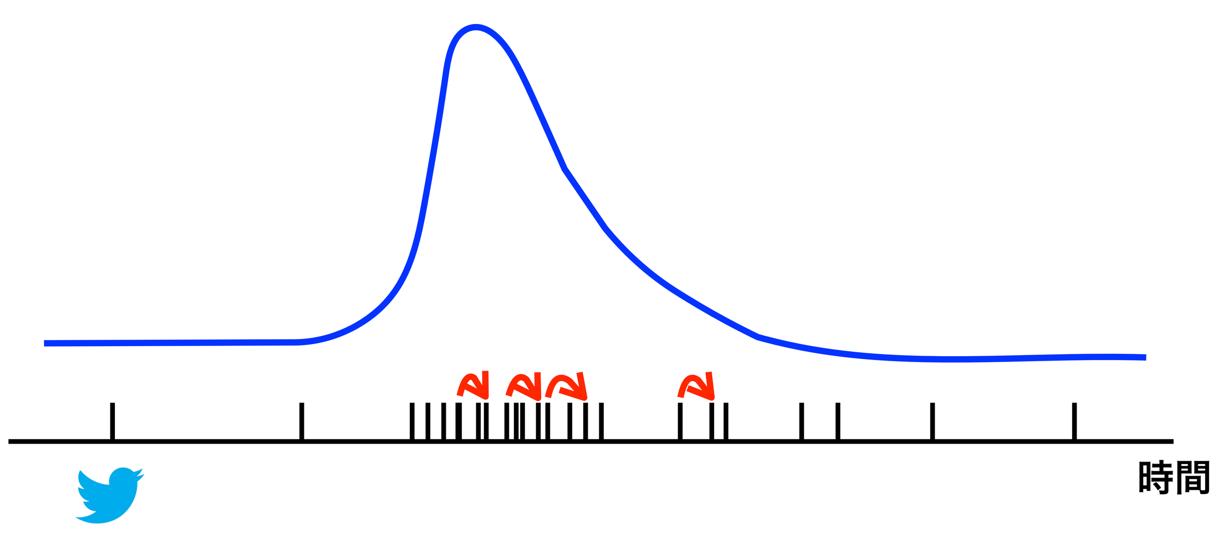
イベント時系列から外因と内因の寄与を読み取る

小山　慎介　　　モデリング研究系　准教授

研究概要

イベント(事象)の発生要因をシステムの外部によるもの**(外因)**と内部によるもの**(内因)**に分け，イベント時系列から**外因**と**内因**の寄与を読み取る．

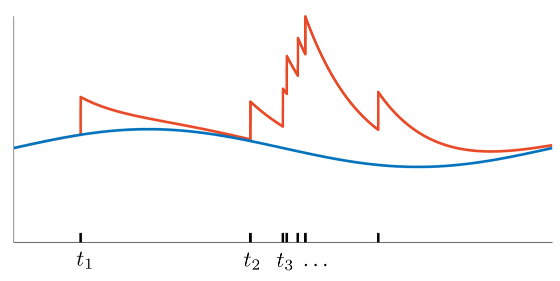


ベイズモデリング

Hawkes過程

条件付き強度関数 (イベント発生率)：

$$\lambda(t) = \underbrace{\mu(t)}_{\text{外因の寄与}} + \underbrace{R\sum_{t_i<t}\phi(t-t_i)}_{\text{内因の寄与}}$$



外因に対する事前分布

$$p_\gamma(\{\mu(t)\}) = \frac{1}{Z(\gamma)}\exp\left\{-\frac{1}{2\gamma^2}\int_0^T\left[\frac{d\mu(t)}{dt}\right]^2 dt\right\}$$

外因の事後分布（ベイズの定理）

$$p_{R,\gamma}(\{\mu(t)\}|\{t_i\}) = \frac{p_R(\{t_i\}|\{\mu(t)\})p_\gamma(\{\mu(t)\})}{p_{R,\gamma}(\{t_i\})}$$

ハイパーパラメータの決定とデータの解釈

R：内因の大きさ (再生産数, 分岐比)
γ：外因変動の大きさ

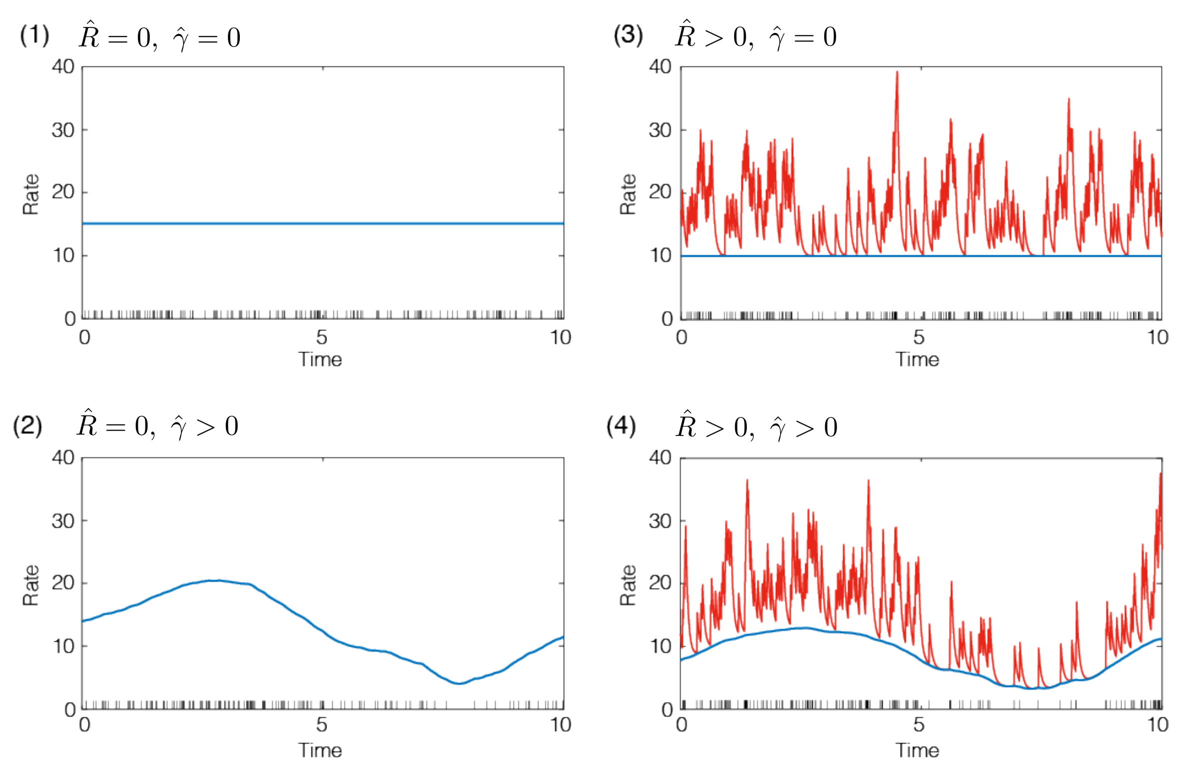
自由エネルギー

$$F(R,\gamma) = -\frac{1}{T}\log p_{R,\gamma}(\{t_i\})$$

$$\{\hat{R},\hat{\gamma}\} = \arg\min_{R,\gamma} F(R,\gamma)$$

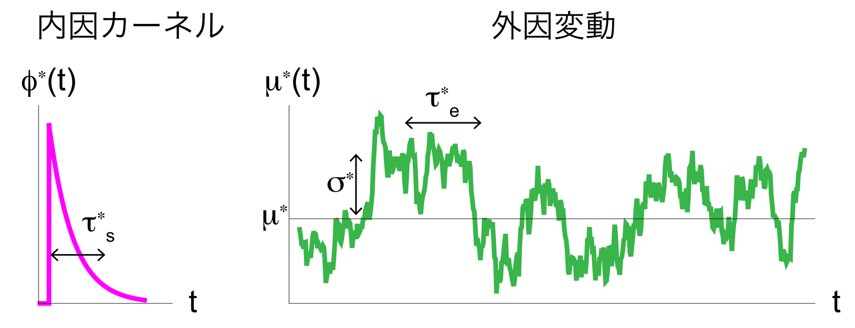
データの解釈

	$\hat{R}$	$\hat{\gamma}$	Interpretation
(1)	0	0	ランダム　(Poisson)
(2)	0	finite	外因
(3)	finite	0	内因
(4)	finite	finite	内因＋外因



解釈の相転移

理論解析の設定

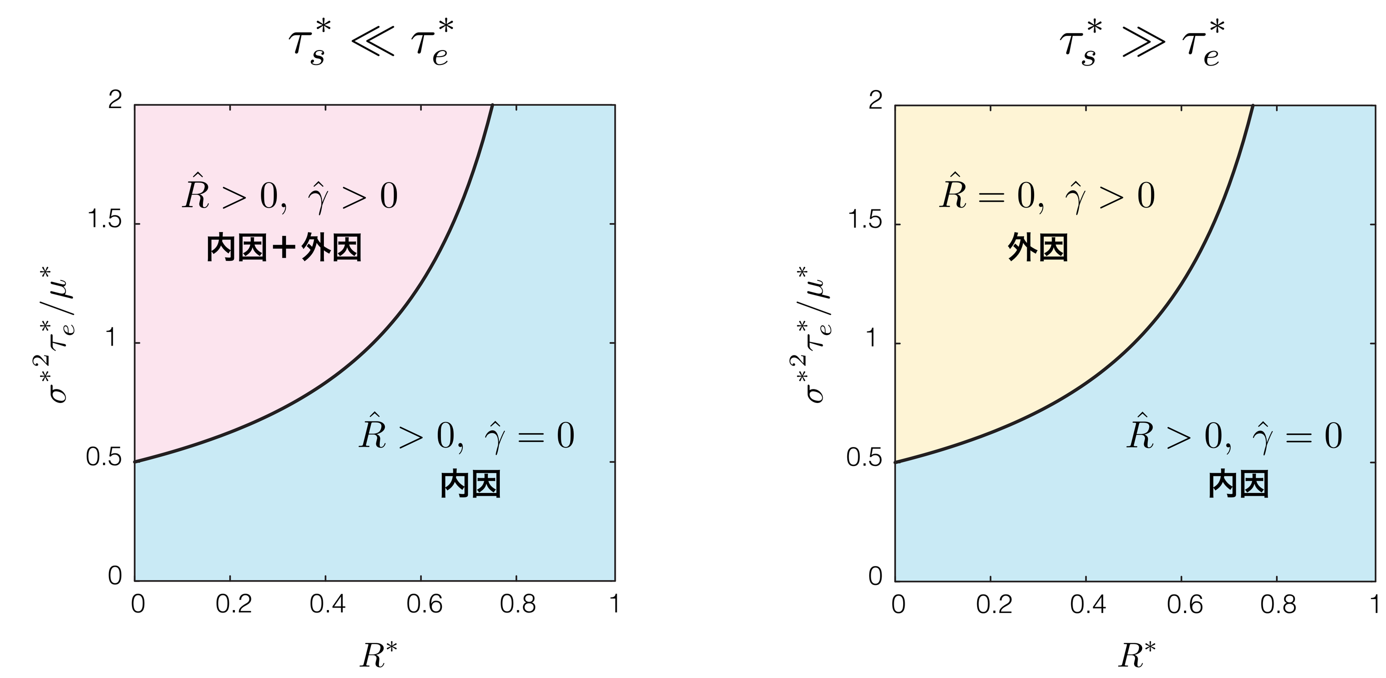


自由エネルギーの振る舞いは3つの無次元パラメータで決まる

$$\left\{R^*,\ \frac{\sigma^{*2}\tau_e^*}{\mu^*},\ \frac{\tau_s^*}{\tau_e}\right\}$$

内因の大きさ　外因の大きさ　内因の（外因に対する）相対的な時定数

相図

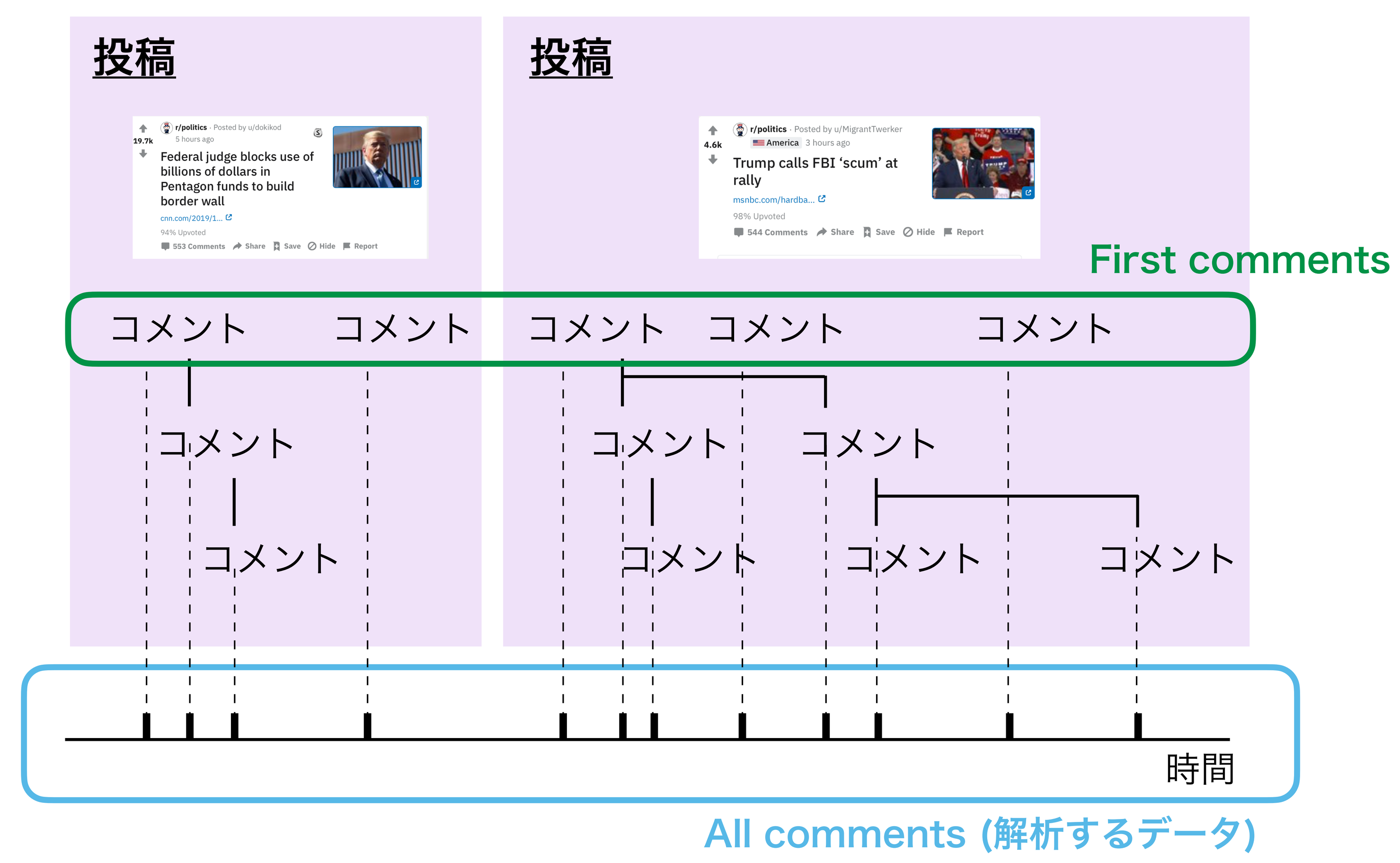


外因と内因の寄与を区別できる条件

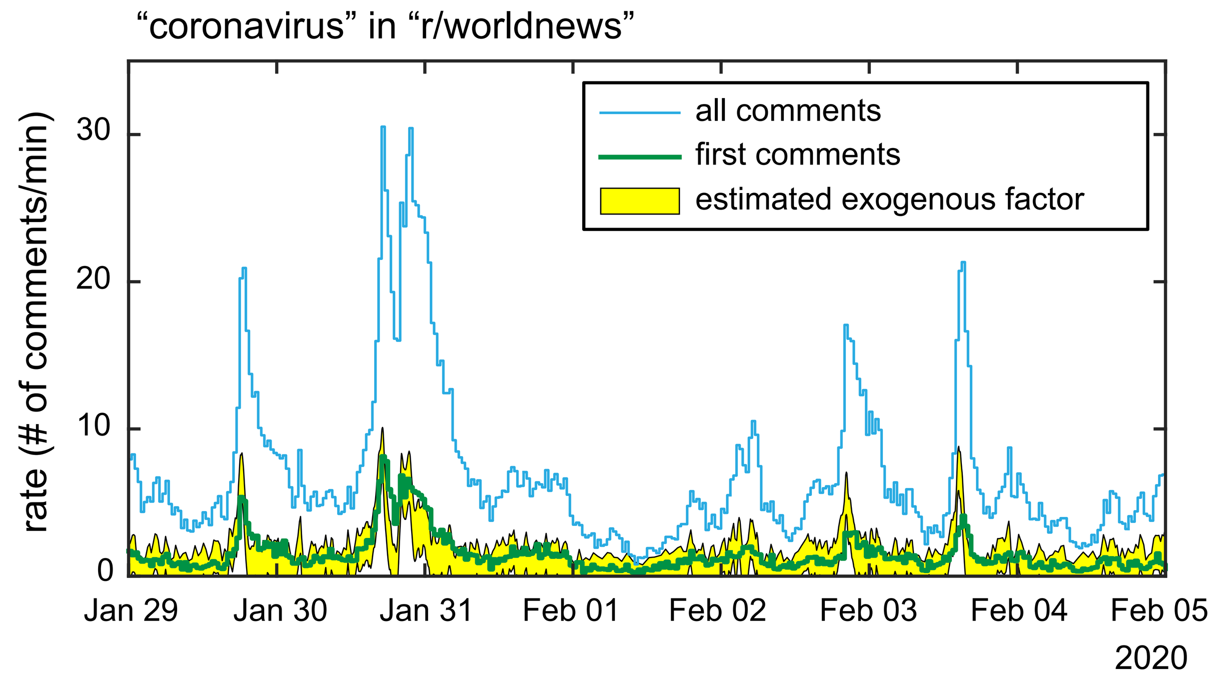
- 内因の時定数 << 外因の時定数 ($\tau_s^* \ll \tau_e^*$)
- 外因変動が"十分"大きい ($\sigma^{*2}\tau_e^*/\mu^* > 0.5/(1-R^*)$)

SNSデータ解析

Reddit (レディット)：英語圏の掲示板型Webサイト



結果



- 1つのコメントに対する平均コメント数：$\hat{R}=0.84$
- コメントを返すまでの平均時間：$\hat{\tau}_s = 1,644(\text{sec})$
- 推定した外因は，投稿に対する最初のコメントに対応している．

参考文献

S. Koyama and S. Shinomoto. (2020). Statistical physics of discovering exogenous and endogenous factors in a chain of events. *Physical Review Research*, **2**, 043358.