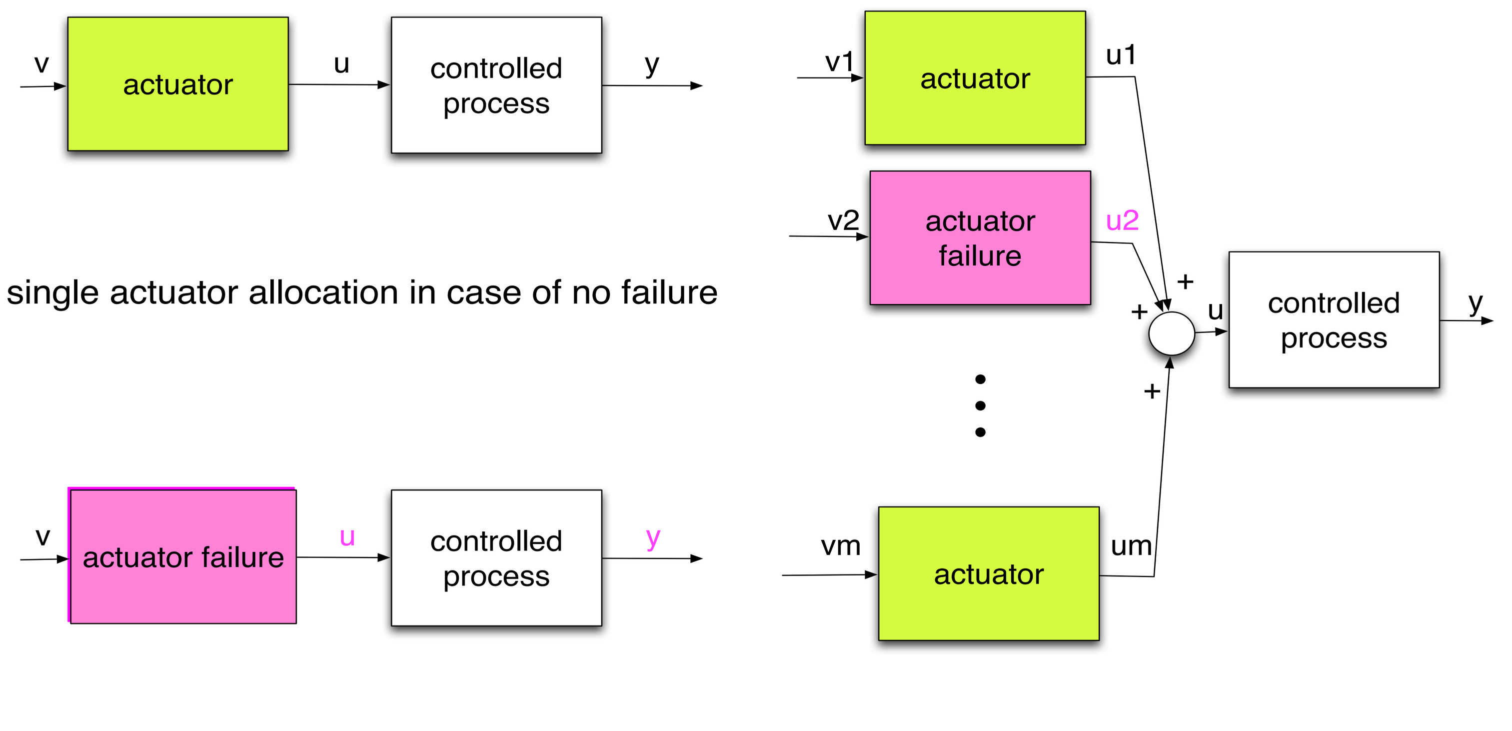
2016年6月17日　統計数理研究所　オープンハウス

システム制御理論の研究 ～ 統計科学と制御科学の接点

宮里　義彦　数理・推論研究系　教授

【耐故障性を有する適応制御システムの構成】

- アクチュエータの故障 ⇒ 制御システムの破綻，重大な事故
- 冗長なアクチュエータの配置による耐故障性の実現
- 未知の故障発生パターン，故障発生時刻 ⇒ 適応制御による対処



single actuator allocation in case of no failure

single actuator allocation in case of failure

multiple actuator allocation in case of failure and/or no failure

● 問題設定

- 未知の状態むだ時間系（m入力1出力系（n次元））（冗長なm入力）

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t) + BA_\tau x(t-\tau) \\ y(t) = c^T x(t) \end{cases} \tag{1}$$

$\star$ $A,\ B,\ A_\tau,\ c$: 未知の行列とベクトル；$x(t)$：未知
$B = [b_1, \cdots, b_m] \in \mathbf{R}^{n\times m}$ $(b_i \in \mathbf{R}^n)$, $\quad u = [u_1, \cdots, u_m]^T$

- アクチュエーターの故障：Freezing or Lock-in-Place

$\star$ $u_j(t) = \bar{u}_j$ (const.), $\quad t \geq t_j, \quad j \in \{1, 2, \cdots, m\} \qquad (\bar{u}_j,\ t_j,\ j$：未知)
$\star$ 故障時を含む入力 $u(t)$ の表現

$$u(t) = v(t) + \sigma\{\bar{u} - v(t)\} \tag{2}$$
$$\begin{cases} \sigma = \mathrm{diag}\{\sigma_1, \cdots, \sigma_m\} \\ \bar{u} = [\bar{u}_1, \cdots, \bar{u}_m]^T \end{cases} \quad \left(\sigma_i = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i = \bar{u}_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}\right)$$

$*$ $v(t)$: 制御入力（設計する信号）

- 規範モデル（既知の1入力1出力系（n次元；安定））

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x_M(t) = A_M x_M(t) + b_M r(t) \\ y_M(t) = c_M^T x_M(t) \end{cases} \tag{3}$$
$$\begin{cases} c_M^T(sI - A_M)^{-1} b_M \equiv \frac{1}{D_M(s)} \\ D_M(s) = s^{n^*} + d_{p1}s^{n^*-1} + \cdots + d_{pn^*} \\ D_M(s)y_M(t) = r(t) \end{cases} \tag{4}$$

- 制御目的 : $y(t) \to y_M(t)$ となるように$v(t)$を決定

$\star$ むだ時間要素と未知の故障発生パターン$\oplus$ 出力フィードバック

● 状態変数フィルタを用いた誤差システムの表現

- 基本方針と前提条件

$\star$ $v(t)$の生成$v_1(t) = \cdots = v_m(t) \equiv v_0(t)$
$\star$ $c^T(sI - A)^{-1}\sum_{j\neq j_1,\cdots,j_p} b_j$は最小位相，相対次数$n^*$，高調波利得が正
$*$ $u_j(t) = \bar{u}_j$: $j = j_1, \cdots, j_p$ $(0 \leq p \leq m-1)$; 故障発生パターン

- 誤差システムの表現（$e(t) \equiv y(t) - y_M(t)$）

$$D_M(s)e(t) = \theta_0\{v_0(t) - \Phi^T\omega(t)\} + \theta_5^T \mathbf{e}(t-\tau) + \theta_6^T z(t) \tag{5}$$
$$\Phi = \left[\phi_1^T,\ \phi_2^T,\ \phi_{31}^T,\ \cdots,\ \phi_{3n}^T,\ \phi_4^T,\ \phi_5,\ \phi_0\right]^T \tag{6}$$
$$\omega(t) = \left[v_1(t)^T,\ v_2(t)^T,\ v_{31}(t)^T,\ \cdots,\ v_{3n}(t)^T,\ x_M(t-\tau)^T,\ 1,\ r(t)\right]^T \tag{7}$$

- 誤差システムの表現 (状態空間表現)（$\mathbf{e}(t) = x(t) - x_M(t)$）

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\mathbf{e}(t) = A_M\mathbf{e}(t) + b_M\left[\theta_0\left\{u(t) - \Phi^T\omega(t)\right\} + \theta_5^T\mathbf{e}(t-\tau) + \theta_6^T z(t)\right] \\ e(t) = c_M^T\mathbf{e}(t) \end{cases} \tag{8}$$

- 状態変数フィルタ$v_1(t),\ v_2(t),\ v_{3i}(t),\ v_{4j}(t),\ z(t)$　（n次元）

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}v_1(t) = Fv_1(t) + gv_0(t) \\ \frac{d}{dt}v_2(t) = Fv_1(t) + gy(t) \\ \frac{d}{dt}v_{3i}(t) = Fv_{3i}(t) + gx_{mi}(t-\tau) \quad (1 \leq i \leq n) \\ \frac{d}{dt}v_{4j}(t) = Fv_{3j}(t) + g\bar{u}_j, \quad (j = j_1, \cdots, j_p) \\ \frac{d}{dt}z(t) = Fz(t) + G\mathbf{e}(t-\tau) \end{cases} \tag{9}$$
$$x_M(t) = [x_{M1}(t), \cdots, x_{Mn}(t)]^T$$

$\star$ (F, g) : 可制御（既知のHurwitz行列Fとベクトルg（設計値））
$\star$ $v_1(t),\ v_2(t),\ v_{3i}(t)$: 測定可能，　$v_{4j}(t),\ z(t),\ G$: 未知

- $e_f(t)$の導入

$$e_f(t) \equiv N_M(s)e(t) = c_f^T\mathbf{e}(t)$$
$$= n_{M1}e^{(n^*-1)}(t) + \cdots + n_{Mn^*-1}\dot{e}(t) + n_{Mn^*}e(t) \tag{10}$$
$$c_f^T(sI - A_M)^{-1}b_M = W_M(s) \tag{11}$$

$\star$ $n^* - 1$次のHurwitz多項式 $N_M(s)$

$W_M(s) = \frac{N_M(s)}{D_M(s)} = \frac{n_{M1}s^{n^*-1}+\cdots+n_{Mn^*}}{s^{n^*}+d_{M1}s^{n^*-1}+\cdots+d_{Mn^*}}$ ⇒ 強正実

● 出力の時間微分を用いた構成

- 制御信号$v(t)$の生成とパラメータのチューニング

$$\begin{cases} v_0(t) = \hat{\Phi}(t)^T\omega(t) - \hat{k}(t)e_f(t) \\ \dot{\hat{\Phi}}(t) = -\Gamma_1\omega(t)e_f(t) \quad (\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0) \\ \dot{\hat{k}}(t) = \Gamma_2 e_f(t)^2 \quad (\Gamma_2 > 0) \end{cases} \tag{12}$$

- 結果：安定性と出力誤差の0への収束

$$\lim_{t\to\infty}\mathbf{e}(t) = 0, \quad \lim_{t\to\infty}e(t) = 0 \tag{13}$$

● 出力の時間微分を用いない方法

- ハイゲインオブザーバの構成（$\dot{e} \sim e^{(n^*-1)}$の推定）

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\hat{\mathbf{e}}_{n^*}(t) = A_0\hat{\mathbf{e}}_{n^*}(t) + K_{n^*}\{e_1(t) - \hat{e}_1(t)\} \\ A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\ K_{n^*} = [\alpha_1/\epsilon,\ \alpha_2/\epsilon^2,\ \cdots,\ \alpha_{n^*}/\epsilon^{n^*}]^T \quad (0 < \epsilon \ll 1) \\ \hat{e}_1(t) = h_1^T\hat{\mathbf{e}}_{n^*}(t), \quad e_1(t) = c_M^T\mathbf{e}(t) = e(t) \\ \alpha(s) = s^{n^*} + \alpha_1 s^{n^*-1} + \cdots + \alpha_{n^*} \quad (\textbf{Hurwitz polynomial}) \end{cases} \tag{14}$$

- ハイゲインオブザーバを用いた$e_f(t)$の逐次推定

$$\hat{e}_f(t) = h_f^T\hat{\mathbf{e}}_{n^*}(t) \tag{15}$$
$$h_f = [n_{Mn^*},\ n_{Mn^*-1},\ \cdots,\ n_{M1}]^T \tag{16}$$

- 制御信号$v(t)$の生成とパラメータのチューニング　（$\mathrm{Pr}(\cdot)$: 射影則）

$$\begin{cases} v_0(t) = \hat{\Phi}(t)^T\omega(t) - \hat{k}(t)\hat{e}_f(t) \\ \dot{\hat{\Phi}}(t) = \mathrm{Pr}\{-\Gamma_1\omega(t)\hat{e}_f(t)\} \quad (\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0) \\ \dot{\hat{k}}(t) = \mathrm{Pr}\{\Gamma_2\hat{e}_f(t)^2\} \quad (\Gamma_2 > 0) \end{cases} \tag{17}$$

- 結果：$\epsilon \in (0,\ \exists\epsilon^*]$に対して安定性と出力誤差の残差領域への収束

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \|\mathbf{e}(t)\|^2 dt \leq \mathrm{const.}\cdot\epsilon^{1/2} \tag{18}$$
$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T e(t)^2 dt \leq \mathrm{const.}\cdot\epsilon^{1/2} \tag{19}$$