

システム制御理論の研究 ～ 統計科学と制御科学の接点

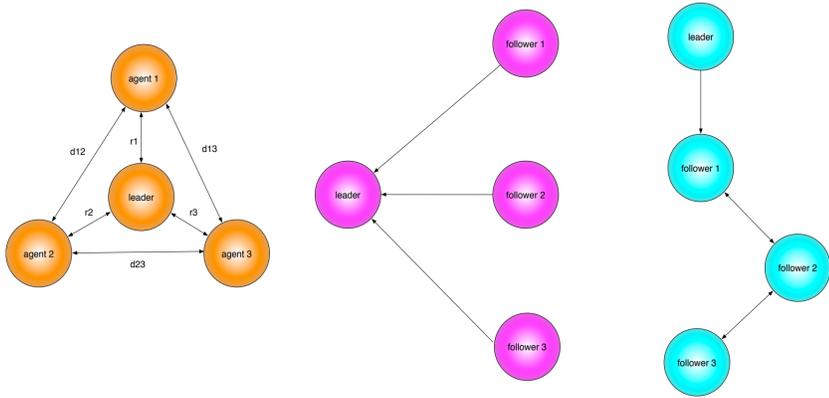
宮里 義彦 数理・推論研究系 教授

【マルチエージェント系の数理モデルとシステム制御理論】

- 生物の群行動の数理モデル（動物，鳥，魚，人）／知的交通システム（航空管制，スマートハイウェイ）／車両型ロボットの群制御，ロボットサッカー，ロボットの協調動作

● マルチエージェント系の制御問題

- ★ 様々の制御方式 ～ フォーメーション制御，作業の分担（配分），交通制御，スケジューリング，協調制御，コンセンサス制御



フォーメーション制御 コンセンサス制御 ネットワークグラフ

● マルチエージェント系のコンセンサス（合意形成）制御問題

- ★ 制約のある通信環境における 重要な基本問題（安定化と追従制御）

【マルチエージェント系／情報構造／制御目的】

- マルチエージェント系（個々のエージェント：2次の回帰モデル）

表 1. マルチエージェント系

制御対象
$\ddot{x}_i(t) = \Omega_i(t)\theta_i + B_i u_i(t), \quad (i = 1, \dots, N)$
$x_i \in \mathbf{R}^n$: 状態, $u_i \in \mathbf{R}^n$: 入力信号
$\theta \in \mathbf{R}^m, B_i = \text{diag}(b_{i1}, \dots, b_{in}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$: 未知のパラメータ
$\Omega_i \in \mathbf{R}^{n \times m}$: x_i と \dot{x}_i から成る既知の回帰行列

- エージェント間の情報構造～ネットワークグラフによる表現

表 2. ネットワークグラフ～情報構造の表現

無向グラフ $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A) \Leftrightarrow$ 双方向の通信
$\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$: ノード集合 \Rightarrow 各エージェント
$\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$: 枝集合 \Leftrightarrow エージェント間で相互通信が可能
重み付き隣接行列 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow \mathcal{E}$ より定義
グラフラプラシアン $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow A$ より定義
リーダー: x_0
$M = L + \text{diag}(a_{10} \dots a_{N0}) = [m_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow L, a_{i0}$ より定義
ネットワークグラフの連結
&
リーダー情報の少なくとも一つのエージェントへの伝達
$\Rightarrow M$ の正定性

- 制御目的～コンセンサス追従制御

表 3. 問題設定と制御目的

問題設定
パラメータ θ_i, B_i は未知
入力 $u_i(t)$ と状態 $x_i(t), \frac{d}{dt}x_i(t)$ が自身 (i) から測定可能
制御目的
マルチエージェント系 (x_1, \dots, x_N) ($i = 1, \dots, N$)
各エージェントの未知の特性を推定
制御目的 \Rightarrow 限定情報 \mathcal{G}
リーダーフォロワー型のコンセンサス制御の実現
$x_i \rightarrow x_j, \dot{x}_i \rightarrow \dot{x}_j, x_i \rightarrow x_0, \dot{x}_i \rightarrow \dot{x}_0$

【マルチエージェント系の適応 H_∞ コンセンサス制御】

表 4. 適応 H_∞ コンセンサス制御

制御則
$u_i(t) = \hat{P}_i(t)u_{i0}(t) + v_i(t)$
$u_{i0}(t) = \begin{bmatrix} -\Omega_i(t)\hat{\theta}_i(t) - \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij} [\{x_i(t) - x_j(t)\} + \alpha\{\dot{x}_i(t) - \dot{x}_j(t)\}] \\ + n_{i0}\ddot{x}_0(t) \end{bmatrix}$
$v(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}\hat{B}^T(M \otimes I)\tilde{s} \quad (\tilde{s}(t) \equiv \dot{x}(t) + \gamma\tilde{x}(t), \tilde{x}_i(t) \equiv x_i(t) - x_0(t))$
適応則
$\dot{\hat{b}}(t) = \text{Pr} \left\{ \Gamma_1 V(t)^T (M \otimes I) \tilde{s}(t) \right\}, \quad \dot{\hat{\theta}}(t) = \text{Pr} \left\{ \Gamma_2 \Omega(t)^T (M \otimes I) \tilde{s}(t) \right\}$
$\dot{\hat{p}}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma_3 U_0(t)^T (M \otimes I) \tilde{s}(t) \right\} \quad (\text{Pr} : \text{射影作用素})$
最適性と漸近特性
$\begin{cases} R = \left(\frac{\hat{B}^{-1}\Omega\Omega^T\hat{B}^{-T}}{\gamma_1^2} + \frac{\hat{B}^{-1}U_0U_0\hat{B}^{-T}}{\gamma_2^2} + \frac{\hat{B}^{-1}\hat{B}^{-T}}{\gamma_3^2} + K_R \right)^{-1} \\ q = \tilde{z}^T (Q \otimes I) \tilde{z} + \frac{1}{4}\tilde{s}^T (M \otimes I) \hat{B}K_R\hat{B}^T (M \otimes I) \tilde{s} \\ J(t) \equiv \sup_{d_i \in \mathcal{L}_2} \left[\int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) - \sum_{i=1}^3 \gamma_i^2 \int_0^t \ d_i\ ^2 d\tau \right] \\ \int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) \leq \sum_{i=1}^3 \gamma_i^2 \int_0^t \ d_i\ ^2 d\tau + W_0(0) \\ d_1 = (\theta - \hat{\theta}), d_2 = B(\hat{p} - p), d_3 = \{(N_0 - 1) \otimes I\} \ddot{x}_0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{x}}(t) = 0 \Leftrightarrow d_3 = 0 \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{T} \int_0^T \{ \ \tilde{x}(t)\ ^2 + \ \dot{\tilde{x}}(t)\ ^2 \} dt \leq \text{const} \cdot \gamma_3^2 \Leftrightarrow d_3 \neq 0 \end{cases}$

【漸近安定性を達成する適応 H_∞ コンセンサス制御 I】

表 5. 漸近安定な適応 H_∞ コンセンサス制御 I

リーダーの条件
$\ddot{x}_0(t) = f(x_0(t), \dot{x}_0(t), t)$ ($f(\cdot, \cdot, \cdot)$ の関数形は既知)
$\ f(x_0, \dot{x}_0, t) - f(x_i, \dot{x}_i, t)\ \leq \rho_1 \ x_0 - x_i\ + \rho_2 \ \dot{x}_0 - \dot{x}_i\ $
制御則
$u_i(t) = \hat{P}_i(t)u_{i0}(t) + v_i(t)$
$u_{i0}(t) = \begin{bmatrix} -\Omega_i(t)\hat{\theta}_i(t) - \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij} [\{x_i(t) - x_j(t)\} + \alpha\{\dot{x}_i(t) - \dot{x}_j(t)\}] \\ + f(x_i(t), \dot{x}_i(t), t) - \hat{k}_i(t) \sum_{j=1}^N m_{ij} I \tilde{s}_j(t) \end{bmatrix}$
$v(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}\hat{B}^T(M \otimes I)\tilde{s}$
適応則
$\dot{\hat{b}}(t) = \text{Pr} \left\{ \Gamma_1 V(t)^T (M \otimes I) \tilde{s}(t) \right\}, \quad \dot{\hat{\theta}}(t) = \Gamma_2 \Omega(t)^T (M \otimes I) \tilde{s}(t)$
$\dot{\hat{p}}(t) = -\Gamma_3 U_0(t)^T (M \otimes I) \tilde{s}(t), \quad \dot{\hat{k}}_i(t) = \Gamma_{4i} \left\ \sum_{j=1}^N m_{ij} I \tilde{s}_j(t) \right\ ^2$
最適性と漸近特性 (表4との違い)
$\begin{cases} R = \left(\frac{\hat{B}^{-1}\Omega\Omega^T\hat{B}^{-T}}{\gamma_1^2} + \frac{\hat{B}^{-1}U_0U_0\hat{B}^{-T}}{\gamma_2^2} + \frac{\hat{B}^{-1}[(M \otimes I)\tilde{s}][(M \otimes I)\tilde{s}]^T\hat{B}^{-T}}{\gamma_3^2} + K_R \right)^{-1} \\ q = \frac{1}{4}\tilde{s}^T (M \otimes I) \hat{B}K_R\hat{B}^T (M \otimes I) \tilde{s} \\ d_1 = (\theta - \hat{\theta}), d_2 = B(\hat{p} - p), d_3 = (k\mathbf{1} - \hat{k}) \otimes \mathbf{1} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{x}}(t) = 0 \end{cases}$

【漸近安定性を達成する適応 H_∞ コンセンサス制御 II】

表 6. 漸近安定な適応 H_∞ コンセンサス制御 II

リーダーの条件
$\ddot{x}_0(t) = f(x_0(t), \dot{x}_0(t)) = \Phi_{01}x_0(t) + \Phi_{02}\dot{x}_0(t)$ ($\Phi_{01}, \Phi_{02} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ は未知)
制御則 (表5との違い)
$u_{i0}(t) = \begin{bmatrix} -\Omega_i(t)\hat{\theta}_i(t) - \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij} [\{x_i(t) - x_j(t)\} + \alpha\{\dot{x}_i(t) - \dot{x}_j(t)\}] \\ + \hat{\Phi}_{01i}(t)x_i(t) + \hat{\Phi}_{02i}(t)\dot{x}_i(t) - \hat{k}_i(t) \sum_{j=1}^N m_{ij} I \tilde{s}_j(t) \end{bmatrix}$
適応則 (表5との違い)
$\dot{\hat{\theta}}(t) = \Gamma_2 \Omega(t)^T (M \otimes I) \tilde{s}(t) \quad (\Omega_i(t)\hat{\theta}_i - \hat{\Phi}_{01i}x_i(t) - \hat{\Phi}_{02i}\dot{x}_i(t) \equiv \Omega_i(t)\hat{\theta}_i)$
最適性と漸近特性 \Rightarrow 表5と同じ