

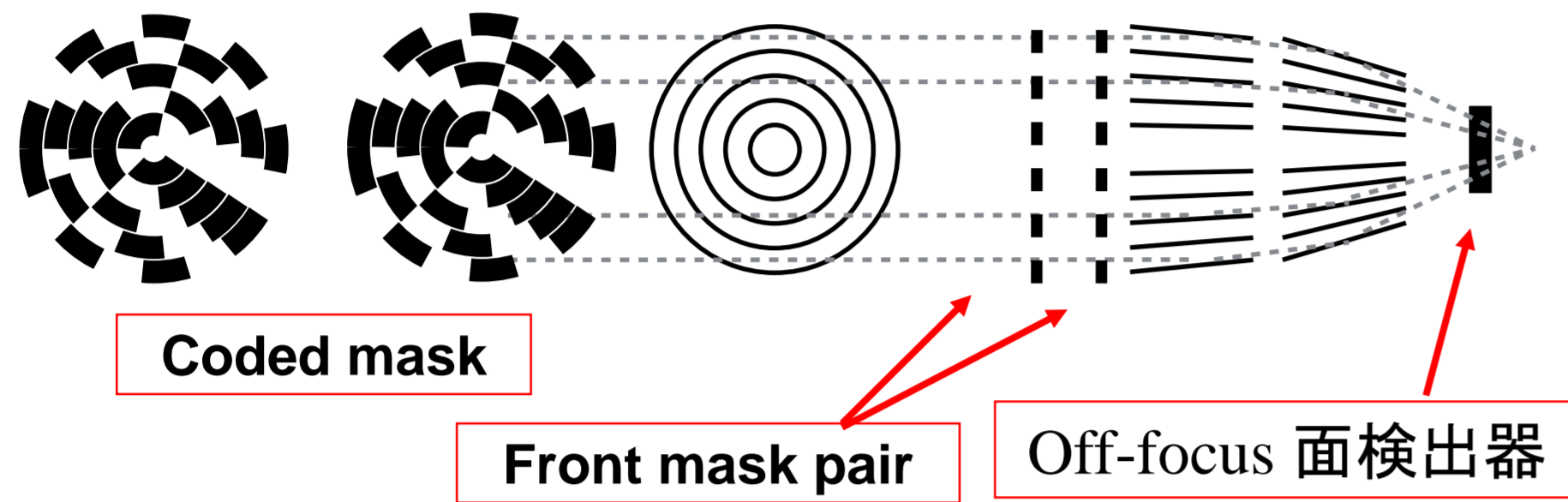
超解像X線望遠鏡のイメージ再構成法

森井 幹雄 統計的機械学習研究センター 特任助教

共同研究者:
池田思朗(統数研)、前田良知(JAXA)

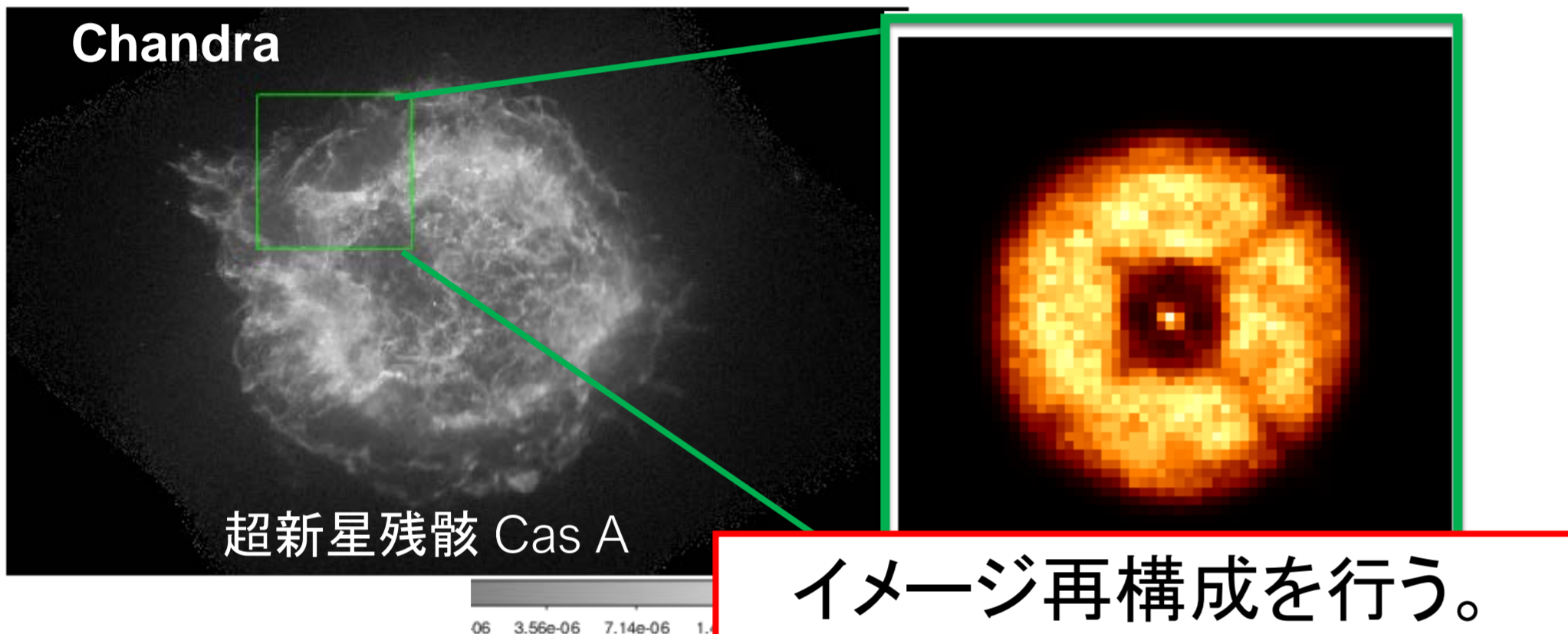
天体は、可視光、X線、電波など様々な波長域で電磁波を放射している。天体を観測する望遠鏡の構造は波長毎に異なり、角度分解能も異なっている。可視光ではハッブル宇宙望遠鏡が最も良く0.05秒角。X線ではチャンドラ衛星が最も良く、0.5秒角を達成しているが、回折限界ではなく望遠鏡の加工精度によって分解能が決まっている。日本の宇宙航空研究開発機構(JAXA)が打ち上げた「すざく」や「ひとみ」X線衛星は有効面積を稼ぐ軽量鏡を用いるため数分角の分解能となっている。JAXAの前田良知らは前置型光学系にCoded Maskを導入し、焦点から検出器をずらすことにより、集光光学系の角度分解能を超える分解能が達成可能であることを示した(2017年天文学会)。これにより、大有効面積かつ広帯域に感度を持つ超解像X線望遠鏡が実現可能となる。ただし、イメージ再構成には入射光子の方向の関数としてのPoint Spread Function (PSF)のモデルを用いて、イメージのDeconvolutionを行う必要がある。検出器上の光子の分布はPoisson分布に従い、イメージは最尤法で再構成できる。最尤推定量を求める方法は、Richardson-Lucyアルゴリズム(R-L法)が知られているが光子数が少ない場合、この方法で再構成されるイメージは安定しない。そこでスパースモデリングの方法を応用し、点源が優勢である対象であっても、超新星残骸のように広がった天体であっても対応できる新たなイメージング法を提案した。アルゴリズムはR-L法と近接勾配法を組み合わせで導出した。

Angular Resolution Booster (分角 → 秒角)



X線集光光学系の結像性能は分角だが、再構成イメージの角度分解能はCoded Maskによって決まる(秒角！)。

Off-focus面で得られるイメージ



問題設定

Off-focus 面検出器で検出されるphoton数は Poisson 統計に従う。

$$Y(v) \sim \text{Poisson} \left(\sum_u t(v, u) \lambda(u) \right)$$

- ✓ $Y(v)$: Off-focus 面検出器のピクセル(v)で検出されたphoton数
- ✓ $T(v, u)$: 検出器のレスポンス $\sum_v t(v, u) = 1$
- ✓ $\lambda(u)$: 天球面上のイメージ

対数尤度: $L(\lambda) = \log \prod_v Y(v)$

尤度を最大化する方法: Richardson-Lucy 法

$$\lambda^{(r+1)} \leftarrow \sum_v \frac{t(v, u) \lambda(u)^{(r)} Y(v)}{\sum_u t(v, u) \lambda(u)^{(r)}}$$

これは、EMアルゴリズムをPoisson統計に従う分布に適用したもの。

スパース性 (Dirichlet prior):

$$\log [\pi_\beta(\lambda)] = (\beta - 1) \sum_u \log \left[\frac{\lambda(u)}{\sum_u \lambda(u)} \right]$$

EMアルゴリズム
S. Ikeda et al. (2014)
NIM A, 760, 46

滑らかさ:

$$V_\rho(\lambda) = \frac{1}{(\sum_u \lambda)^2} \sum_{(i,j)} [(\lambda_{i,j} - \lambda_{i+1,j})^2 + (\lambda_{i,j} - \lambda_{i,j+1})^2]$$

隣接するpixelとの差を小さくする。

近接勾配法 + EMアルゴリズム

本研究

点源や拡散成分が混在するイメージに適用可能

$$\lambda^* = \arg \max_{\lambda(u) \geq 0} [L(\lambda) + \log [\pi_\beta(\lambda)] - \mu V_\rho(\lambda)]$$

対数尤度

スパース性

滑らかさ

$$\beta \in [0, 1] \quad \mu \in [0, \infty)$$

1. EMアルゴリズムで解く。
2. この更新式の最適化を近接勾配法で解く。

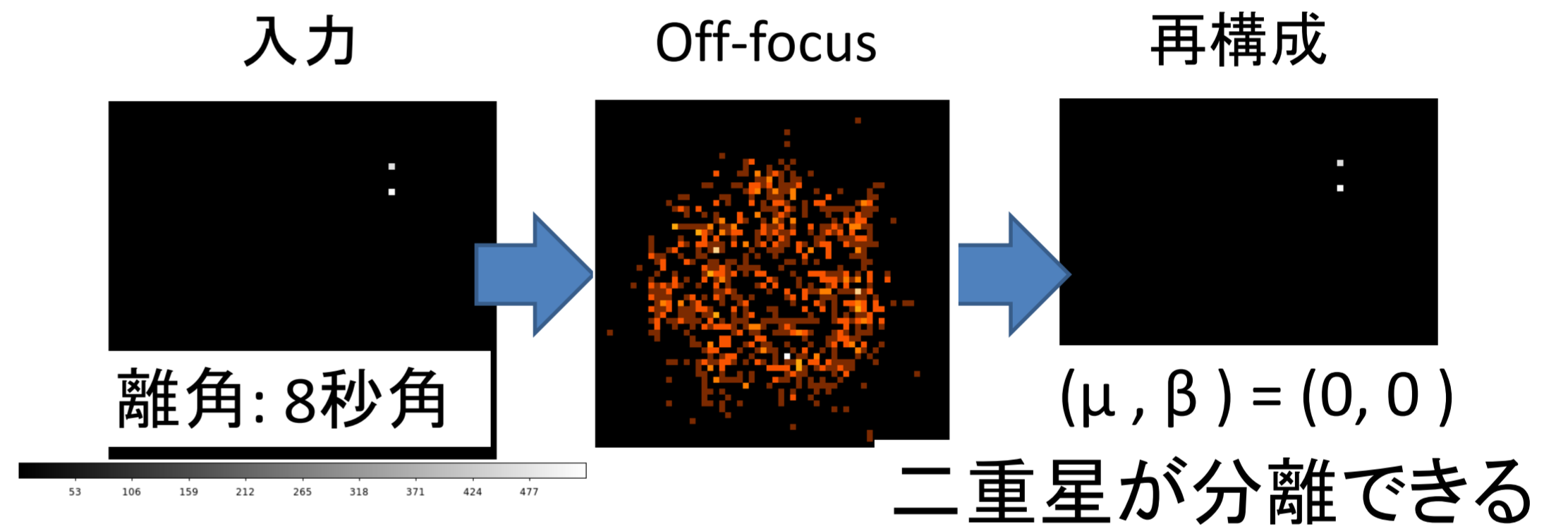
M-step ($r = 1, 2, \dots$)

$$\rho^{(r+1)} = \arg \min_{\rho \in C} \left[L_{\text{sub}} \equiv - \sum_u m_u^{(r)} \log \rho_u + (1 - \beta) \sum_u \log \rho_u + \mu V(\rho) \right],$$

$$m_u^{(r)} = \sum_v Y(v) \frac{t(v, u) \rho_u^{(r)}}{\sum_u t(v, u) \rho_u^{(r)}}$$

さらに、この最適化を近接勾配法で解く。

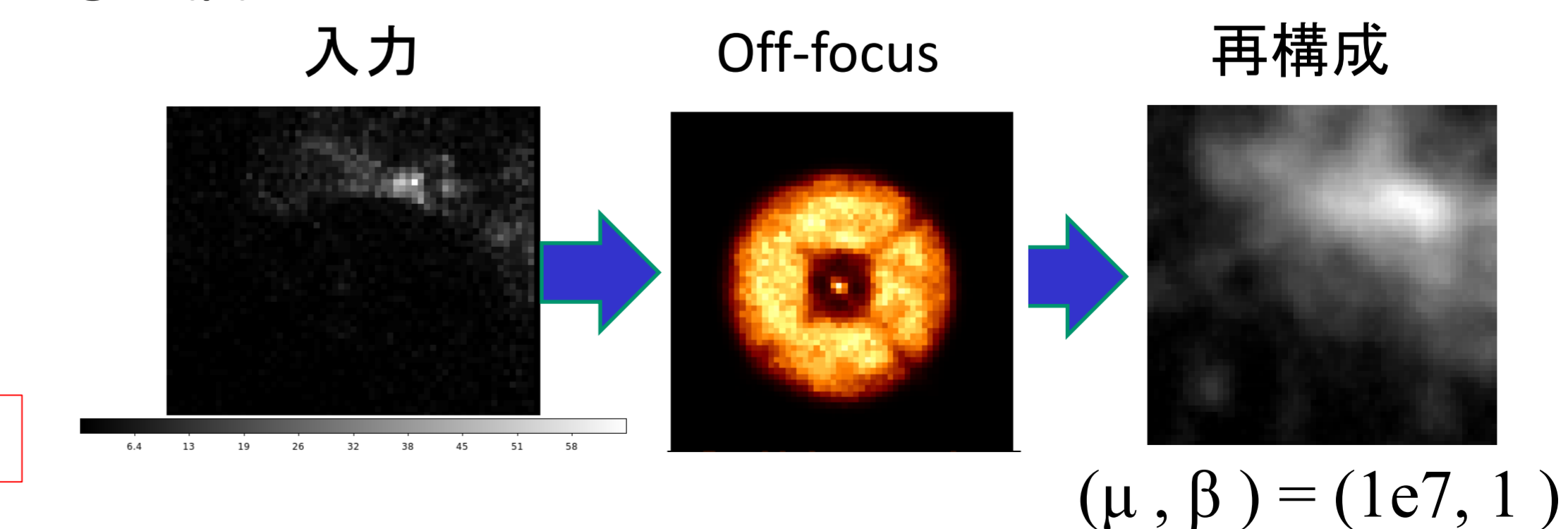
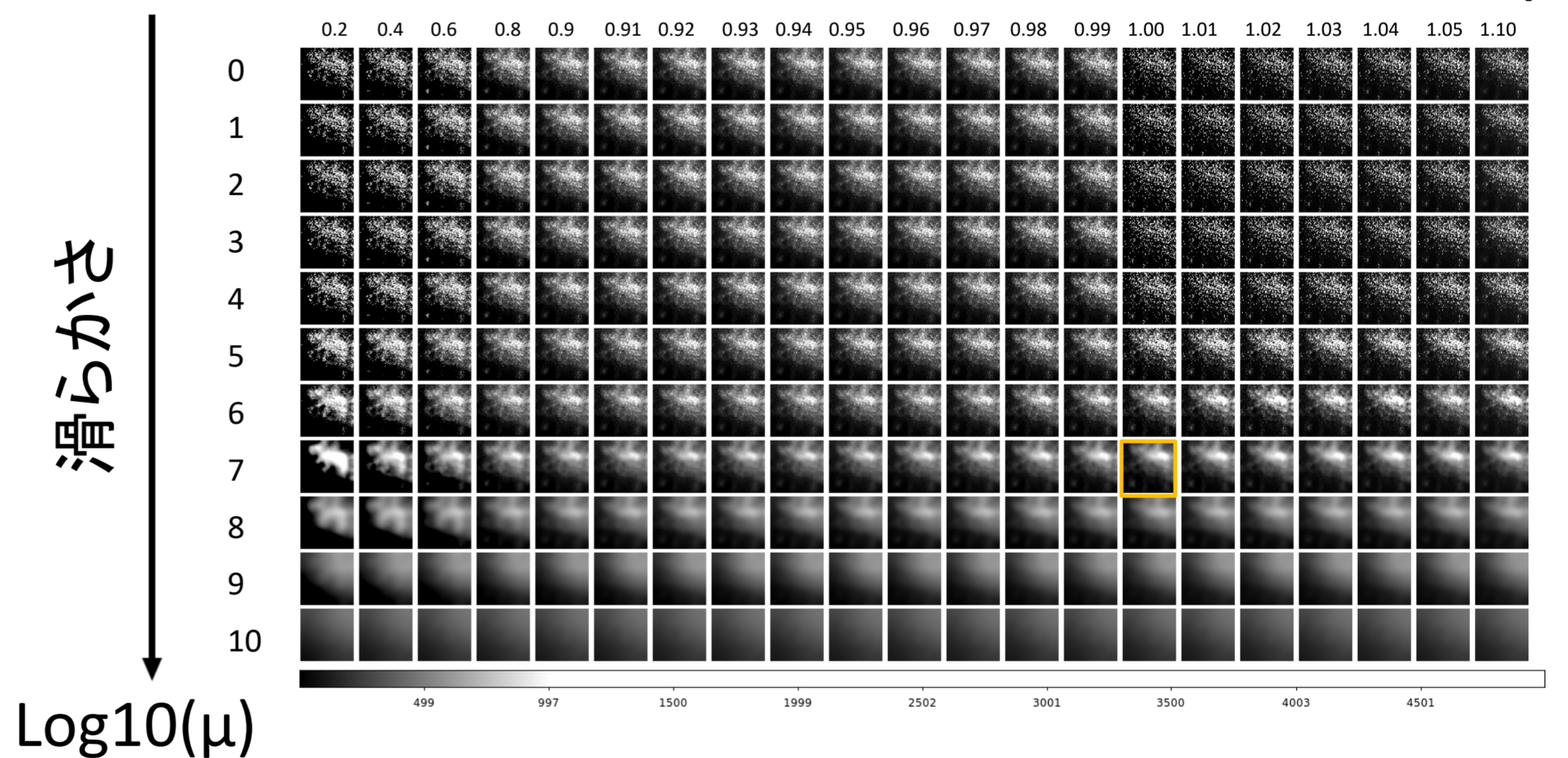
二重星(photon数: 1e+3)



超新星残骸Cas A(photon数: 1e+6)

交差検証(5 fold)によって、最適な (μ, β) を求める。

スパース性 ← β



本研究の一部は科研費(25120008, 17K05395)及びJST CREST(JPMJCR1414)の支援を受けたものです。