2020年10月27日　統計数理研究所　オープンハウス

単調性と持続性に基づく因果関係について

林　崇弘　　総合研究大学院大学　統計科学専攻　5年一貫制博士課程5年

■　Actual Causalityとは？

ある事象Aがある事象Bの原因であるとは，「事象Aが起こらなかったならば，事象Bも起こらなかったであろう」という反事実に基づいて求められる．しかしながら，この方法は因果関係についてすべて捉えられているわけではない．そこで，Halpern and Pearl(2005)は因果関係についての形式化を行い，実際の原因を求める条件を定義した．

実際の原因は，統計的因果推論において因果効果が確率を用いて定義されているのとは異なり，2値変数とブール代数を用いて表現される．このことから応用として，ある事象が他の事象の原因であるかを評価したいシステムデザイン，人工知能，法的推論といった分野での適用が期待されている(C.-J. H. Seger and R. E. Bryant, 1995).

データベース，システムデザイン等で見られる現象として，ある事象が反応したとき，その子孫もすべて反応してしまうというものがある．本発表では，これを単調性として因果的な仮定として形式化し，その際，実際の原因がどのように振る舞うのかを検討する．加えて，Pearl(2009)における持続性との比較についても議論する．

最後に，Halpernは実際の原因の定義を３つ提出しているが(Halpern, 2016)，本発表では「修正済み」と呼称される実際の原因について取り扱うことに注意されたい．

■ 反事実と準備

本発表では，求める値が2値である場合の実際の原因について議論する．また以下のように記号を定める．

- 事象　$X = x$
- $[\vec{X} \leftarrow \vec{x}]\varphi$ ($\vec{X}$ を$\vec{x}$で設定した場合に φをとる)
- 因果モデル $M = (\mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{F})$
  - $\mathcal{U}$：外生変数の集合
  - $\mathcal{V}$：内生変数の集合
  - $\mathcal{F}$：構造方程式の集合
- $\vec{u}$ ：文脈（外生変数の設定）
- $(M, \vec{u}) \models Y = y$ ：$\vec{u}$において $Y = y$ をとる
- $(M, \vec{u}) \models [\vec{X} \leftarrow \vec{x}]\varphi$ は$(M_{\vec{X}=\vec{x}}, \vec{u}) \models \varphi$ と同意

この設定，つまり $(M, \vec{u})$ が与えられたのもとでの「AはBの原因である」を定義する．本発表ではHalpern(2016)に則り，事象の論理和は原因の対象にはならないとし，論理積のみを許容する．このとき，実際の原因とは，以下のように定義される．

$\vec{X} = \vec{x}$ が $(M, \vec{u})$ におけるφの実際の原因であるとは

AC1：$(M, \vec{u}) \models (\vec{X} = \vec{x}) \wedge \varphi$

AC2：$(M, \vec{u}) \models \vec{W} = \vec{w}^*$であるとき，
$(M, \vec{u}) \models \vec{W} = \vec{w} \Rightarrow (M, \vec{u}) \models [\vec{X} \leftarrow \vec{x}', \vec{W} \leftarrow \vec{w}]\neg\varphi$
を満たすような$\vec{X}$の設定 $\vec{x}'$と$\mathcal{V}$における集合$\vec{W}$が存在する．

AC3：$\vec{X}$ は最小．すなわち，$\vec{X}$ の部分集合でAC1,AC2を満たす変数は存在しない．

また，持続性については，Pearl(2009)より

$\vec{W}$ を $\mathcal{V}$ に含まれる変数集合とする．次の条件を満たすとき $\vec{u}$ において $\vec{x}$ は $\vec{y}$ を持続させるという(持続性).

(ｉ) $(M, \vec{u}) \models (\vec{X} = \vec{x})$
(ii) $(M, \vec{u}) \models \varphi$
(iii) 任意の $\vec{w}$ に対して $(M, \vec{u}) \models [\vec{X} \leftarrow \vec{x}, \vec{W} \leftarrow \vec{w}]\varphi$ が成り立つ．
(iv) ある $x' \neq x$ とある w' に対して，
$(M, \vec{u}) \models [\vec{X}' \leftarrow \vec{x}', \vec{W} \leftarrow \vec{w}']\neg\varphi$ が成り立つ．

■ 問題設定

Halpern(2016)の定義に従い計算をする際，メインとなるのはAC2である．AC2は他のAC1，AC3とは異なり，計算量が膨大になることで知られている．

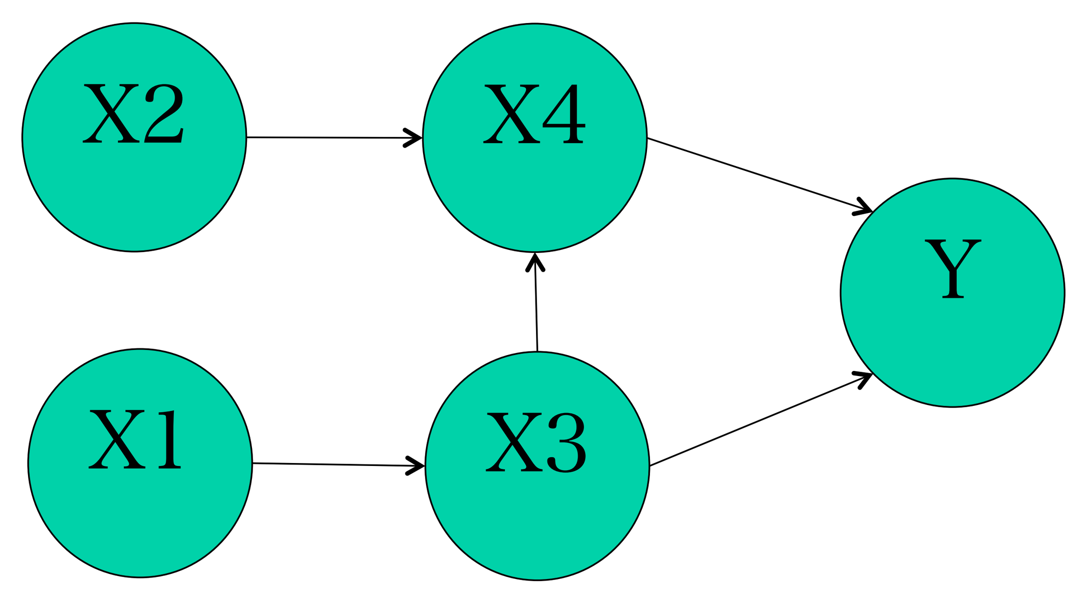
一方，データベース，システムデザイン等で実際の原因を求める際，ある事象が反応したとき，その子孫もすべて反応してしまうようなケースが考えられる．例えば，問題となる事故や事象があったとき，それ以降の工程も影響を受けて，事故や事象とみなされてしまうような場合である．本発表ではこれを単調性として表現する．このような構造をもつ因果モデルの場合に，実際の原因となるのはどのような場合なのかを証明し，持続性との関係を考察する．

■ 単調性と実際の原因(発表内容)

本発表では，問題設定をもとに単調性の定義をする．

【定義】
単調性とは，任意の$X \in \mathcal{V}$ について，$X \geq \max\{pX\}$ であることとする．ここに，pX は X の親の集合である．

【命題】
因果モデルが単調性を満たし，処理変数と反応変数がAC1を満たすとする．このとき，反応変数を除く内生変数のうち実際の原因として条件を満たす変数は，
(1)処理変数の先祖となる文脈 $\vec{U} = \vec{u}$ と
それ以外の文脈 $(\mathcal{U} \setminus \vec{U} =)\vec{U}' = \vec{u}'$ において，
任意の $u \in \vec{u}$ と任意の $u' \in \vec{u}'$ について $u \neq u'$
(2)因果グラフが処理変数の先祖または子孫で構成されている．
のどちらかに限る．



因果グラフ

表1：因果モデル(M,(1,1))

	X1	X2	X3	X4	Y
	1	1	1	1	1

表2：因果モデル(M_{¬X1},(1,1))

	X1	X2	X3	X4	Y
∅	0	1	0	1	1
X2	0	1	0	1	1
X3	0	1	1	1	1
X4	0	1	0	1	1
X2X3	0	1	1	1	1
X2X4	0	1	0	1	1
X3X4	0	1	1	1	1
X2X3X4	0	1	1	1	1

この因果モデルにおいて，証拠Wを取ることはできない．Halpern(2016)におけるSuzyとBillyの投石の例と同じ因果グラフの構造ではあるが構造方程式が違うため，結果が異なる．この結果は，単調性という因果的な仮定を置いたとしても文脈に依存するか，あるいは先祖または子孫で構成されているような単純なグラフでなければ実際の原因は求められないことに一致している．
また，持続性(iv)についても成り立っていないことがわかる．

J. Y. Halpern and J. Pearl (2005): *Causes and explanations: A structural-model approach. Part I: Causes*. British Journal for Philosophy of Science 56(4), pp. 843–887
,J. Y. Halpern (2016). Actual Causality.