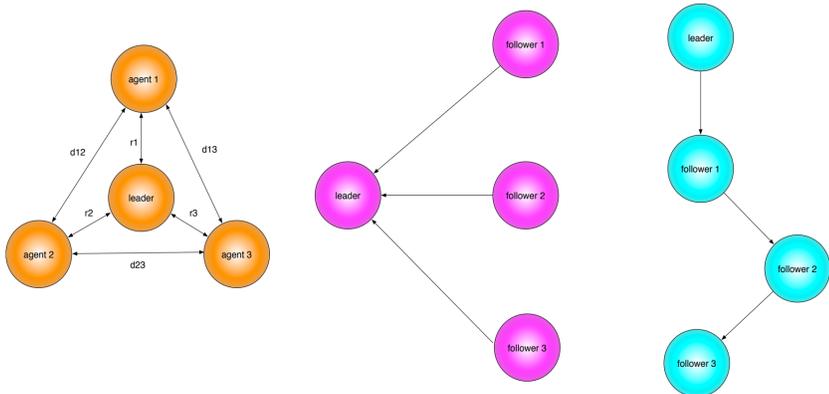


システム制御理論の研究 ～ 統計科学と制御科学の接点

宮里 義彦 モデリング研究系 教授

【マルチエージェント系の数理モデルとシステム制御理論】

- 生物の群行動の数理モデル (動物, 鳥, 魚, 人) / 知的交通システム (航空管制, スマートハイウェイ) / 車両型ロボットの群制御, ロボカップサッカー, ロボットの協調動作, ドローンの編隊制御
- マルチエージェント系の制御問題
 - ★ 様々な制御方式 ~ **フォーメーション制御**, 作業の分担 (配分), 交通制御, スケジューリング, 協調制御, **コンセンサス制御**
 - ★ ネットワークグラフによる通信制約の規定



フォーメーション制御 コンセンサス制御 ネットワークグラフ

- マルチエージェント系の**コンセンサス (合意形成)** 制御問題
 - ★ 制約のある通信環境における 重要な基本問題 (安定化と追従制御)
 - ★ 双方向通信と**片方向通信** (無向グラフと**有向グラフ**)
 - ★ 非適応/**適応** コンセンサス制御 on 無向グラフ/**有向**グラフ

【マルチエージェント系/情報構造/制御目的】

- **有向グラフ**上の Euler-Lagrange システム (マルチエージェント系) (個々のエージェント: 機械モデルとしての Euler-Lagrange システム)

表 1. Euler-Lagrange システム (マルチエージェント系)

制御対象 ($i = 1, \dots, N$)
$M_i(y_i)\ddot{y}_i + C_i(y_i, \dot{y}_i)\dot{y}_i = \tau_i$ (Euler-Lagrange (EL) システム)
$M_i(y_i)\ddot{y}_i + C_i(y_i, \dot{y}_i)\dot{y}_i + F_i(y_i, \dot{y}_i) = \tau_i$ (ELシステム ⊕ 非線形項)
$y_i \in \mathbf{R}^n$ (出力), $\tau_i \in \mathbf{R}^n$ (制御入力)
回帰形式: $M_i(y_i)a_i + C_i(y_i, \dot{y}_i)b_i = Y_i(y, \dot{y}, a_i, b_i)\theta_i$
$Y_i(y, \dot{y}, a_i, b_i)$: y_i, \dot{y}_i, a_i, b_i の既知の関数 (回帰行列)
θ_i : 未知のパラメータベクトル
$F_i(y_i, \dot{y}_i)$: 未知の 非線形項 (構造も未知)

- エージェント間のネットワーク構造 ~ **有向グラフ**による表現

表 2. ネットワークグラフ ~ 情報構造の表現

有向グラフ $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A) \Leftrightarrow$ 片方向の通信
$\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$: ノード集合 \Rightarrow 各エージェント
$\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$: 枝集合 $\Leftrightarrow (i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow i$ から j へ情報が伝達
重み付き隣接行列 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow \mathcal{E}$ より定義
グラフラプラシアン $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow A$ より定義
リーダー: y_0 フォロワー: $y_i (i = 1, \dots, N)$
$M = L + \text{diag}(a_{10} \dots a_{N0}) = [m_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow L, a_{i0}$ より定義
リーダーを含む 有向グラフ \Rightarrow リーダーを root として全域木を有する $\Rightarrow -M$ の Hurwitz 性 ($\neq M$ の正定対称性: 無向グラフ)

- 制御目的 ~ コンセンサス追従制御

表 3. 問題設定と制御目的

問題設定
パラメータ θ_i は未知, $F_i(y_i, \dot{y}_i)$ は未知 (構造も未知)
入力 $\tau_i(t)$ と状態 $y_i(t)$ と $\frac{d}{dt}y_i(t)$ が自身 (i) から測定
制御目的
マルチエージェント系 (y_1, \dots, y_N) の未知の特性を推定
制御目的 \Rightarrow 限定情報 \mathcal{G}
リーダーフォロワー型のコンセンサス制御 の実現
$y_i \rightarrow y_j, y_i \rightarrow y_0, \dot{y}_i \rightarrow \dot{y}_j, \dot{y}_i \rightarrow \dot{y}_0$

【適応 H_∞ コンセンサス制御 (EL システムの場合)】

表 4. 適応 H_∞ コンセンサス制御 (EL システムの場合)

オブザーバの構成 $\Rightarrow \hat{y}_0$ の推定
$\dot{\hat{z}}_i(t) = -\beta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N c_{ij} \{\hat{z}_i(t) - \hat{z}_j(t)\} - \beta c_{i0} \{\hat{z}_i(t) - \hat{y}_0(t)\} + n_{i0} \dot{y}_0(t)$
制御則
$\dot{y}_{ri}(t) = \hat{z}_i(t) - \alpha \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N a_{ij} \{y_i(t) - y_j(t)\}$
$s_i(t) = \dot{y}_i(t) - \dot{y}_{ri}(t)$
$\tau_i(t) = Y_i(t)\hat{\theta}_i(t) + v_i(t) \quad (Y_i(t) \equiv Y_i(y, \dot{y}, \dot{y}_{ri}))$
$v(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}s \quad (s(t) \equiv [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T)$
適応則
$\hat{\theta}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma Y(t)^T s(t) \right\} \quad (\text{Pr} : \text{Projection})$
最適性と漸近特性
$\begin{cases} R = \left(\frac{Y Y^T}{\gamma^2} + K \right)^{-1} \\ q = \frac{1}{4} s^T K s \\ J(t) \equiv \sup_{d \in \mathcal{L}_2} \left[\int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) - \gamma^2 \int_0^t \ d\ ^2 d\tau \right] \\ \int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) \leq \gamma^2 \int_0^t \ d\ ^2 d\tau + W_0(0) \\ d = (\hat{\theta} - \theta) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0 \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{T} \int_0^T \ \tilde{y}(t)\ ^2 dt \leq \text{const} \cdot \frac{1}{\alpha\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\ \ddot{y}_0 \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{T} \int_0^T \ \dot{\tilde{y}}(t)\ ^2 dt \leq \text{const} \cdot \frac{1}{\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\ \ddot{y}_0 \end{cases}$

- $N_0 - 1 = 0$ あるいは $\ddot{y}_0 = 0$ の時にコンセンサス制御が漸近的に達成

【適応 H_∞ コンセンサス制御 (EL ⊕ 非線形項の場合)】

表 5. 適応 H_∞ コンセンサス制御 (EL ⊕ 非線形項の場合)

オブザーバの構成 $\Rightarrow \hat{x}_0$ の推定
$\dot{\hat{z}}_i(t) = -\beta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N c_{ij} \{\hat{z}_i(t) - \hat{z}_j(t)\} - \beta c_{i0} \{\hat{z}_i(t) - \hat{y}_0(t)\} + n_{i0} \dot{y}_0(t)$
制御則
$\dot{y}_{ri}(t) = \hat{z}_i(t) - \alpha \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N a_{ij} \{y_i(t) - y_j(t)\}$
$s_i(t) = \dot{y}_i(t) - \dot{y}_{ri}(t)$
$\tau_i(t) = Y_i(t)\hat{\theta}_i(t) + \hat{W}_i(t)^T S(\hat{V}_i(t)^T \hat{z}_i(t)) + v_i(t)$
$(\hat{W}_i(t), \hat{V}_i(t))$: ニューラルネットの重み係数, S : シグモイド関数
$v(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}s \quad (s(t) \equiv [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T)$
適応則
$\begin{cases} \hat{\theta}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma_1 Y(t)^T s(t) \right\} \\ \hat{\Phi}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma_2 \Omega(t)^T s(t) \right\} \quad (\neq \text{Back Propagation}) \end{cases}$
最適性と漸近特性
$\begin{cases} R = \left(\frac{Y Y^T}{\gamma_1^2} + \frac{\Omega \Omega^T}{\gamma_2^2} + \frac{\Psi_1 \Psi_1^T}{\gamma_3^2} + \frac{\Psi_2 \Psi_2^T}{\gamma_4^2} + K \right)^{-1} \\ q = \frac{1}{4} s^T K s \\ J(t) \equiv \sup_{d_i \in \mathcal{L}_2} \left[\int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) - \sum_{i=1}^4 \gamma_i^2 \int_0^t \ d_i\ ^2 d\tau \right] \\ \int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) \leq \sum_{i=1}^4 \gamma_i^2 \int_0^t \ d_i\ ^2 d\tau + W_0(0) \\ d_1 = \hat{\theta} - \theta, d_2 = \hat{\Phi} - \Phi, d_3 = D_1, d_4 = D_2 \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{T} \int_0^T \ s(t)\ ^2 dt \leq \text{const} \cdot (\gamma_3^2 + \gamma_4^2) \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{T} \int_0^T \ \hat{x}(t)\ ^2 dt \leq \text{const} \cdot \frac{1}{\alpha} (\gamma_3^2 + \gamma_4^2) \\ \quad + \text{const} \cdot \frac{1}{\alpha\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\ \ddot{x}_0 \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{T} \int_0^T \ \dot{\hat{x}}(t)\ ^2 dt \leq \text{const} \cdot (\gamma_3^2 + \gamma_4^2) \\ \quad + \text{const} \cdot \frac{1}{\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\ \ddot{x}_0 \end{cases}$

- $\gamma_3^2 + \gamma_4^2$: ニューラルネットの近似誤差と算法上の誤差 \Rightarrow 漸近的なコンセンサス制御の達成はできない