

結合モデルへのデータ同化

上野 玄太 モデリング研究系 准教授

【結合モデル】

単体モデルが2つ
(物理モデル)

$$\begin{aligned} X_t &= f_t(X_{t-1}) \text{ 「海洋モデル」} \\ Y_t &= g_t(Y_{t-1}) \text{ 「大気モデル」} \end{aligned}$$

結合モデル

$$\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = F_t(X_{t-1}, Y_{t-1})$$

状態空間モデル

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = F_t \left(\begin{pmatrix} X_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{pmatrix}, v_t \right) \\ y_t = h_t \left(\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} \right) + w_t \end{cases}$$

システムモデル

観測モデル

【部分的な観測データ】

観測モデル $y_t = \mathbf{H} \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} + w_t$

case 1: $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ X_t も Y_t も観測

case 2: $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ X_t のみ観測(海洋だけ) $\rightarrow Y_t$ の推定値?

case 3: $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ Y_t のみ観測(大気だけ) $\rightarrow X_t$ の推定値?

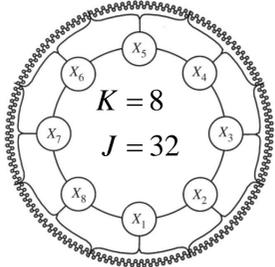
期待: いずれの場合においても、
ひとつの結合システムから得られる観測データなので、
妥当な推定値が得られるはずである! (何が「妥当」?)

【Lorenz 96 結合モデルによる同化実験】

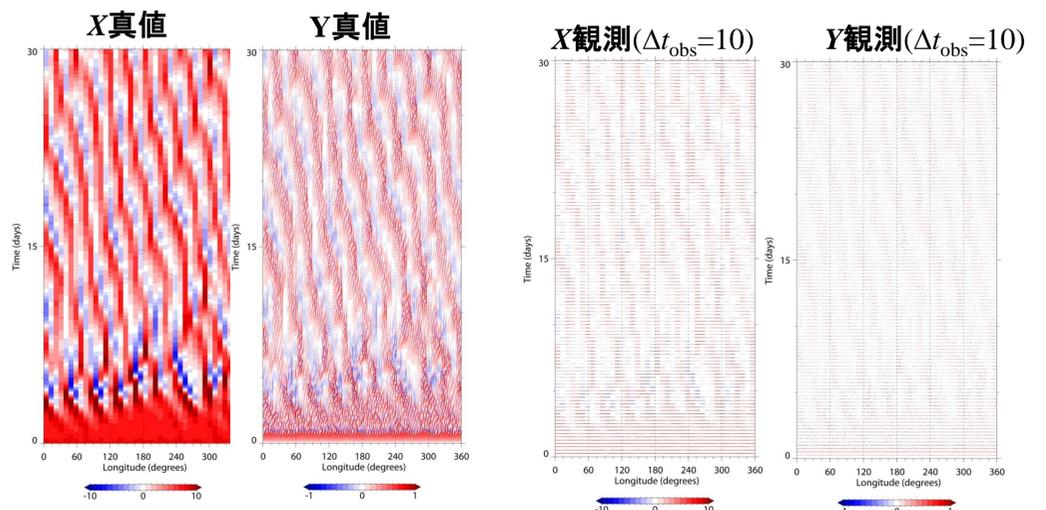
$$\begin{aligned} \frac{dX_k}{dt} &= -X_{k-1}(X_{k-2} - X_{k+1}) - X_k - \frac{hc}{b} \sum_{j=1}^J Y_{j,k} \\ \frac{dY_{j,k}}{dt} &= -cbY_{j+1,k}(Y_{j+2,k} - Y_{j-1,k}) - cY_{j,k} + \frac{hc}{b} X_k \end{aligned}$$

Lorenz, Edward N. "Predictability: A problem partly solved." Proc. Seminar on predictability. Vol. 1. No. 1. 1996.

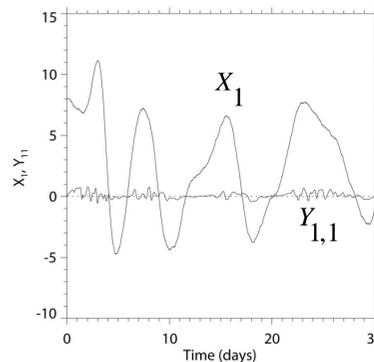
パラメータ	文字	設定値
Xの次元	K	40
Yの次元(X_i あたり)	J	10
結合定数	h	1
外力	F	8.0
空間スケール比	b	10 (Yの振幅は1/10)
時間スケール比	c	10 (Yは10倍速く振動)



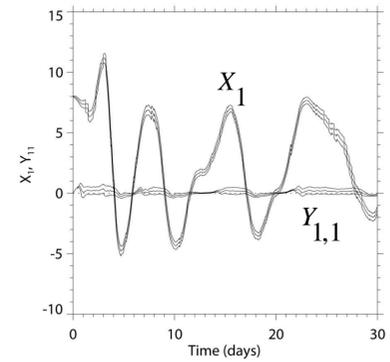
Wilks, D. S. (2005),
Effects of stochastic
parametrizations in the
Lorenz '96 system.
Q.J.R. Meteorol. Soc.,
131: 389-407.
doi:10.1256/qj.04.03



真の状態



アンサンブル平均と標準偏差



【長い観測間隔 ($\Delta t_{obs}=10$)】

	R_X	R_Y	MSE_X	MSE_Y	LogLike
設定値	1	0.01	0.211	0.025	-24768.2
MLE	0.5	0.02	0.169	0.022	2766.8
MSE	0.5	0.01	0.168	0.021	-18332.1
	R_X	R_Y	MSE_X	MSE_Y	LogLike
設定値	1	-	0.223	0.079	-7181.4
MLE	1	-	0.223	0.079	-7181.4
MSE	0.5	-	0.190	0.079	-7575.0
	R_X	R_Y	MSE_X	MSE_Y	LogLike
設定値	-	0.01	0.234	0.015	6068.7
MLE	-	0.02	0.377	0.020	14732.5
MSE	-	0.01	0.234	0.015	6068.7

Case 1:
理想状態

Case 2:
周波数、波長が
Xと同程度に長い

Case 3:
Yの短周波変動
がやや乗る?

【短い観測間隔 ($\Delta t_{obs}=1$)】

	R_X	R_Y	MSE_X	MSE_Y	LogLike
設定値	1	0.01	0.067	0.007	223562.1
MLE	0.5	0.01	0.057	0.003*	284546.0
MSE	0.5	0.1	0.046*	0.005	-1873.8
	R_X	R_Y	MSE_X	MSE_Y	LogLike
設定値	1	-	0.072	0.079	-69873.0
MLE	1	-	0.072	0.079	-69873.0
MSE	0.5	-	0.063	0.081	-77484.4
	R_X	R_Y	MSE_X	MSE_Y	LogLike
設定値	-	0.01	0.065	0.001	398949.3
MLE	-	0.01	0.065	0.001	398949.3
MSE	-	0.01	0.065	0.001	398949.3

Case 1:
理想状態

Case 2:
 $\Delta t_{obs}=10$ と
状況変わらず

Case 3:
Case 1と
同程度に改善

【まとめ】

Xの観測データのみでの同化では、Yの短周波・短波長の変動は再現できない。これは、観測時間間隔を短くしても改善しない。
Yの観測データのみでの同化では、Xの推定値にYの短周波の影響が乗る。しかし、観測時間間隔を短くすると改善する。
Yの観測データを高時間分解能で取得すべきである。具体的には、Yの周期変動が同定できる程度の時間間隔が必要である。
XからYの再現には、新たに部分モデルを導入する必要がある。