システム制御理論の研究 ～ 統計科学と制御科学の接点

宮里　義彦　　数理・推論研究系　教授

【多重サンプリング方式と周期時変フィードバックを利用したディジタル制御系の零点補償の研究】

システムの挙動（安定性・応答の速さなど）を決定するのは極 (pole) ですが，制御補償によりシステムの挙動を改善できるかどうかは零点 (zero) によって決まります．ところがフィードバック制御において極は再配置可能ですが，零点は移動させることができません．さらに通常のサンプリング方式を用いてディジタル制御系を構成すると零点が不安定なシステム（非最小位相系）になる場合が大部分で，このような時にフィードバック制御を用いたシステムの特性改善は多くは望めません．それに対して多重サンプリング方式に基づく周期時変フィードバックを用いて直接に零点を再配置する手法を考案し，これを利用した非最小位相系に対するモデル規範形適応制御やセルフチューニングコントローラ（確率適応制御の一手法）の設計方法を研究しています．

● **通常のサンプリング方式に基づくディジタルフィードバック制御**
⇒ **極の再配置のみ**

表 1．制御対象とフィードバック制御

$\begin{cases} A(z^{-1})y(i) = B(z^{-1})u(i) \\ u(i) = F(z^{-1})y(i) \end{cases}$
$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \cdots + b_n z^{-n} \\ F(z^{-1}) = f_0 + f_1 z^{-1} + \cdots + f_m z^{-m} \end{cases}$

● **多重サンプリング方式に基づく周期時変フィードバック制御**
⇒ **極と零点の再配置**

表 2．制御対象と周期時変フィードバック制御

$\begin{cases} A(z^{-1})y(i) = \sum_{k=1}^{3} B_k(z^{-1})u_k(i) \\ u_k(i) = F_k(z^{-1})y(i) \quad (k = 1,\, 2,\, 3) \end{cases}$
$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n} \\ B_k(z^{-1}) = b_{k1} z^{-1} + \cdots + b_{kn} z^{-n} \\ F_k(z^{-1}) = f_{k0} + f_{k1} z^{-1} + \cdots + f_{km} z^{-m} \end{cases}$

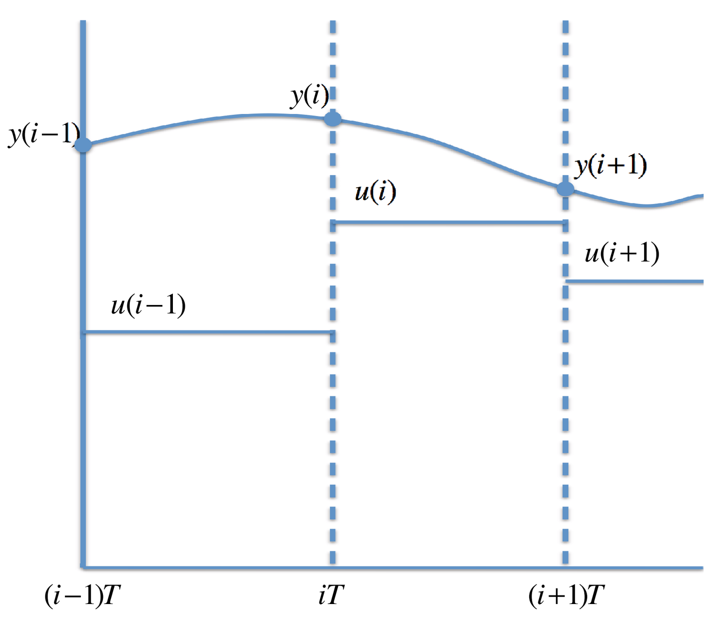

図1．通常のサンプリング方式

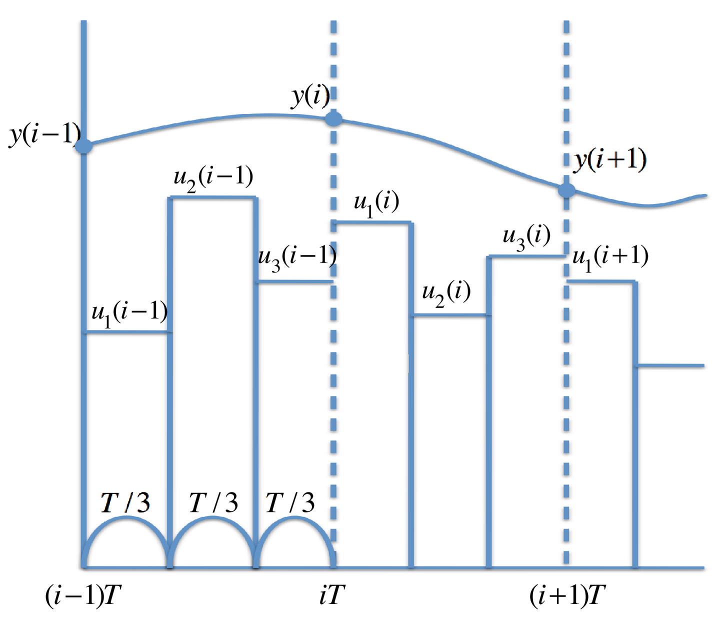

図2．多重サンプリング方式

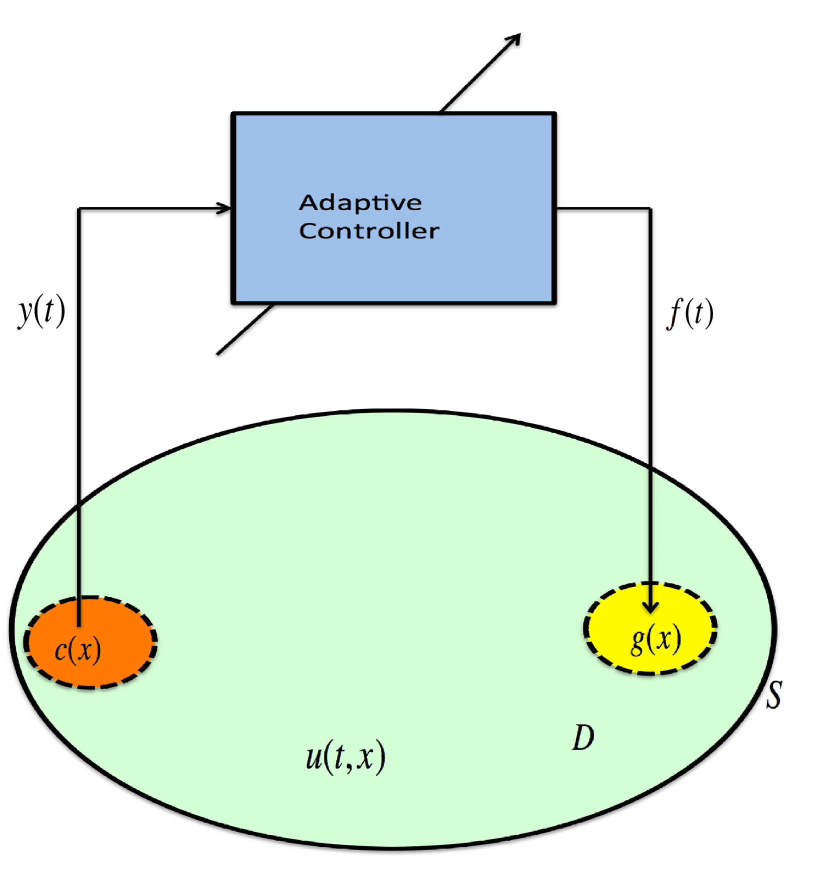

図3．分布定数系の適応制御問題

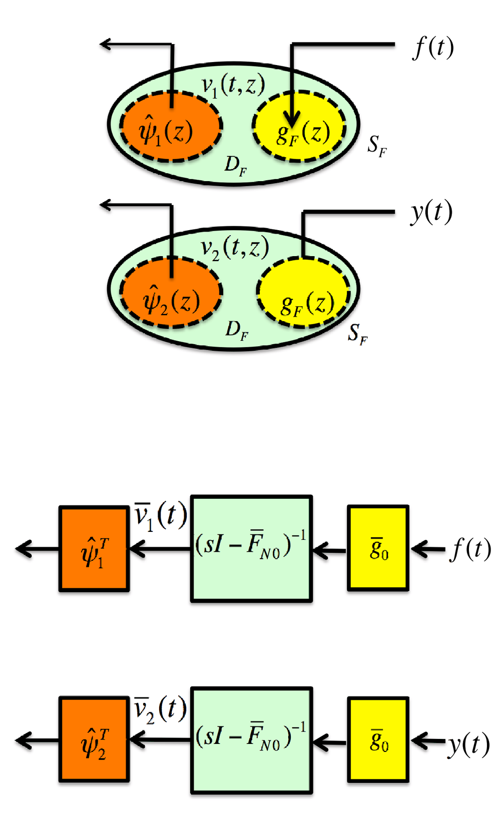

図4．無限次元／有限次元／制御器

【分布定数系（無限次元系）の適応制御の研究】

適応制御は特に有限次元線形系を中心として長く研究が行われてきましたが，一方で分布定数系に対する適応制御については多くの研究成果が得られていません．分布定数系は無限次元系であるため有限次元の補償器では安定性の確保や制御目的の達成に困難さが生じますが，これに対処するために無限次元の補償器を用いた設計や，厳密な安定解析を伴う有限次元補償器を用いた構成法などについて研究を行っています．

表 3．分布定数系の適応制御の問題設定

制御対象　($A,\, g,\, f,\, \alpha,\, u(t,x)$ は未知)
$\frac{\partial}{\partial t}u(t,x) = Au(t,x) + g(x)f(t) \quad (x \in D)$ $\alpha(\xi)u(t,\xi) + \{1-\alpha(\xi)\}\frac{\partial}{\partial \nu}u(t,\xi) = 0 \quad (\xi \in S)$
出力（c は未知）
$y(t) = \int_D c(x)u(t,x)dx$
規範モデル　($\lambda_0 (>0)$ は既知)
$\frac{d}{dt}y_M(t) = -\lambda_0 y_M(t) + r(t)$
前提条件（仮定）
$\theta_0 \equiv \int_D c(x)g(x)dx \neq 0$（相対次数$=1$）で θ_0 の符号が既知 制御対象の入出力信号 $f(t),\, y(t)$ のみが測定可能
制御目的
$e(t) \equiv y_M(t) - y(t) \to 0$
A：楕円型偏微分作用素
$A = a(x)^{-1/2}\sum_{i,j=1}^{m}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[a(x)^{1/2}a_{ij}(x)\frac{\partial}{\partial x_j}\right] - q(x)$ $a(x) = \det\{a_{ij}(x)\}^{-1}$

表 4．分布定数系の無限次元適応制御

制御則
$f(t) = \hat{\psi}_0(t)r(t) + \int_{D_F}\hat{\psi}_1(t,z)v_1(t,z)dz$ $\quad + \int_{D_F}\hat{\psi}_2(t,z)v_2(t,z)dz + \hat{\psi}_3(t)y(t)$
状態変数フィルタ（無限次元）
$\frac{\partial}{\partial t}v_1(t,z) = Fv_1(t,z) + g_F(z)f(t) \quad (z \in D_F)$ $\frac{\partial}{\partial t}v_2(t,z) = Fv_2(t,z) + g_F(z)y(t) \quad (z \in D_F)$ $\alpha_F(\xi)v_i(t,\xi) + \{1-\alpha_F(\xi)\}\frac{\partial}{\partial \nu}v_i(t,\xi) = 0$ $\quad (\xi \in S_F, \quad (i = 1, 2))$ $F = a_F(z)^{-1/2}\sum_{i,j=1}^{m_F}\frac{\partial}{\partial z_i}\left[a_F(z)^{1/2}a_{Fij}(z)\frac{\partial}{\partial z_j}\right] - q_F(z)$
適応則　（関数および定数パラメータの推定）
$\frac{d}{dt}\hat{\psi}_0(t) = \Gamma_0\,\mathrm{sign}(\theta_0)\,r(t)e(t) \quad (\Gamma_0 > 0)$ $\frac{\partial}{\partial t}\hat{\psi}_i(t,z) = \Gamma_i(z)\,\mathrm{sign}(\theta_0)\,v_i(t,z)e(t) \quad (\Gamma_i(z) > 0)$ $\quad (i = 1,\, 2; \quad z \in D_F)$ $\frac{d}{dt}\hat{\psi}_3(t) = \Gamma_3\,\mathrm{sign}(\theta_0)\,y(t)e(t) \quad (\Gamma_3 > 0)$ $e(t) = y_M(t) - y(t)$

表 5．分布定数系の有限次元適応制御

制御則
$f(t) = \hat{p}(t)\left\{\hat{\Psi}(t)^{\mathsf{T}}\omega(t) + r(t)\right\} + v_1(t) \equiv \hat{p}(t)v_0(t) + v_1(t)$ $\omega(t) = [\bar{v}_1(t)^{\mathsf{T}},\, \bar{v}_2(t)^{\mathsf{T}},\, f_f(t),\, y(t)]^{\mathsf{T}}$ $v_1(t) = \{k_1 + k_2\|g_\alpha(t)\|^2\}e(t) \quad (k_1,\, k_2 > 0)$ $g_\alpha(t) = \left[\, |f_f(t)|,\, w_1(t),\, w_2(t),\, w_3(t)\,\right]^{\mathsf{T}}$
状態変数フィルタ（N 次元と1次元）
$\frac{d}{dt}\bar{v}_1(t) = \bar{F}_{N0}\bar{v}_1(t) + \bar{g}_0 f_f(t)$ $\frac{d}{dt}\bar{v}_2(t) = \bar{F}_{N0}\bar{v}_2(t) + \bar{g}_0 y(t)$ $\frac{d}{dt}w_1(t) = -\tilde{\lambda}_N w_1(t) + |f_f(t)|$ $\frac{d}{dt}w_2(t) = -\lambda_f w_2(t) + w_1(t)$ $\frac{d}{dt}w_3(t) = -\lambda_f w_3(t) + |f_f(t)|$
適応則　（定数パラメータ（ベクトル）の推定）
$\dot{\hat{\Psi}}(t) = \mathrm{Pr}\{\Gamma_1\omega(t)e(t)\}$ $\dot{\hat{p}}(t) = \mathrm{Pr}\{\Gamma_2\,\mathrm{sign}(\theta_0)\,v_0(t)e(t)\}$ $(\Gamma_1 = \Gamma_1^{\mathsf{T}} > 0, \quad \Gamma_2 > 0)$