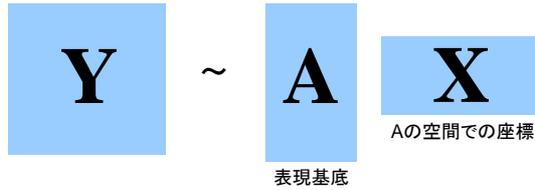


# 行列分解問題における確率伝搬法

坂田 綾香 モデリング研究系 助教

行列分解問題とは:

データを行列の積として近似する問題の総称

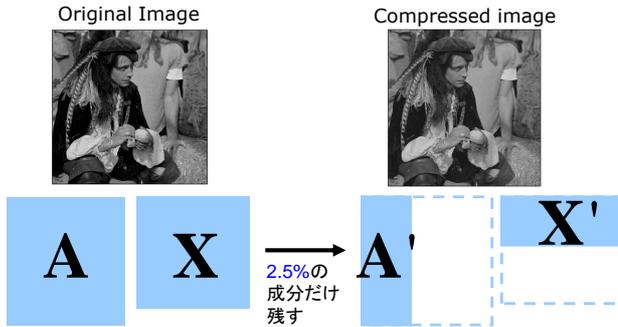


個別の問題ごとに、行列の性質を仮定する。  
 主成分分析(PCA) ... Aの列は互いに直交する  
 非負因子行列分解(NMF) ... A, Xの要素が非負  
 辞書学習(DL) ... Xがスパース行列

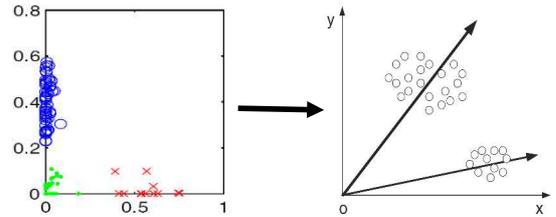
行列分解の目的

データの圧縮

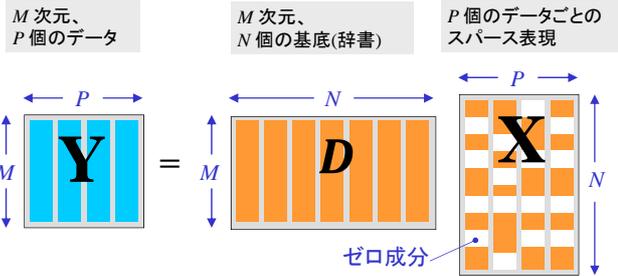
データの傾向、本質の抽出



非負因子行列分解による文書クラスタリング [Xu and Liu (2003)]

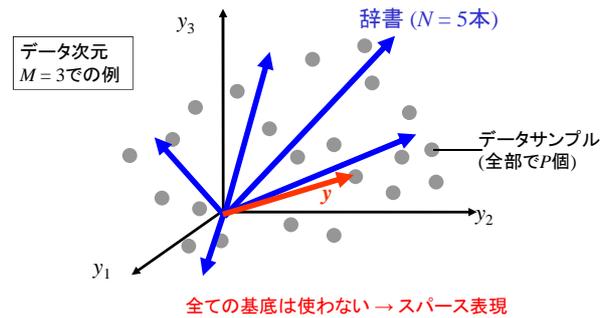


辞書学習



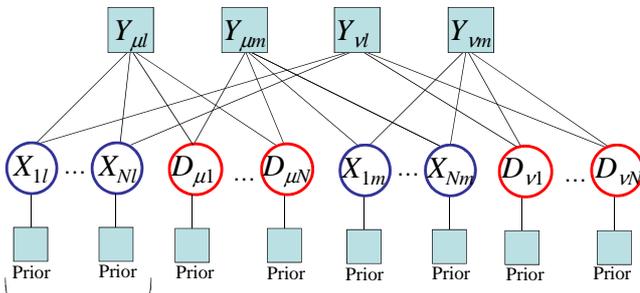
データ次元 < 辞書列の数 のとき、  
Dを過完備辞書と呼ぶ。

「辞書」とはスパース表現のための基底である。



行列分解問題に対する確率伝搬法

二部グラフによる行列分解の表現



辞書学習の場合、  
スパース制約を事前分布で表現

ベイズ推定

$$P(D, X|Y) = \frac{P(D, X, Y)}{P(Y)} \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\|Y - DX\|_2^2\right) P(D, X)$$

推定値

$$\hat{D} = \langle D \rangle \quad \hat{X} = \langle X \rangle \quad (\text{事後分布による平均})$$

→ 確率伝搬法で近似的に計算する。

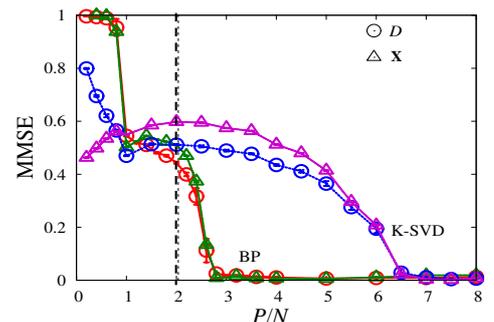
辞書学習の場合の確率伝搬法

$$\langle D_{\mu i} \rangle = \frac{h_{\mu i}^D}{\hat{Q}_{D,i} + \hat{q}_{D,\mu i}}$$

$$\langle X_{il} \rangle = \frac{\rho Z(h_{il}^X, \hat{q}_{X,il})}{1 - \rho + \rho Z(h_{il}^X, \hat{q}_{X,il})} \frac{h_{il}^X}{\hat{q}_{X,il} + \sigma_X^{-2}}$$

※ ρは非ゼロ要素の割合

既存アルゴリズム(K-SVD)より学習性能が良い。



Y. Kabashima, F. Krzakala, M. Mézard, A. Sakata and L. Zdeborová  
 IEEE Transactions on Information Theory, vol.62 Issue 7, 4228-4265 (2016).