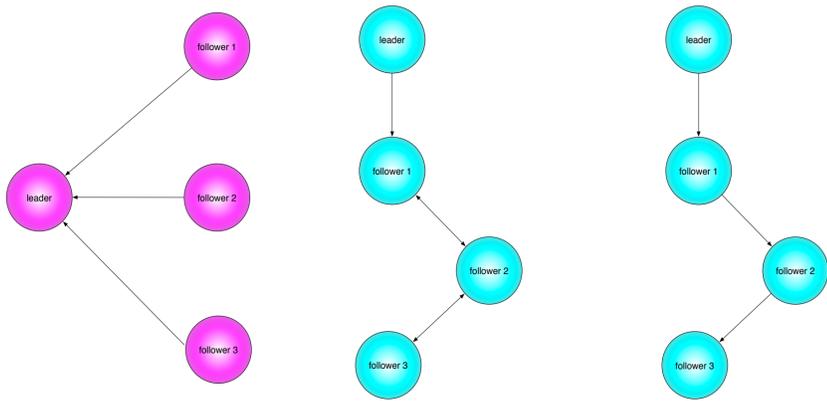


システム制御理論の研究 ～ 統計科学と制御科学の接点

宮里 義彦 モデリング研究系 教授

【マルチエージェント系の数理とシステム制御理論】

- 生物の群行動の数理モデル (鳥や魚など)
- 知的交通システム (航空管制, スマートハイウェイ)
- 人工衛星の軌道計画やランデブー問題
- 車両型ロボットの群制御, ロボカップサッカー, ロボットの協調動作
- マルチエージェント系の制御問題
 - ★ 様々な制御方式 ~ フォーメーション制御, 作業の分担 (配分), 交通制御, スケジューリング, 協調制御, コンセンサス制御



コンセンサス制御 無向ネットワークグラフ 有向ネットワークグラフ

- マルチエージェント系のコンセンサス (合意形成) 制御問題
 - ★ 制約のある通信環境における 重要な基本問題 (安定化と追従制御)
 - ★ フォーメーション制御問題に展開可能
 - ★ 適応制御やスライディングモード制御の利用
 - * 不確定なエージェント, リアプノフ安定解析, ロバスト性解析
 - ★ 特定の対象に限定 ~ 様々な対象への適用は不十分

【無限次元系の有限次元コンセンサス制御】

- 無限次元システム ~ 熱伝導, 拡散現象 (プロセス制御問題) ~ 無限次元のスペクトル (離散) を有するプロセス
- 放物型分布定数系を個々のエージェントとするマルチエージェント系
 - ★ 熱伝導方程式や拡散方程式の一般表現

表 1. 放物型分布定数系 ($L^2(\Omega_i)$ における発展方程式)

| |
|--|
| 制御対象 ($i = 1, \dots, N$) |
| $\frac{d}{dt} u_i(t) = A_i u_i(t) + g_i f_i(t)$ |
| $y_i(t) = (c_i, u_i(t)) \equiv C_i u_i(t)$ |
| $u_i(t) (\in L^2(\Omega_i))$: 状態 |
| $f_i(t)$: 入力信号, $y_i(t)$: 出力信号: $t \in [0, \infty)$ 上の関数 |
| $g_i, c_i (\in L^2(\Omega_i))$: 入出力の影響関数 |
| A_i : 自己共役作用素 (非有界, 正定) |

表 2. 放物型分布定数系 (偏微分方程式系としての表現)

| |
|--|
| $\frac{\partial}{\partial t} u_i(t, x_i) = a_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} u_i(t, x_i) + g_i(x_i) f_i(t)$ ($x_i \in \Omega_i \equiv (0, l_i)$) |
| $u_i(t, 0) = u_i(t, l_i) = 0$ (境界条件) |
| $y_i(t) = \int_0^{l_i} c_i(x_i) u_i(t, x_i) dx_i$ |

表 3. 無向ネットワークグラフ ~ 情報構造の表現 (双方向通信)

| |
|--|
| 無向グラフ $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A) \Leftrightarrow$ 双方向 の通信 |
| $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$: ノード集合 \Rightarrow 各エージェント |
| $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$: 枝集合 \Leftrightarrow エージェント間で相互通信が可能 |
| 重み付き隣接行列 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow \mathcal{E}$ より定義 |
| グラフラプラシアン $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow A$ より定義 |
| リーダー: y_0 |
| $M = L + \text{diag}(a_{10} \cdots a_{N0}) = [m_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow L, a_{i0}$ より定義 |
| ネットワークグラフの連結 |
| & |
| リーダー情報の少なくとも一つのエージェントへの伝達 |
| $\Rightarrow M$ の 正定性 |

表 4. 有向ネットワークグラフ ~ 情報構造の表現 (片方向通信)

| |
|---|
| 有向グラフ $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A) \Leftrightarrow$ 片方向 の通信 |
| $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$: ノード集合 \Rightarrow 各エージェント |
| $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$: 枝集合 $\Leftrightarrow (i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow i$ から j へ情報が伝達 |
| 重み付き隣接行列 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow \mathcal{E}$ より定義 |
| グラフラプラシアン $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow A$ より定義 |
| リーダー: y_0 フォロワー: $y_i (i = 1, \dots, N)$ |
| $M = L + \text{diag}(a_{10} \cdots a_{N0}) = [m_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow L, a_{i0}$ より定義 |
| リーダーを含む 有向グラフ |
| リーダーを root として全域木を有する |
| $\Rightarrow -M$ の Hurwitz 性 ($\neq M$ の正定対称性: 無向グラフ) |

表 5. 問題設定と制御目的

| |
|---|
| 問題設定 |
| 状態 $u_i(t)$ は未知 |
| A_i, g_i, c_i に含まれるシステムパラメータは未知 |
| 入力信号 $f_i(t)$ と出力信号 $y_i(t)$ が測定可能 |
| 制御目的 |
| マルチエージェント系 (y_1, \dots, y_N) |
| 各エージェントの未知の特性を推定 |
| 制御目的 \Rightarrow 限定情報/通信制約 (双方向通信 or 片方向通信) |
| リーダーフォロワー型のコンセンサス制御 ($y_i \rightarrow y_j \rightarrow y_0$) |

【無限次元系の有限次元コンセンサス制御】

表 6. 有限次元コンセンサス制御 (無向グラフ)

| |
|--|
| 制御則 |
| $f_i(t) = \hat{p}_i(t) \left[-\hat{\Theta}_i(t)^\top \omega_i(t) - \alpha \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N a_{ij} \{y_i(t) - y_j(t)\} + n_{i0} \dot{y}_0(t) \right] + v_i(t)$ |
| $\equiv \hat{p}_i(t) f_{i0}(t) + v_i(t)$ |
| $v = [v_1, \dots, v_N]^\top = -\frac{1}{2} R^{-1} (\mathcal{L}_{g_2} W_0)^\top = -\frac{1}{2} R^{-1} \hat{\Theta}_0^\top M \tilde{y}$ |
| $= -\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\Theta}_0^{-1} G_\delta G_\delta^\top \hat{\Theta}_0^{-\top}}{\gamma_1^2} + \frac{\hat{\Theta}_0^{-1} \hat{\Theta}_0^{-\top}}{\gamma_2^2} + K \right) \hat{\Theta}_0^\top M \tilde{y}$ |
| 適応則 |
| $\dot{\hat{\Theta}}(t) = \text{Pr} \left\{ \Gamma_1 \Omega(t)^\top M \tilde{y}(t) \right\}$ |
| $\dot{\hat{p}}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma_2 F_0(t)^\top M \tilde{y}(t) \right\}$ |
| $\dot{\hat{\Theta}}_0(t) = \text{Pr} \left\{ \Gamma_3 V(t)^\top M \tilde{y}(t) \right\}$ ($\tilde{y}(t) \equiv [\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_N], \tilde{y}_i \equiv y_i - y_0$) |
| 状態変数 (フィルタ) |
| $\frac{d}{dt} \bar{v}_{iN1}(t) = \bar{F}_{iN} \bar{v}_{iN1}(t) + \bar{g}_{iN} f_{if}(t)$ |
| $\frac{d}{dt} \bar{v}_{iN2}(t) = \bar{F}_{iN} \bar{v}_{iN2}(t) + \bar{g}_{iN} y_i(t)$ |
| $\omega_i(t) = [v_{iN1}(t)^\top, v_{iN2}(t)^\top, f_{if}(t), y_i(t)]^\top$ |
| $\bar{v}_{iN1}(t), \bar{v}_{iN2}(t)$: 状態変数フィルタ ($2N_i$ 次元) |

表 7. 有限次元コンセンサス制御 (有向グラフ)

| |
|--|
| オブザーバの構成 $\Rightarrow y_0$ の推定 |
| $\dot{\hat{z}}_i(t) = -\beta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N c_{ij} \{\hat{z}_i(t) - \hat{z}_j(t)\} - \beta c_{i0} \{\hat{z}_i(t) - y_0(t)\} + n_{i0} \dot{y}_0(t)$ |
| 制御則 |
| $\dot{y}_{ri}(t) = \hat{z}_i(t) - \alpha \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N a_{ij} \{y_i(t) - y_j(t)\}$ |
| $s_i(t) = y_i(t) - y_{ri}(t)$ |
| $f_i(t) = \hat{p}_i(t) \left[-\hat{\Theta}_i(t)^\top \omega_i(t) + \dot{y}_{ri}(t) \right] + v_i(t) \equiv \hat{p}_i(t) f_{i0}(t) + v_i(t)$ |
| $v = [v_1, \dots, v_N]^\top = -\frac{1}{2} R^{-1} (\mathcal{L}_{g_2} W_0)^\top = -\frac{1}{2} R^{-1} \hat{\Theta}_0^\top s$ |
| $= -\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\Theta}_0^{-1} G_\delta G_\delta^\top \hat{\Theta}_0^{-\top}}{\gamma_1^2} + \frac{\hat{\Theta}_0^{-1} \hat{\Theta}_0^{-\top}}{\gamma_2^2} + K \right) \hat{\Theta}_0^\top s$ |
| 適応則 |
| $\dot{\hat{\Theta}}(t) = \text{Pr} \left\{ \Gamma_1 \Omega(t)^\top s(t) \right\}$ |
| $\dot{\hat{p}}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma_2 F_0(t)^\top s(t) \right\}$ |
| $\dot{\hat{\Theta}}_0(t) = \text{Pr} \left\{ \Gamma_3 V(t)^\top s(t) \right\}$ ($s(t) \equiv [s_1, \dots, s_N]$) |