

相対論的正規混合分布モデル

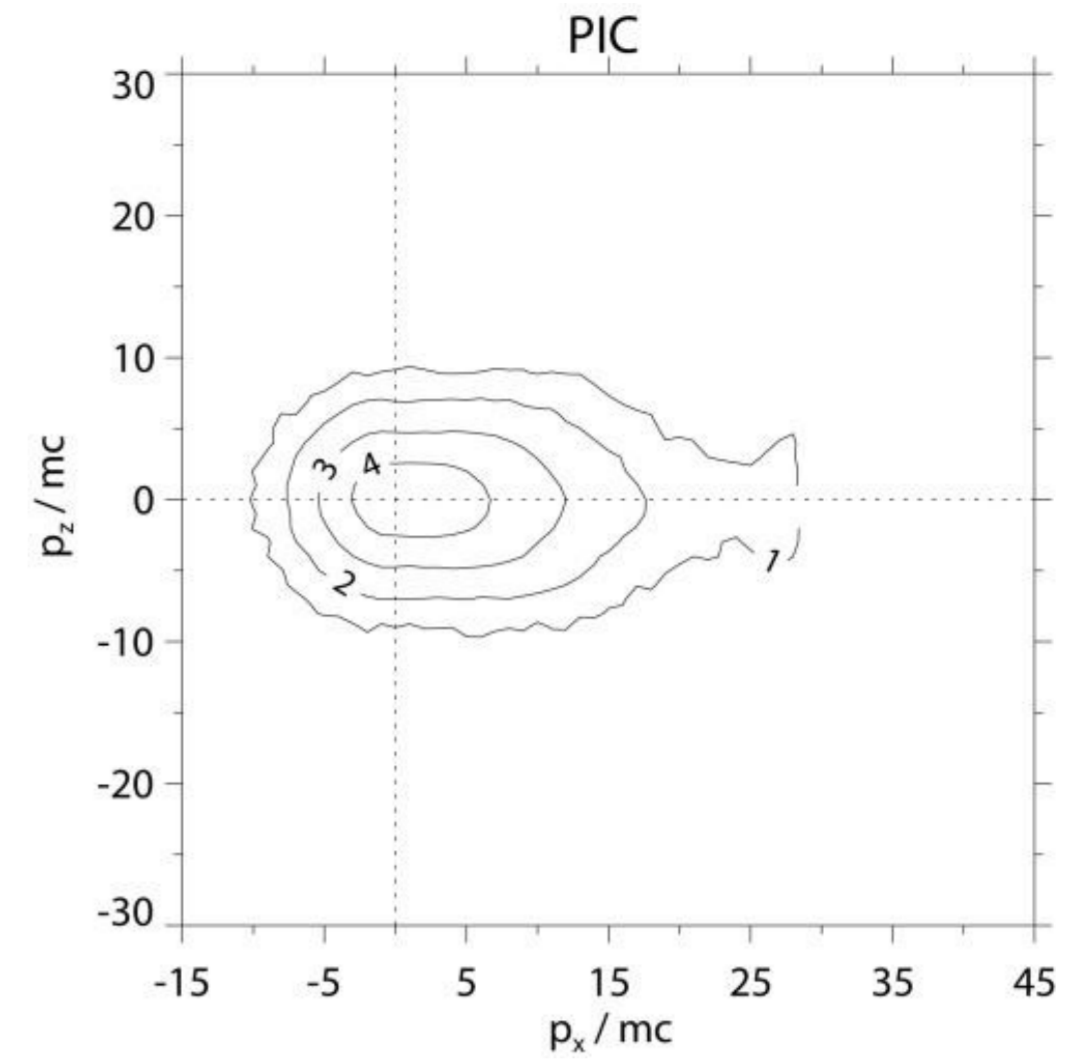
上野 玄太 モデリング研究系 教授

【はじめに: 数値シミュレーションの実施後には、データ解析が待っている】

- シミュレーションの計算が済んだあとは、計算結果に対する(観測値ではないが)「データ解析」が必要
- データ解析には、データの特徴を記述するための量を取り出す操作が必要(当たり前)
- 素朴には平均や分散などの統計量。本研究で扱う分布関数では、バルク速度や温度

【目的: 相対論プラズマの分布関数の統計的記述法を与える】

- 相対論的なプラズマの解析のためのモデルを提案
- 電子・陽電子プラズマのシミュレーション結果の解析が動機
- 対象の観測例がないため、観測の立場からのアプローチはない。
- (背景) 非相対論的な扱いで十分なプラズマの観測値の解析には、(従来の)正規混合分布モデルが有効
- 今回は相対論効果のため、正規分布を成分分布としてそのまま用いるのは物理的に不適。相対論的正規分布を用いる。



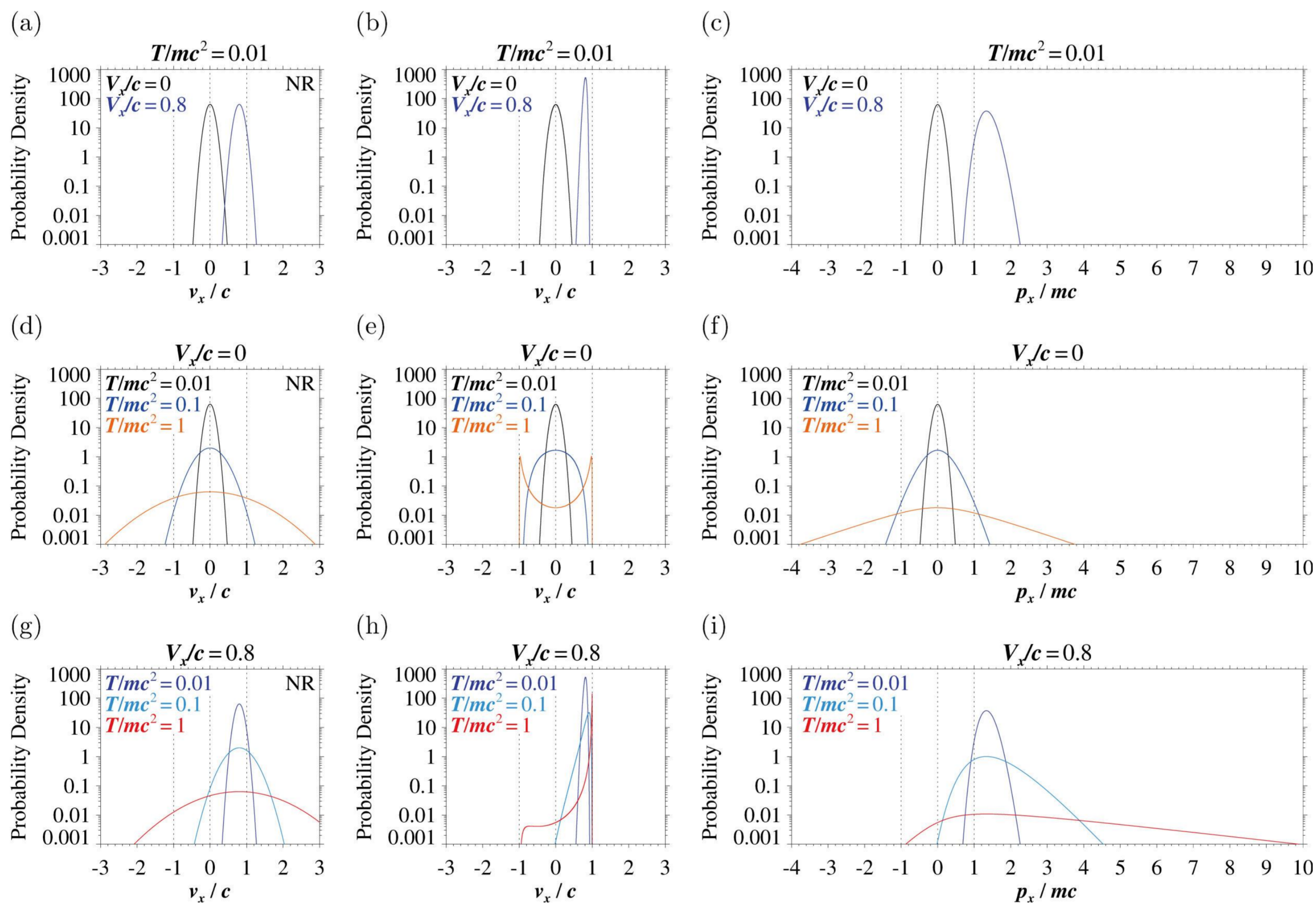
プラズマの粒子シミュレーション

【相対論的正規分布】

粒子の運動量 p に関する確率密度関数 ($u = p/mc$ で無次元化。 m は粒子の質量、 c は光速)

$$\phi(u; \beta, \Theta) \equiv \frac{1}{Z(\beta, \Theta)} \exp \left[-\frac{1}{\sqrt{1-|\beta|^2}} \left(\sqrt{1+|u|^2} - \beta' u \right) \Theta^{-1} \right]$$

確率変数: $u \in \mathbb{R}^3$
 パラメータ: $\beta \in \mathbb{R}^3, |\beta| < 1, \Theta > 0$



【相対論的正規混合分布モデル】

$$\ell(\pi_1, \dots, \pi_{g-1}, \beta_1, \dots, \beta_g, \Theta_1, \dots, \Theta_g) \equiv \sum_{j=1}^n \log \sum_{i=1}^g \pi_i \phi(u_j; \beta_i, \Theta_i)$$

- EMアルゴリズムを構成し、パラメータを推定

