株式市場が期待通りに機能していて株式をだれかに買い取ってもらえる場合に限られます。

株式というものは冒険的な「投資」を可能にするという意味できわめてすぐれたものと考えられますが、現代経済システムを理解するためには株式市場のメカニズムを正確に把握する必要があります。

本稿の課題は、株式市場メカニズムの一端にある高頻度取引の特性を調べることです。

1. 投資家モデル

簡単のために2銘柄（LEFT とRIGHT)の株価の情報が一定時間間隔で入手でき、毎時刻に手持ちの株を売る事と任意の株を買うことが可能で手数料はかからないものとし、次の時刻に売買による持ち株数の変化が反映されて資産高が計算できるとします。

投資家0, 1、… を「情報0」, 「情報1」,… に基づいて株式売買する投資家とし、「情報m」を以下のように定義します。

情報m ＝ （現在のLEFT銘柄の価格/ m時点前のLEFT銘柄の価格) / （現在のRIGHT銘柄の価格/ m時点前のRIGHT銘柄の価格)

投資家m は「情報m」>1 の場合、銘柄 RIGHT の半分を売って得た資金で銘柄 LEFT を買います。
投資家m は「情報m」<1 の場合、銘柄 LEFT の半分を売って得た資金で銘柄 RIGHT を買います。
投資家m は「情報m」=1 の場合は売買しません。

投資家0は常に「情報0」として 1 を受け取ることになり一切売買をしないことになります。
投資家1は直近の株価の動きの基づいて素早い売買をする超高頻度売買投資家です。
投資家2～も投資家１とおなじ行動をとるのですが、手に入る株価変動情報は直近の株価の動きを捉えてないというわけです。

2. 株価変動モデル

株価変動に関して「ティックデータ」なるものがあります。

NET上にマイクロ秒単位での株式ティックデータをもCSVファイルで提供しているサイトがあるようですので、ティックデータを分析して現実的なモデルを作ることも可能でしょうがここでは2次自己回帰モデルで生成した平均ゼロの時系列に一定値を加えて作ることでシミュレーションデータを作ります。

2次自己回帰モデルにおいては互いに共役な一組の複素数(特性根)を与えることによって系列の「暴れ方」を指定できます。

複素数の偏角で「基本周波数」を与えます。たとえば偏角を36度とすると基本周波数は36度/360度=0.1、波長 1/0.1=10 の波となります。

複素数の絶対値を 0 に近づけることで変動の乱雑度が増し、1に近づけると滑らかな変動をするようになります。

ですから特性根を、たとえば、偏角36度、絶対値1の複素数とするときれいな周期10の波にしたがって変動する系列が得られます。

特性根と2次自己回帰モデル

$$re^{i\omega} \text{ と } re^{-i\omega}$$

を特性根の対として、2次自己回帰モデルは

$$z^2 - c_1 z - c_2 = \left(z - re^{i\omega}\right)\left(z - re^{-i\omega}\right)$$

$$x_t = c_1\, x_{t-1} + c_2 x_{t-2} + r_t$$
$$r_t \sim N(0,1)$$

で得られ、株価変動モデルは

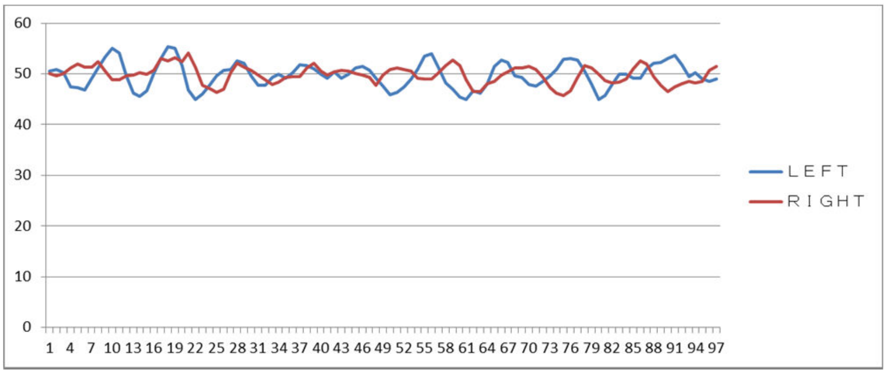
$$x_t + \text{平均値}$$

となります。

例１

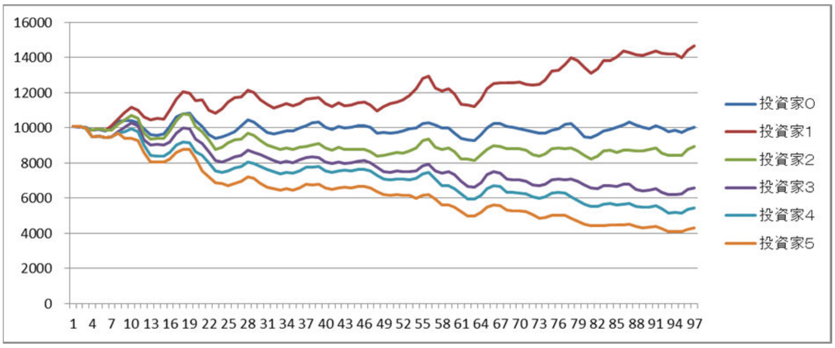
LEFT$: re^{i\omega} = 0.9\, \mathrm{e}^{43\pi i/180}$

RIGHT$: re^{i\omega} = 0.8\, \mathrm{e}^{40\pi i/180}$



3.　資産運用実験

投資家0：　売買せず
投資家1：　$(x_t - x_{t-1})$ を「観測」して売買
投資家2：　$(x_t - x_{t-2})$ を「観測」して売買
…
投資家5：　$(x_t - x_{t-5})$ を「観測」して売買



★エクセルソフト、「株式高頻度取引シミュレータ」による計算

4.　考察

資産運用実験の結果を株価変動にある程度の持続的傾向がある場合、その持続時間がいかに短時間であってもその間に売買できれば確実に資産を増やすことができると解釈することができます。

あらかじめ予想されたことをシミュレーションで可視化しただけとも言えますが、我々の実験は、株価の高周波変動を見張るだけで、特に精緻な分析を必要としない単純な高頻度取引アルゴリズムと高速通信路へのアクセスで富が得られることを示しています。

今回のシミュレーションでは投資家の行動の株価変動への影響は捨象されており、非現実的とも見えますが、投資行動から株価変動への影響があったとしても、高頻度取引アルゴリズムが利益を上げるであろうという論理を壊すものではありません。

これは、統計力学においてマックスウェルの魔が系のエントロピーを下げるのにあたることが株式市場で起こり得ることを示しています。

この魔が必要とするのはある程度の変動を示すいくつかの銘柄のティックデータへのアクセスと高速の計算機だけです。こういうしかけを使える魔は平均株価の動向にかかわらず、いくらでも市場から金を引き出すことが可能です。マックスウェルの魔の懐に入る資産は一般「投資」家の懐から出てくることになります。

株式市場には参加者各自の個人的利益を求める行動によって「社会的知恵」が集約され、社会全体からみた合理的意思決定に資するという役割が期待されているはずです。高頻度取引アルゴリズムが社会的に意義のある業績をあげている企業に有利に働くメカニズムは無さそうに思われますが、本当にそうなのかは株価変動の高周波成分と企業業績の関係を研究しないと分からないでしょう。

5. 提言

高頻度取引が株式市場にマクスウェルの魔のようなものを導きいれる可能性があることを考えると、高頻度取引になんらかの制約をつけることが必要と考えられます。

しかしどのような制約がいいかは難しい問題です。株式市場がきわめて有用なものであることは間違いなく、この有用性を損ねることなくマクスウェルの魔をしりぞける規制の設定はさまざまな側面を考慮する必要がある問題です。

ですから「提言」としては高頻度取引が株式市場にマクスウェルの魔を引き入れる可能性があるという「事実」を考慮にいれた制度設計をすべきだというに留めます。

一般に、「科学的」知見はさまざまな前提のもとに構築されるものであって、前提が成り立ったときに起きることと、前提が成り立つ確率の見積を示す以上のことはできません。

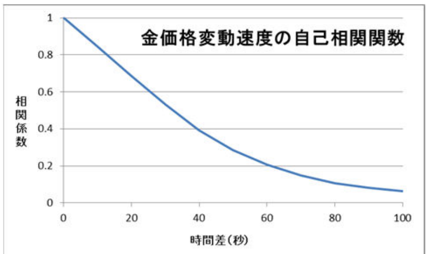
2022 年1月14日の時点の現在、新聞その他をにぎわしている新型コロナよるパンデミックへの取り組みを見ていると、上記のような科学の位置付けが社会全体の常識となっていないような気がします。「なんらかの考察に基づいて決定した政策への賛同を科学に求める」ような科学の使い方がされているような気がしてならないのです。

科学界は科学研究に真摯につとめるだけでなく、その正しい使い方を社会に伝える必要もあるのではないでしょうか。そのような啓蒙活動「も」することを科学界に提言したいと思います。

6. 付録：本物のティックデータ

本物のティックデータを見ておきましょう。Exness 社が公開しているサイト https://www.exness.com/ja/tick-history/から取得した金の取引価格のティックデータ XAUUSDm　を分析した結果です。

ある日の夜中からの１２時間に24000回ほどの金売買価格がミリ秒精度の時刻とともに記録されていました。平均的に1分あたり33回の取引ということになります。このデータから10秒ごとの金価格変動速度の時系列データを作ってその自己相関関数を描いたのが下図です。



このグラフは金取引価格変動の「速度」に短時間ながら持続性があることを示しており、株など他の金融商品についても似た挙動が見られるであろうと考えることができます。このグラフから、現時点においては、取得後100秒以上経過してからのデータ公開には大きな問題がなさそうなことが読み取れます。