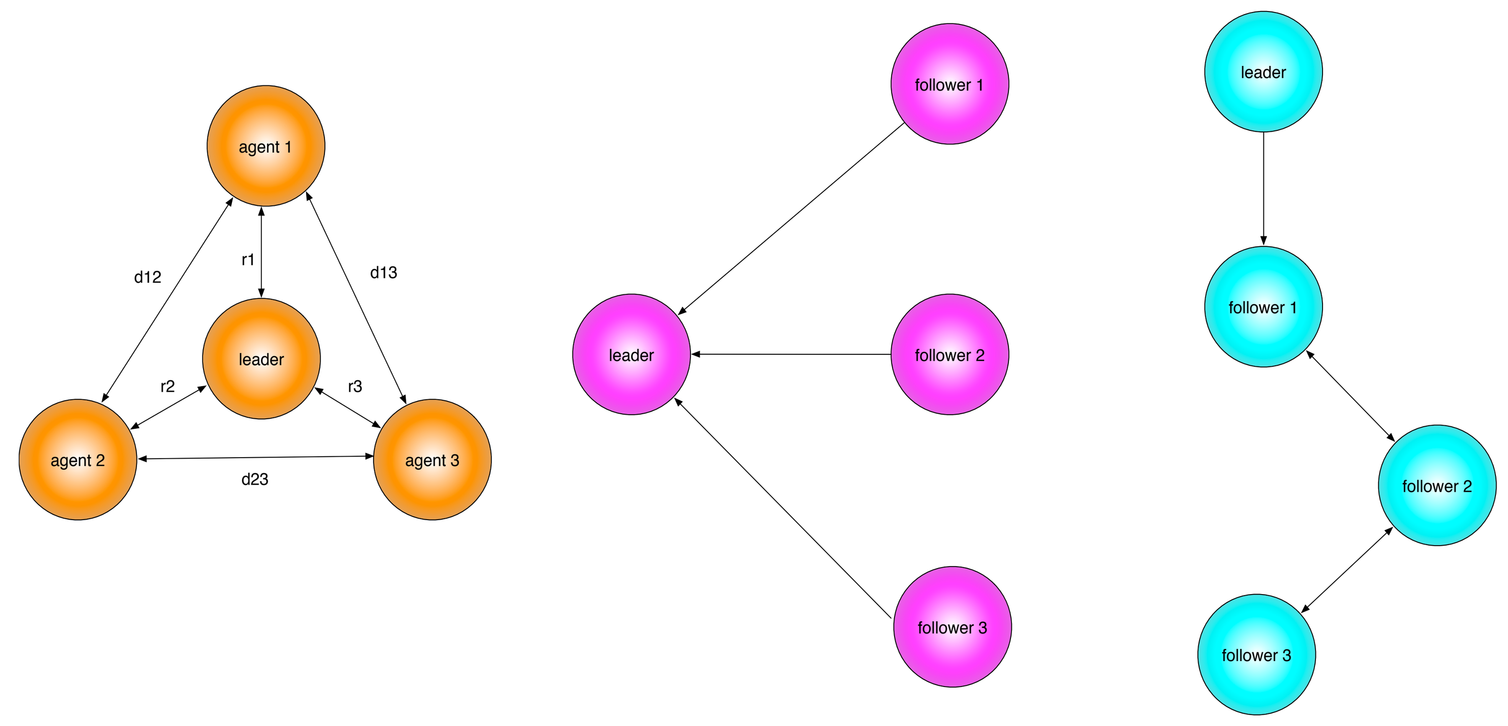
2015年6月19日　統計数理研究所　オープンハウス

システム制御理論の研究 ～ 統計科学と制御科学の接点

宮里　義彦　　数理・推論研究系　教授

【マルチエージェント系の数理とシステム制御理論】

- 生物の群行動の数理モデル（鳥や魚など）
- 知的交通システム（航空管制，スマートハイウェイ）
- 人工衛星の軌道計画やランデブー問題
- 車両型ロボットの群制御，ロボカップサッカー，ロボットの協調動作
- マルチエージェント系の制御問題
  - ⋆ 様々の制御方式 ～ フォーメーション制御，作業の分担（配分），交通制御，スケジューリング，協調制御，コンセンサス制御



フォーメーション制御　　コンセンサス制御　　ネットワークグラフ

- マルチエージェント系のフォーメーション制御問題
  - ⋆ leader-follower, behavior-based, virtual structure, ポテンシャル関数
  - ⋆ ポテンシャル関数を用いた手法～有用な手法の一つ
    - ∗ フォーメーションの指定，衝突の自動回避，維持（安定性の確保）
  - ⋆ 適応制御やスライディングモード制御の利用
    - ∗ 不確定なエージェントに対応
    - ∗ リアプノフ関数を用いた安定解析，ロバスト性の議論
  - ⋆ 制御性能や過渡特性の議論は不十分
  - ⋆ 様々な対象（複雑なシステム）への適用は不十分
- マルチエージェント系のコンセンサス（合意形成）制御問題
  - ⋆ 制約のある通信環境における 重要な基本問題（安定化と追従制御）
  - ⋆ 適応制御やスライディングモード制御の利用
    - ∗ 不確定なエージェント，リアプノフ安定解析，ロバスト性解析
  - ⋆ 特定の対象に限定 ～ 様々な対象への適用は不十分

【無限次元系の有限次元協調制御】

- 無限次元システム ～ 片持ち梁，弾性アーム，柔軟構造物（ビークル）～ 無限次元の振動特性を有するプロセス
- 双曲型分布定数系を個々のエージェントとするマルチエージェント系
  - ⋆ 振動方程式や波動方程式の一般表現

表 1. 双曲型分布定数系（$L^2(\Omega_i)$における発展方程式)

制御対象
$\frac{d^2}{dt^2}u_i(t) + 2\alpha_i A_i \frac{d}{dt}u_i(t) + A_i u_i(t) = b_i f_i(t)$
$y_i(t) = (c_i,\, u_i(t)) \equiv C_i u_i(t)$
$u_i(t)$ $(\in L^2(\Omega_i))$：状態
$f_i(t)$：入力信号, $y_i(t)$：出力信号：$t \in [0,\, \infty)$ 上の関数
$b_i,\, c_i$ $(\in L^2(\Omega_i))$：入出力の影響関数
α_i：減衰定数（$0 < \alpha_i \ll 1$）
A_i：自己共役作用素（非有界，正定）

表 2. 双曲型分布定数系（偏微分方程式系としての表現)
例：片持ち梁（$x_i = 0$：固定端，$x_i = 1$：自由端）

$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_i(t,x_i) + 2\alpha_i \frac{\partial^5}{\partial t \partial x_i^4}u_i(t,x_i) + \frac{\partial^4}{\partial x_i^4}u_i(t,x_i) = b_i(x_i)f_i(t)$
$(x_i \in \Omega_i \equiv (0,\, 1)),\quad (\alpha_i > 0)$
$u_i(t,0) = \frac{\partial}{\partial x_i}u_i(t,0) = 0$ (境界条件)
$\frac{\partial^k}{\partial x_i^k}u_i(t,1) + 2\alpha \frac{\partial^{k+1}}{\partial x_i^k \partial t}u_i(t,1) = 0,\ (k = 2,3)$ (境界条件)
$y_i(t) = \int_0^1 c_i(x_i)u_i(t,x_i)dx_i$

表 3. 問題設定と制御目的

問題設定
状態 $u_i(t)$ は未知
$A_i,\, b_i,\, c_i$ に含まれるシステムパラメータは未知
減衰係数α_iは未知
入力信号 $f_i(t)$ と出力信号 $y_i(t)$, $\frac{d}{dt}y_i(t)$ が測定可能
制御目的
マルチエージェント系（$y_1,\, \cdots,\, y_N$）　$(i = 1,\, \cdots,\, N)$
各エージェントの未知の特性を推定
制御目的 ⇒ 限定情報（or not）
リーダーフォロワー型
フォーメーション or コンセンサス制御

【無限次元系の有限次元フォーメーション制御】

表 4. 有限次元フォーメーション制御

制御則
$f_i(t) = -\hat{p}_{i0}(t)\hat{\phi}_i(t) - k_p g_i(y) + v_i(t)$
$\hat{\phi}_i(t) = \hat{\Theta}_i(t)^{\mathsf{T}}\omega_i(t) - \ddot{y}_r(t) - a_{i1}\dot{y}_r(t) + \dot{g}_i(y) + a_{i1}g_i(y)$
$v_i(t) = -\frac{1}{2r_i}\mathcal{L}_{g_{i2}}V_i = -\frac{1}{2r_i}\hat{b}_{i0}(t)s_i(t)$
$v_i = -\frac{\hat{b}_{i0}}{2r_i}s_i = -\frac{\hat{b}_{i0}(k_{i1}+k_{i2}\|g_{i\delta}\|^2+k_{i3}g_i^2)}{2r_{i0}}s_i$
$v_i = -\frac{\hat{b}_{i0}}{2r_i}s_i = -\left\{\frac{1}{\hat{b}_{i0}}\left(\sqrt{G_i^2 + a_i\hat{b}_{i0}} + G_i\right) + \frac{\hat{b}_{i0}}{2r_{i0}}\right\}s_i$
適応則
$\dot{\hat{\Theta}}_i(t) = \mathrm{Pr}\{\Gamma_{i1}\omega_i(t)s_i(t)\}$
$\dot{\hat{p}}_{i0}(t) = \mathrm{Pr}\{\Gamma_{i2}\hat{\phi}_i(t)s_i(t)\}\}$
$\dot{\hat{b}}_{i0}(t) = \mathrm{Pr}\{\Gamma_{i3}v_{i1}(t)s_i(t)\}$
状態変数（フィルタ）
$\frac{d}{dt}\bar{v}_{iN1}(t) = \bar{F}_{iN}\bar{v}_{iN1}(t) + \bar{g}_{iN}f_{if}(t)$
$\frac{d}{dt}\bar{v}_{iN2}(t) = \bar{F}_{iN}\bar{v}_{iN2}(t) + \bar{g}_{iN}y_i(t)$
$\omega_i(t) = \left[v_{iN1}(t)^{\mathsf{T}},\, v_{iN2}(t)^{\mathsf{T}},\, f_{if}(t),\, y_i(t)\right]^{\mathsf{T}}$
$\phi_i(t) = \Theta_i^{\mathsf{T}}\omega_i(t) - \ddot{y}_r(t) - a_{i1}\dot{y}_r(t) + \dot{g}_i(y) + a_{i1}g_i(y)$
$\bar{v}_{iN1}(t),\, \bar{v}_{iN2}(t)$：状態変数フィルタ ($2N_i$次元)

【無限次元系の有限次元コンセンサス制御】

表 5. 有限次元コンセンサス制御

制御則
$f_i(t) = \hat{p}_i(t)\Big[-\hat{\Theta}_i(t)^{\mathsf{T}}\omega_i(t) - \sum_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{N} a_{ij}\{y_i(t) - y_j(t)\}$
$\quad -\alpha\sum_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{N} a_{ij}\{\dot{y}_i(t) - \dot{y}_j(t)\} + n_{i0}\,\ddot{y}_0(t)\Big] + v_i(t)$
$\quad \equiv \hat{p}_i(t)f_{i0}(t) + v_i(t)$
$v = [v_1,\, \cdots,\, v_N]^T = -\frac{1}{2}R^{-1}(\mathcal{L}_{g_2}W_0)^{\mathsf{T}} = -\frac{1}{2}R^{-1}\hat{\Theta}_0^{\mathsf{T}}M\tilde{s}$
$\quad = -\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{\Theta}_0^{-1}G_\delta G_\delta^{\mathsf{T}}\hat{\Theta}_0^{-\mathsf{T}}}{\gamma_1^2} + \frac{\hat{\Theta}_0^{-1}\hat{\Theta}_0^{-\mathsf{T}}}{\gamma_2^2} + K\right)\hat{\Theta}_0^{\mathsf{T}}M\tilde{s}$
適応則
$\dot{\hat{\Theta}}(t) = \mathrm{Pr}\left\{\Gamma_1\Omega(t)^{\mathsf{T}}M\,\tilde{s}(t)\right\}$
$\dot{\hat{p}}(t) = \mathrm{Pr}\left\{-\Gamma_2F_0(t)^{\mathsf{T}}M\,\tilde{s}(t)\right\}$
$\dot{\hat{\theta}}_0(t) = \mathrm{Pr}\left\{\Gamma_3V(t)^{\mathsf{T}}M\,\tilde{s}(t)\right\}$
$\tilde{s}(t) \equiv \dot{\tilde{y}}(t) + \gamma\tilde{y}(t)$
状態変数（フィルタ）
$\frac{d}{dt}\bar{v}_{iN1}(t) = \bar{F}_{iN}\bar{v}_{iN1}(t) + \bar{g}_{iN}f_{if}(t)$
$\frac{d}{dt}\bar{v}_{iN2}(t) = \bar{F}_{iN}\bar{v}_{iN2}(t) + \bar{g}_{iN}y_i(t)$
$\omega_i(t) = \left[v_{iN1}(t)^{\mathsf{T}},\, v_{iN2}(t)^{\mathsf{T}},\, f_{if}(t),\, y_i(t)\right]^{\mathsf{T}}$
$\bar{v}_{iN1}(t),\, \bar{v}_{iN2}(t)$：状態変数フィルタ ($2N_i$次元)