

Lévy過程を用いた在庫制御問題について

野場 啓 統計思考院 助教

1 序

本ポスターでは、山崎和俊氏(関西大学)との共同研究[1]に基づき、古典的な在庫制御問題について簡単に説明する。

ある製品の需要がLévy過程 $D = \{D_t : t \geq 0\}$ の挙動をすると仮定する。このときこの製品の在庫は、在庫の初期値を $x \in \mathbb{R}$ としたとき、Lévy過程 $X = \{X_t := x - D_t : t \geq 0\}$ (下図のグレーの線)で表される。在庫を所持し続けるためにはコストがかかる。一方、在庫が十分に足りていない状況でもコストがかかるといえる。そのため、適宜在庫を補充する(図1を見よ)ことで、在庫を保持し続けるランニングコストと在庫の補充にかかる制御コストを抑えたい。上記のコストを最小に抑える在庫補充戦略(このような戦略を最適戦略と呼ぶ)を求める問題を在庫制御問題と呼ぶ。

在庫制御問題は、様々な応用先が存在する。例えば、Lévy過程 D を患者の数とみなし、在庫の補充は患者の治療とみなすことで、ヘルスケアマネジメントに応用することができる。また、Lévy過程 X を通貨のレートとみなし、在庫の補充をレートの調整とみなすことで、数理ファイナンスの問題に応用することもできる。

既存の研究では、 X をブラウン運動や正と負の片側にのみ跳びを持つLévy過程とみなし、在庫制御問題が解決されてきた。一方最近の研究の進歩により、正と負の両側に跳びを持ちうるLévy過程に対し本研究のような確率制御を扱える可能性が生まれてきた。本研究では、 X を一般のLévy過程とみなし、ある在庫制御問題の枠組みでバリア戦略(図2を見よ)が最適戦略となることを証明した。

2 大まかな数学的設定

本研究の数学的な設定を、いくつかの条件は省略して紹介する(詳しくは[1]を参照)。

戦略に関する表記:

- 戦略 $\pi = \{R_t^\pi : t \geq 0\}$: 挙動が X に依存する単調増加な確率過程(下図の赤線)。
- \mathcal{A} : 全ての戦略から成る集合。

(グレーの線: 制御後の在庫量, 赤線: 補充した在庫の総量, 黒線: 制御後の在庫量。)

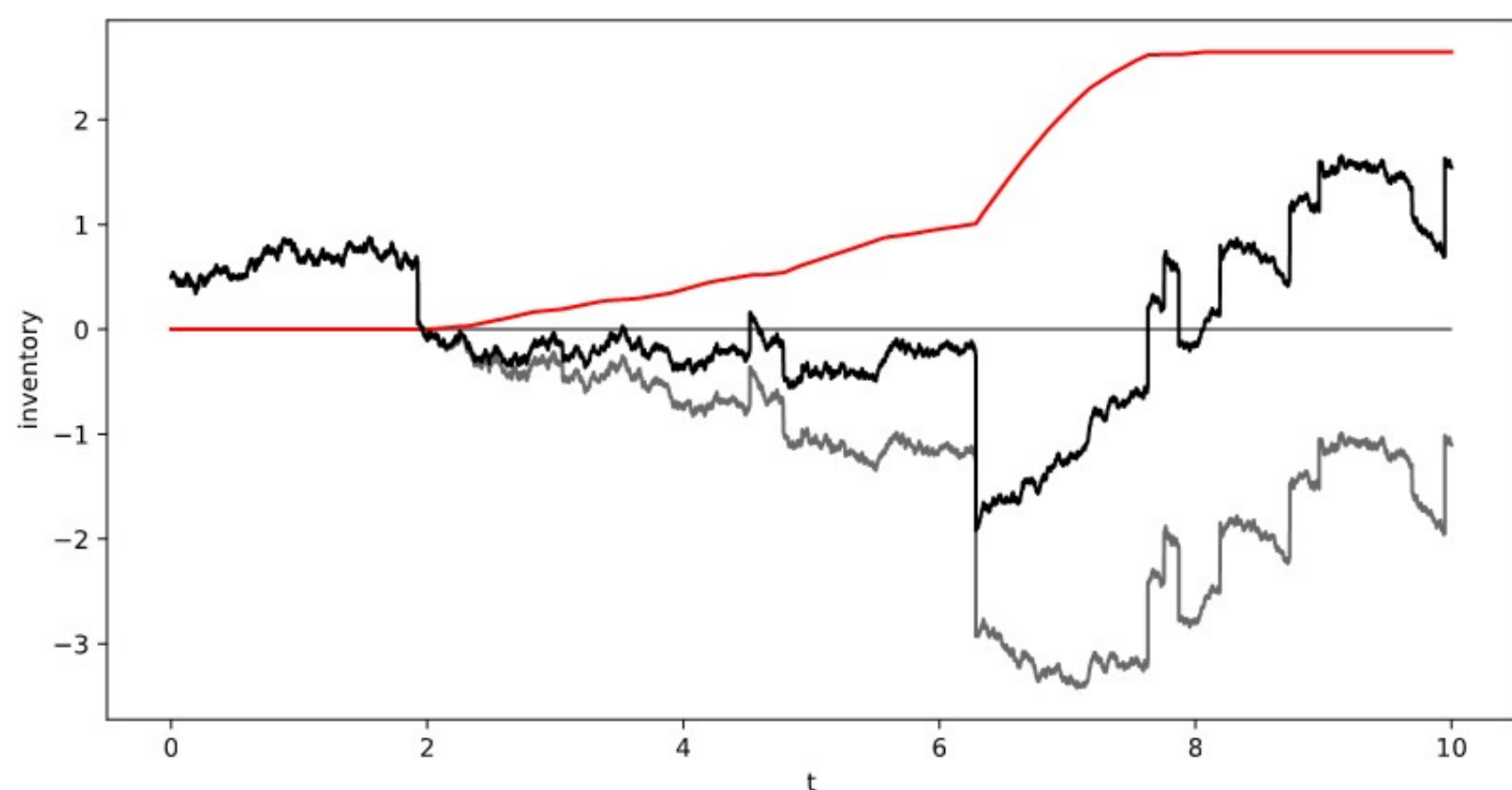


図 1: 在庫補充の例

戦略 π を用いた制御後の在庫量は,

$$U_t^\pi = X_t + R_t^\pi \quad t \geq 0. \quad (\text{下図の黒線})$$

コストに関する表記:

- $q > 0$: 割引率。
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: 在庫保持コストを表す凸関数。(在庫量が $x \in \mathbb{R}$ なら、 $f(x)$ のコストがかかる。)
- $C \in \mathbb{R}$: 在庫補充にかかるコスト/リワード。

在庫量が $x \in \mathbb{R}$ から始まるとき、戦略 π を用いたときのコストの期待正味現在価値は,

$$v_\pi(x) = \mathbb{E}_x \left[\int_0^\infty e^{-qt} f(U_t^\pi) dt + C \int_{[0, \infty)} e^{-qt} dR_t^\pi \right]$$

と表される。関数 v_π を最小化する、つまり

$$v_{\pi^*}(x) = \inf_{\pi \in \mathcal{A}} v_\pi(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

を満たす $\pi^* \in \mathcal{A}$ (これが最適戦略である)は何か?

3 主結果

在庫が値 $b \in \mathbb{R}$ を切った時、その差分だけ在庫を補充する、つまり

$$R_t^{\pi^b} = - \inf_{s \in [0, t]} ((X_s - b) \wedge 0), \quad t \geq 0,$$

を満たす戦略 π^b を、値 b でのバリア戦略(図2を見よ)という。

$$b^* := \inf \left\{ b \in \mathbb{R} : \mathbb{E}_b \left[\int_0^\infty e^{-qt} f'_+(U_t^{\pi^b}) dt \right] + C \geq 0 \right\}.$$

定理 1 値 b^* は実数であり、戦略 π^{b^*} は最適戦略である。

参考文献

- [1] K. Noba and K. Yamazaki. On singular control for Lévy processes. arXiv:2008.03021.

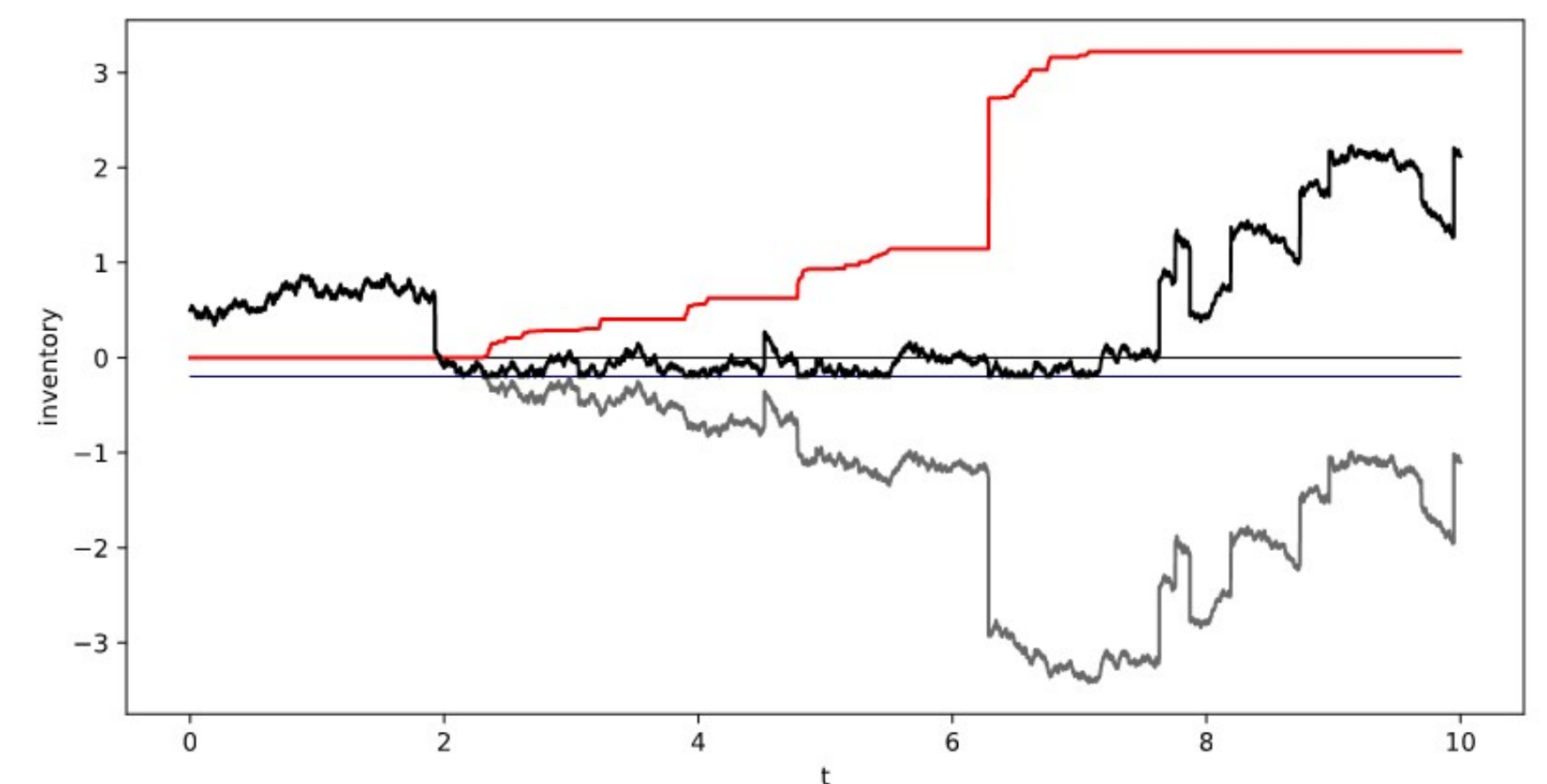


図 2: 値 -0.2 でのバリア戦略