

144 大学における統計学の地位

ハロルド・ホテリング

ノース・カロライナ大学

アメリカのカレッジと大学における統計教育は、主として第一次世界大戦以後発達し、今や大きな割合を占めるに至ったが、多くの不満足な面を示している。統計的方法についての課程は種々の科で調整も連絡もなしに教えられる。これらの課程の内容は大部分同じ材料であつて、違ふのは、個々の教師の考えと能力によつて項目の選択に変化があり、それぞれの科に属する材料から実例が引かれている点だけである。かくして、統計学について一つの科で習い得た以上に学ぼうとする学生は、他の科で課程を取つて、以前習つたことを次山くり返さねばならない。初等課程はかり多くて高等課程は欠乏している。ある科はすぐれた統計研究室をもち、他人を開き出すために係員をおいて、専ら自分の学生の使用に温存しているのに、他の科は全然持つていない。

初等統計学の或るクラスは大きすぎ、或るものは小さすぎ、異なる科の間のように各部を平均化する地位の人がいない。

図書館の状態も混乱している。統計的方法に関する本は、社会学、経済学、実業、心理学、動物学、植物学、工学、及び医学の棚に入れられなタロカされている。確率論に関する本は哲学、物理学、及び化学の間に分割される。最小自乗法に関する本は大部分数学、天文学、及び土木工学の間に分けられ、一部は経済学、地質学、及び物理学の読書室に入つている。分散分析や実験計画についての著作は農学の下に集められ勝ちであるし、一方多重積分の近似評価法や、統計学で用いられる同様な純粋数学的事項は

、少くとも我々の最大の大学の一つにおいては、生物学の図書館にのみ見出されるのである。

これらは小さな害に過ぎない。大きな禍いは統計的方法を教えている人々の余りに屢々この学問の専門家でないことである。

彼らが最初選ばれたのは大抵この分野における学識によつてではなく、そこで進んだ研究をするよう勧めもされず、又周囲は彼らの注意を学問の中心的な真理や問題以外の色々な方向へ引き付けている有様である。屢々彼らは自分の教えている事柄の更にまじめな文献を読み始めるに十分なだけの数学の知識に欠けている。多くの者は統計的方法と理論の急速な進歩に全く追いついて行くことができない。その進歩は講義の最も初等的な部分にまで影響を及ぼしているというのに、その結果誤まつた理論や不十分な方法を教えることが広まった。学生は、決して用いてはならない方法を入念に訓練されて得た熟練を武器として、政府の勤務や商工業の統計課へ送られる。同じ学生の或る者は、学問の基礎を徹底的に勉強せず、独創的な貢献をする力を何ら示さず、又全然高等数学を研究せず、カレッジや大学の統計学の教授なることを勧められ援助される。通例の教師の選抜法と、この型の人々に書かれた教科書を通じて、すばれた概念と不健全な方法とが永久化されている。

そうは云つても、統計学を教えている人々の多数が学校にとつて無価値で邪魔な存在だということではない。実際多くの人々は極めてすぐれた知性と実直な性格、人間的魅力と疑いない教育能力とを持っているし、他の方面に創造的貢献をしている人もある。唯一の難は彼らが、自身専攻せず、専門家のみ追いついて行ける程速く発達する課目を教えていることにある。

統計的方法が専門家でない人々によつて教えられることの広まった主な理由は次のようなものである。

1. 統計学の急速な成長とその応用の増大、それを広汎に早急に教える必要が生じたが、統計的方法を専攻している学者の乏しい現勢では、急にはまかない切れなかった。この困難は、その分野における進んだ研究者を訓練するための大学側の設備の不足によって悪化されており、今尚、役に立つ学者の数を当面の必要に応じるに十分な速さで増すことができない。動員できる専回家が十分と云える程無かつたため、統計的方法は止むを得ず主に非専門家によって教えられて来た。

2. 統計的方法と応用統計との混同、統計的方法は一貫し統一された学問であり、“応用統計”は相異なる数平のものの内どれかを意味している。応用統計における個々の研究は、普通、統計的方法の理論によつて得られた諸結果を利用するが、主として当面の応用に独特な革柄や、それに密接に連関した事に興味を持っている。例えば景気循環の研究は、物価、生産、収入、利率、銀行準備金等について現存する資料から推測を引き出すため、よかれあしかれ統計的方法を用いる。この分野における応用統計の主な仕事は、種々の観測値の系列の原因と性質について、系列の連続性を破るかも知れない偶然事象を心に留めつつ、又経済理論と現象との知識を背景として説明を求めつつ、研究することである。彼は又統計理論に精通していなければならない。

そうでないと、骨折つて集めた観測値を浪費したり誤つて解釈したりする重大な危険があるからである。事実、景気循環、太陽の運行、鼠の心理、癌、その他何を研究している団体でも、統計的方法の専門家が参加すれば殆んど確実に利益を受けるだろう。

しかしそのような研究における主な注意は、統計的方法ではなく、それ自身の視野に独特な性質に向けられるべきである。

統計的方法の専門家がそのような研究に時々参加するのはよいか、もし深入りし過ぎると、応用の必要が彼の注意を独占して、

統計的方法の進歩に追いついて行けなくなる。そうになると彼はその専門家でなくなり、その代り経済学者或は統計学の応用分野の實際家になってしまう。これは實際度々起つたことである。

応用の呼び声は魅惑的であり、多くの若い研究者に統計理論の培養を見捨てさせた。応用はこの過程によつて大いに利益を受けた。更に、こうして応用から持つて來られた問題は理論を發展させる上に有益な刺激を與えた。誤りは、応用統計への参加が統計的方法と理論の専攻と同じであると考え、そしてその結果、唯一の関心が前者にある人を任命して後者を教えさせることであつたのである。

3. 統計理論を教える人々がその研究を続ける必要を自覚しないこと。必要な概念と公式はすべて何かの本で見つけ得ると考え、統計学の教師の義務は、單にこの確立された書物の知識を學生の記憶に傳へ、彼らにそれを応用する熟練を興えることであるとする安易な傾向がある。他の學問においても、昔は同様の態度が進歩の障害であつたが、立派な大学ではずつと前に捨てられてしまつた。しかし統計学に関しては、最良の學校でもそれが尚続いている。過去三十年の統計学の目ざましい発達の後を追つた人なら誰れでも、統計的方法は靜態的 (static) 所ではなく、今日の統計学の最良の技術も明日は何かもつとよいもので置きかえられるかも知れず、統計学の理論と方法に関する未解決の問題があらゆる方面に積んであるのを明らかと認めざるを得ない。大いに数学的な性格を持つ大量の研究が要求され期待されている。この研究に積極的に接觸してしない人はやがて統計学の適當な教師でなくなるだろう。不幸にも余りに多くの人が統計学の仕事をお祈りを唱えるような調子でやり続ける。すなわち、ずつと昔に書かれた非常に尊い本の中の公式に單に代入するだけで。

4. 統計学の教師を、主に他の学問を専らする科の中で任命するの
に、その科の推薦に基づくとする方針。これは云いかえれば、
統計的方法の教師が、彼の教えるべき科に従つて経済学者或は社
会学者或は工学者或は心理学者或は医学者によつて選ばれるとい
うことである。かくして選択の仕事は、非常に特殊な応用に関
して統計学の必要は認めているが実は不慣れた人々に委ねられる。

この方針は殆んど必然的に、より広い応用性とより大きい永続
的な重要性を持つ基本的な仕事の種類において、直に應用できる
特殊な仕事を重視する結果になる。科学とその応用の混同はそ
れを殆んど知らない人に甚しく、統計的方法と応用統計との区別
は、統計学の講師を見つける問題に直面している社会学者や工学
者には完全に見失われがちである。もし彼らが区別をするなら
応用統計の方を選ぶだろう。

しかし實際行われる講義は主に統計理論から成らざるを得ない。
学生は普通まだどこでも統計理論を習つて来ていないだろうし
、それを應用するためには幾らかを教わらねばならないのだから。

屢々起る事であるが、いくらか統計学の勉強をしたことのある
社会学者や工学者が、社会学或は工学の問題への統計的方法の應
用を教える仕事（と彼は思つている）に乗り出すのだが、学生の
無智のため、統計学の基礎という、彼に準備も才能も興味もない
全く別の事柄を教えるを得ないことになるのである。

この種の出来事は以前にも引用したことがある。¹ 或る著名な
経済学者が、或る大学で「物価予測」と題するコースを教えるよ
う依頼されて引き受けた。しかし彼は、この問題に関する自分の
講義が学生に不案内な統計学上の概念を使つていたので、彼ら

註 1. Harold Hotelling, "The teaching of statistics."

Ann. of Math. Stat., Vol. 11 (1940). pp. 457-470.

の頭腦を上回っていることを覺つた。そこで彼は、これらの特殊な統計的概念をその応用に沿つて説明するため、既にすんだ所を後戻りした。しかしその説明をしながら、それ自身説明を要する他の統計的概念を使つていることに気が付いた。学年の終りになつて彼は、自分が計画し登録された大きい学級が望んだ物価予測についての講義の代りに、彼自身特に適任であるとも思わぬ、学生の來た目的でもない初等統計学を、幾分乱雑に教えただけだと知つた。一年後彼が再び「物価予測」の講義を頼まれた時、彼は統計学のコースを前提として課することを提案したが、この提案は教室主任によつて拒絶され、講義はくり返されずに終つた。

応用の方の科による任命が皆悪いとは限らない。これらの科の或る教授達は統計学を良心的に散策し、統計学の有能な専門家からよく忠告を受け、現今最良の統計的方法と理論に精通した優秀な人材の任命をもたらすことがある。任命された者が、深く自分の学問に打ちこんだ有能且つ精力的な学者であり、直ちに教授の最高の地位に置かれ、自分が一員となつた科の特殊な利害に専ら身を捧げる義理を感じすぎないならば、これはうまくゆくのも知れない。それなら彼は自由に専門を追い、統計的方法の最近の発展に触れ、自身学問に貢献し、一方同時に学生にはよくまとめた最新の知識の粹を傳えることができる。現行統計学の指導者の若干が育つて來たのはこのような道である。

もし統計的方法の前途ある若い学者が応用の科に小さい地位を興えられ、その問題について仕事をし、その科の仕事にのみ目を注いで統計的方法を教えることを要求されるならば、結果は全く異なつて來る。そうになると彼は応用統計の特殊な部門に集中するように圧力を受ける。彼は応用の文献、術語、技術、及び理論を學ばねばならない。彼が平常付き合うのは、自分の教えて

いる学科の連中であつて、統計学を教える人々ではない。もし条件が例外的によいなら、彼は尚も統計研究者としての自己を保ち得るかも知れない。しかしもし二つの学問で、尙く重荷に加えて、教えるとその他に精力のいる義務を興えられるならば、彼の統計学的思考は次第に、現在使われている最善のものまで判定することができなくなるだろう。そうなるに彼は、引き続き生まれて来る統計学の新しい概念と方法を研究し、自分自身のを貢献する時間と精力を持たなくなるだろう。

もう少し具合の悪い、しかし不幸にももつとありふれているのは、統計学の講師が統計理論の知識によつて選抜されていない場合である。余りにも屢々、統計学における熟達や研究の見込についての適当な調査なしで講師が選ばれる。何れ他の分野での研究と、それへの統計的方法の応用に些か嘴を入れた経験、その上愉快な人柄があれば、統計的方法と理論を講義する十分な資格を齎すものと見なされるのが屢々だった。

統計学の教師のそのような選抜法から、盲人による盲人の案内が広まった。彼らの講義では統計的概念は、例えば数学や経済学や哲学の課程に見られる批判的な評価を受けていない。その無批判性は、何れ統計学の真に基礎的な研究をせず、彼らに渡されたものを独断的に学生に興えるだけの教師によつて書かれた一連の教科書に反映している。究極の本源に関しては權威が証明の代りをする。これらの教科書が次から次へと寫されて、益々誤りが種々重ねられていることや、新しい重要な統計的方法と理論が、定期刊行の文献に導入されてからずつと遅れて、学生に興えられる教科書や講義に見られるということは驚くべき事ではない。

現在の統計教育の大部分における重大な欠陥の一つは、確率論を適当に使っていないことである。確率論なくして統計的方法

は大して価値がない。なせならたとえ資料を直観的な推測の容易にできる形にやっても、そのような推測は得てして不正確になるからである。帰納的な結論に置き得る信頼度を客観的に測ることが誤りを避けるために必要である。実際記述的な統計方法や帰納的推理や実験計画の根據は全く確率論の上にある。多くの統計的な仕事への確率の関与は、卅二年も前に、引続く観測値の間の独立性の欠陥に悩まされた一群の経済学者によつて問題とされた。この態度は、十九世紀経験主義の誇張された時代遅れの残骸と共同して、経済学者によつて用いられる統計的方法に特に或る影響を與えた。この見解は今ややがて発見された強力な新しい統計的方法、特に R.A. Fisher の方法を、特殊な情況に適當と思われる調整を加えて使うという傾向に急速に地位を譲りつつある。今やそのような有効な客観的方法は、最初考えられたよりもつと広範囲の場合に使へることゝ認められている。

なせならそれらを導くのに仮定された独立性は、観測値にではなく、用いられた理論的模型からの外れに關しているのだから。

その上研究は進行中であり、更に広い種々の情況にまで正確な方法を拡張することについて既に有望な結果を得ている。

現在統計教育の多くにおける確率論の輕視の主な理由は、經濟の時系列に關するこのはかない挿話に求められるべきではない。極めて本質的な理由の一つは統計学の學生が確率論を知らないことである。更に有力な理由の一つは、多分教育者と教科書の著者の側におけるその學問の知識の狀態に見出されるだろう。

確率は難かしく當にならぬ問題であつて、過去三百年にわたるその歴史には、平凡人の及ばず名聲高い學者による不幸な誤りが林立している。今や統計学や帰納推理へのその應用は、昔に企てられた應用とは全く違つた性質を持つてゐる。現状を十分にかつ明らかに見るには、新しい数理統計学と同様に哲学と數學の

援助を得なければならぬ。未熟な学生に実地統計の短かい課程を教えることを要求された社会学者か工学者が、この広い明らかな展望を持たず、教科書の重さと確率を避ける先例とを知ってほうとするのは驚くに足りない。最も普通の型なのだが、これらの課程で與えられる料理本的方法と浅い理論的基礎付けが、いかにも役立つことこそもつと驚くべきである。

統計的方法と理論の教師のための適当な資格は、統計的方法と理論が他の学問の代りに置かれること以外に、同じ学校の他の学問の教師の場合と本質的に違っていない。この置き代えは併しなから所要である。統計的方法がたまたま使われる何か他の学問における有能さが、統計的方法を教えるに十分な程それに有能なことと同じだと想像してはいけない。そのような考えの誤りは、他の分野に移してみれば、或る男が料理がうまいという根拠から化学の教授に任命されることになりかねない。

いかなる学問においても、カレッジや大学の教授となる最初の必要條件はその学問の深い徹底的な知識である。これにその分野における積極的な学者的関心と研究が伴わねばならず、この活動の結果は公表されねばならない。少くともよい学校においては、助教授の地位への任命を、教えるべき学問に関する知識全体への独創的貢献と共に、哲学博士に到る資格と同等の、学者としての資格を労作によつて証明した人に限るのが慣習である。

更に高い地位への昇進は、これらの学校で最も重要な基準とされている研究発表を含む、いくつかの基準によつて定められる。

統計的方法の教授及び助教授は、何よりも先づ統計的方法の深い徹底的な知識を持つねばならない。更に、種々の分野への統計的方法の応用について広い詳細な知識を持つことが望ましい。統計学の歴史と必要な哲学の一部に精通していることも又望ましい。何れも非常に進んだ数学を有効に使い得ることは特に重要で

ある。しかしこれらの副条件のどれも、もし彼が統計理論そのものを知らないなら十分ではない。

研究は他の学問の教師におけるよりも統計学の教師において一層必要である。なぜなら直に重要なことが非常に沢山調べられずに残っているのだから。統計理論での最近の発見は初歩課程で教えられるべきことに影響し、現在使われているいかなる要目もあと数年を生きのびることは期待できない。今起りつゝあるのは、これまで信じられ教えられて来た事柄に誤りを発見することだけでなく——関係者の或る者には効果が十分意識されていないが、この批判的な過程は事実上十年か二十年前に完成している——既に真であり有用であると決定された材料を、教育に利用できる限られた時間内で処理しようとする、非常に重要な新しい統計的方法と概念を発展させることである。新しい材料は現在最良の課程と教科書に述べられた事柄と等しく真であり、或る場合には更に有用であるかも知れない。特に才能ある教師は、彼の分野における研究に直接生々しく触れて、普通より以上に新しい概念を理解し評価することを要求される。こういう風に十分才能のある人で、自身研究に従事していない人を想像するのは進かしい。

統計理論の研究は高等数学を要求し、性格上事実大いに数学的であるから、高等数学のかなりの分量の通曉は、統計学の未来の教授の訓練には必須でなければならぬ。正確にどんな数学がどれ程必要であるかを定めるのは困難な仕事である。行列代数と函数論のいくらかは最小限の必要物であり、かなりの量の代数、幾何、解析の付随知識は、統計理論家即ち新しい統計的方法の発明家に豊かさとし力を加える。他方統計学の大学院学生は時間の多くは統計理論自身に費められるし、その一部は応用統計の勉強に行かねばならぬ。こゝに無情なシレンマがあるが、

これはわが国に慣習となった初等カリキュラムによつて強いられる数学学習の遅れの結果である。

現行のカリキエラムにおける数学的要素の弱さは、統計学の改良に関心を持つ人々の注意をひく程までに、統計学の教師と学生両方に影響している。ヨーロッパのギムナジウムやりせでは、学生が大学へ入る前に解析を一年やらせるのが習わしであり、又英国では、わが国の普通の中学校で得られる以上に広汎な代数の知識を興えるのが慣習である。そのような数学的準備を持つて大学へ入る学生は、数学、統計学、哲学、経済学、工学、その他いかなる自然科学を専攻するにせよ、大変都合がよい。米国の大学では初等解析が二学年の前に教えられることは珍らしく、英国パブリック・スクール流の高等代数は教えられるにしてもずつと後になる。この比較は、ヨーロッパの大学準備学校は我々のよりも更に進んだ水準にあり、我々の高等学校だけとよりはむしろ、カレッジの最初の二年プラス高等学校と比べらるべきであるという風に、屢々挑戦される。しかしながらギムナジウムやりせは、丁度我々の高等学校と同じく、標準年令約十八才で学生を大学へ送っているという事実が嚴存している。もしそれらが我々の学校より高い水準にあるというなら、それは多くの年をかけているからでなく、すべからぬ能率と健全なカリキュラムのせいである。

もし解析が高等学校に押し下げられ、数学、統計学、経済学、物理学、及び他の数種の学問のカレッジ課程の準備必修科目と見なされ得るなら、これらの学科における教育能率は増大するだろう。例えば限界価格や限界収入等の概念について経済学の学生の経験する困難は、無限小や微分を定義しようと数世紀の間試みた数学者の経験した困難（今では成功裡に征服してしまつたか）と密接に対応している。本当に微分学を知っている学生は、経

済学の限界概念に些かの困難をも感じる必要がない。同じ数学は勿論他の多くの学問においても有用である。

いくつかの中学校は数学においてすぐれた成果を挙げており、その卒業生は実際同年令の他の者を凌駕する力を持っているので、酔狂であるかの如く、時々驚異の目で見られている。大部分の学校では、出来の悪い学生の心の平和を保ち、もつと一般受けのする学科の爲に余地をとるため、又現在の学校の権限と跟蹠では適当な数学の教師が得られないため、数学教育を弱める傾向がある。特定の学科の擁護者は、彼らの考えを学校に押し付けるため烈しい政治運動をしており、これが成功すれば、数学のように基礎的で親しみと人気のない学科からは必ず時間と注意がそれてしまう。この種の実例は最近ニュー・ジャージーに起つた。

米国史の二年を全高校生に必修とする法案を議会が通し知事が署名したのである。その学問の広汎な教育が既に小学校で要求されていると云うのに。

かなり高級な数学を幼ない子供に教える可能性は殆んど試みられていない。幼稚園の年令の子供はトポロジーのふしきに魅せられ感動するし、群論や整数論は五年級では烈しい衝動となり得るが、これらの学科はすべて数学を専攻する大学生に残して置かれる。欠けているのは、数学とその応用を知っており、*wall paper-hanging* 等の問題についての長く返屈で比較的無用な訓練や、単なる仕来りとなつてすぐに忘れられてしまう問題や、子供達にできるだけ早く数学から去ろうと決心させる苦しい繰返しの多い作業の代りに、自分の知っていることを教えるに十分な自由を持つ教師である。

米国の学校で教えている数学の低水準の責任は、少なからず師範学校と学校管理者、それに彼らの勧告に従っている議会が負うべきである。数十年間これらの団体は、教授法に関する多数の

長い課程を修めることを教員免許の第一の條件とするため、高度に組織化された運動を上首尾にやって来た。これらの課程は未来の教師の時間を占有して、数学のような学科での真に高級な学問的工作を禁じてしまう。更に教員免許は非常に一般的な性質なので、教えられた課程以上に研究したことのない人でも数学を教えることができ、又屢々教えている。学校の俸給は大変低く、仕事の時間が大変長いので、才能ある数学者は殆んど学校教育に入らず、学校教師は殆んど才能ある数学者にならない。数学的才能は校長や免許を與える当局や師範学校によつて殆んど賣められないことが事態を一層甚だしくしている。彼らにとっては、教授法の課程と、確立された制度の思想と組織への従順の方が、深い科学的知識や輝かしい新思想よりも重要なのである。

カレッジのカリキュラムにおける数学の弱さは、小中学校を支配している数学に対する誤った態度から起り、初等高等を問わず、統計学の教師の養成に関しては大学院により、統計教育に関してはカレッジ自体により得られる能率を制限している。もし高等統計学を教えている大学院が、或る大学で学生の習っているような行列代数や函数論その他の高等数学の知識を持った学生を入学させ得るなら、これらの学生に適する履修科目の型は、過去の解析だけを学んだ学生に適するものとは大いに違つていよう。

後者は大部分の勉強を純粹数学に向ける必要があるだろう。前者は主に統計理論に集中する以外、応用統計のために時間があるだろうし、応用を実習せねばならない。

しかし統計学は学問であると同時に技術である。応用の実習は理論統計家にとって極めて大切である。彼は道具作りであり、個人的経験によつて、彼の道具を使う人々の生活及び付随した問題を多少知る必要がある。応用の経験と応用から出る問題の挑戦とは統計理論の発達に非常に重要な役割を勤めた。しかし

道具作りは時間のすべてを自分の作る道具の使用に向けてはならない。主として道具を作るのに効かぬばならない。彼にとって興味は二次的にのみ道具の産物にあり、注意の主焦点は道具そのものにある。学問的に統計家においてはそうではなければならない。彼の関心は統計的方法にあるべきで、統計的方法を応用して得られる成果は二の次である。

学問的生涯の準備をしている統計学の大学院学生には応用統計との接触が必要であり、学校はそれを興えるか、少くとも援助すべきである。この必要は重要性において、理論統計学と純粋数学の必要に次いでいる。この三つ——理論統計学、数学、及び応用統計——の間の時間の配分を正確に定めるのは難しく、各場合において学生のそれまでの勉強の性質に依るべきである。もし彼の数学の準備が十分かつ豊かであれば、既に何かの形で応用統計と本質的な接触がある一方高等数学に欠けている場合より、一層多くの時間が大学時代に応用統計に費されねばならない。

応用統計は応用の分野の幾分詳しい知識を要求する。そのような分野は生命保険、知能検査、工業的品質管理、国勢調査局の仕事、農業経済学、或は累気循環の研究であるかも知れない。これらのどの分野での熟達もかなり長い研究を必要とし、統計理論家の卵に、それらの学問で、それのみを専攻している人がやっと達するような進歩の段階に達することを期待するのは無理だろう。しかし彼は、選んだ応用分野において表面的な研究以上のことをせねばならない。この研究は大学ででも別の所でもよるしい。応用統計に必要な知識は、或る場合、政府の局での仕事や累気循環その他応用統計を含む何かを調べている研究団体の中で得られるだろう。最も望ましいのは、仕事が学生をして統計的方法を十分有効に適用させ、かつまた現存する統計的方法の限

界を認めさせることである。これらの限界の認識は極めて屢々
学問の発達の胚種であった。

応用統計の訓練を得る方法の内望ましいものの一つは、本当は
理論統計家ではないがうまく応用するには十分理論統計学を知っ
ている人々の教えと研究を通してである。例えば知能検査の仕
事をしている心理学の教授が、相互の利益のため若い統計理論家
の協力を得るとしよう。青年は暫くの間検査の記録や計算のつ
まらない仕事を少しやるが、やがて検査法の構成や、相関係数の
種々の函数の分布の問題に移るだろう。この最後のものは統計
理論の新しい利戟的な前線にある。未來の統計理論家としての
青年の能力において、眞に主な仕事であるこの前線の発展は、か
くして自然に数学的内容だけでなく触れ得る意味を持つ一問題或
は問題の系列として現われて来る。そのような場合体験は適當
な接近、例えば初等函数で数学的に簡単に表わせない函数の研究
における適當な近似、を暗示する点で屢々大きい価値を持つてい
る。

この仮定の実例の青年が、心理学者の立場から見て非常に優秀
であると判り、乗り出した知能検査の型の仕事を続けるように勧
められ、彼自身心理学者になるかも知れない。しかしもし彼が
統計学の教授になるつもりなら、心理学の仕事は一時的でなけれ
ばならない。心理学の仕事には理論統計学でないものが非常に
沢山あり、理論統計学には心理学でないものが非常に沢山ある。
両方を同時にするのは難しい。その上、統計理論と方法での
発見は特殊の応用に限られるべきでない。もし青年が相関係数
の何か新しい函数の分布を発見して、多変量統計的解析の境界を
広げること成功するならば、この発見は人類学、医学、銀行業
その他、全体として最初の目的の応用を遙かに凌ぐ所まで応用
される機会がある。発見は先づ一般統計理論への貢献と見なし、

数理統計学の雑誌に発表されるべきである。そうすると広い範囲の統計学の教師が利用して彼らの講義に織りこみし、その方法と結果とは、可能な一般化と類推の立場から他の研究者に研究されるだろう。もしそれが心理学の一つの発展と考えられ、心理学の雑誌にのみ発表されるならば、その重要性は大いに制限されるだろう。このような場合には多介二重又は多重の発表が許されるべきであるが、最初の発表は数理統計学の雑誌でされねばならない。余りに多くの統計学のうまい思付が、ほんやりした特殊応用と関連して埋れて来た。

青年を統計理論の高級な仕事に準備させる立場から見て、そのような経験の成功は、一部彼自身の数理統計的準備と生れつきの性資と、又一部彼に仕事させている心理学者のそれに依存するだろう。もし心理学者が、昔から伝えられた悪い統計的方法を独断的に信じているなら、その経験は舊の統計学者にとって致命的となるかも知れない。もし青年が心理学を研究してはずそれを軽蔑する時も結果は殆んど確実に悪いだろう。他方もし心理学者がかなりよく統計学近代の発展に接触しており、若い統計学者が心理学の問題にまじめな興味と尊敬を持ち、両者が真に科学の発展に献身しているならば、心理学の技術への貴重な新しい貢献と、統計的方法の教師兼創造者として学界に地歩を占めるに適した新しい人物との両方が生れるだろう。

カレッジや大学は、普通そのメンバーが教育及び研究に従事することを期待している。これら二つの役目の相対的強調は学校により、更に小さくは同じ学校内の科の間で非常に変化している。

もし講義の主題が、新しい見地も応用も論争問題もなしに数世紀の間不変であり、良心的な学者によって入念に改良されて真に究極の完全に達した数世代の書物から進化した教科書によつてすべての細部が適当に整くされているなら、その時には、研究して

いない教師がそれらの講義をする場合もあり得る。そのような学科があつたとして、それをカレッジのカリキュラムから省くことも可能であらう。

他方、基礎的な問題に鋭い意見の相違があるか又は最近に起り、現在の意見が重要な意味を持ち、真と誤りのない適当な教科書の準備に必要な時間と意見の一致がまだ無いような新しい学問では、研究を伴わない教育は厄介な結果を生むかも知れない。

教授法の熟練も人格の光輝も、真理の代りに誤りを教えることを償い得ない。そのような分野では、研究していない人々が實際誤りを教え易く、教授法がうまくいけばうまい程弊害は大きくなる。

健全な教育政策は、そのような学科の教師達の時間と精力の多くを研究に捧げることを要求する。学生も又この種の比較的新しい領域では、独創的批判的な仕事を奨励されることが特に必要である。彼らは、十分な納得させる理由なしに權威によつてのみ與えられる公式や方法の使用を避け、いかなる断言にも接近して批判的に見ようとするように教えられねばならない。

この種の学問は全然教えるべきでないという議論も勿論できる。

意見の一致がなく教科書が誤っている時、その問題の専門家は絶対的真理に捧げられた廻廊付きの広間に侵入せず、それを自分自身にしまっておくべきであると云えるかも知れない。医者 of 意見が合わない時は誰が決定するか。例えば、煽情的な攻撃と頑固な民間迷信はさておき、論争と見解の急速な変化にも拘らず着実に発展して来た医学の教育を参照して、以上の見解の空しさは容易に示し得る。医学は實際的な重要性を持つており、いかなる疑問をも乗り越えて、ますます大規模に教えられ続けることであらう。

統計的理論と方法は、継続し拡大して教えることを確信させる程大きい種々様々の實際的重要性を持つ学問を構成している。

知識を探し求める殆んどいかなる分野も、今や統計的方法でなしでは済ますことはできず、統計的方法は統計理論の光の中でのみ賢明に選ばれ得る。非常に様々の場合に健全な統計的方法を興える大きい進歩がなされた。しかし他の急を要する實際的必要にまだよく備えられていず、かくして提出された顕著な問題を攻める最良の方法に関して意見が分れている。探求は必然的に、特殊な場合に適する推論が直に引き出せるような更に一般な原理に達する希望を持って、更に深い問題へ向って行く。層一層新しい数学的前線に突入することを要求する深い謎に出くわす。これらはすべて研究を多量に求めている。

特定の職業団体が直接實際に使うため初等的な統計的方法を教える時のように、教育が研究面より遙かに優位に立つと考えられる場合にも、教師は、答えるには統計理論の研究を必要とする難しい質問に直面せねばならない。多くの可能は実例の一つによつてこのことを説明しよう。農業実験に使うため分散分析を教える場合、基礎の分布のあり得べき非正規性から起る質問を何らかの形で処理せねばならない。公式は、最良の教科書の中のものでも分布が正規である時に限り正確なのであり、この事実も又多くの分布の非正規性も学生から隠してはいけない。この点に関して、この学科について尚幾らか云つておく必要が明らかである。

教師の述べ得ることは、一連の当惑させる問題の中へ彼がどれ程深く突っ込んだかにかゝっている。その問題の若干に関しては学者達の見解がまだ安定していず、既に驚くべき有用性を示している技術が最大の実用的価値を得るためには恐ろしい量の研究を必要とするのである。

統計教育の組織においては、かくしてカレッジや大学が統計理論の研究を、この分野の教授陣の第一の仕事として強調することが非常に大切である。講義時間とその他の義務は研究を許す暇

度に抑えられねばならず、教師の最初の選任は統計学の研究のできる人物からであるべきであり、必要な事務、計算、その他の補佐の備えがなければならぬ。図書室は、統計理論の出版物に關してのみならず、純粹数学の一層広い分野から見ても適當なものでなければならぬ。

教育と研究という普通の義務に加えて、統計的方法専門の学部員は、第三の義務即ち同僚その他の人達への彼らの問題の統計的な面に関する助言、を免がれることができないのを知る。これは屢々多くの時間をとる。そのような奉仕をするのは明らかに学問的専業のためである。極めて多くの科において学者達は、彼らの資料の解釈のみならず実験の計画その他の研究においても、優秀な統計的助言によつて彼らの仕事が改良され運びがよくなることを知りつつある。助言は屢々更に進んだ奉仕で補われる必要がある。統計家は医者と同じく、処方箋を與える一回の診察が事を十分に終らせたいということを屢々発見する。最初の診断と処置は更に観察によつて補われる必要があるだろうし、付随した仕事が屢々圧されるべきである。

講義時間数をきめる時管理者は、統計学を教える者の側の、他の科へのこの奉仕を心に留めておくべきである。彼ら自身の分野における研究の必要を睨み合せて、講義時間を明確に制限する必要がある筈だ。教えるべき分量とそれを教えるための限られた時間が気にかかる熱心な若い教師のような場合には、一週間の講義時間数をへらし、適當な時には長期休暇を取らせる上からの干渉があるかも知れない。

特に大きい学校において、統計の奉仕の問題を扱う一方法は、この目的に捧げられた特別の機関によることである。そのような機関は、統計研究所とか応用統計学科とか他のどんな名で呼ばれようと、助言のみならず計算や図表を畫く奉仕も含めた一層積

極的な援助を興えるだろう。それは最近 Paul E. Klopsteg² 博士によつて暗示されたような、機関の可能な連鎖の一つとなるだろう。博士は“科学のそれ自身への応用より成る技術を仕事とする道具等の研究奉仕研究所”の一群を提唱している。この思い付きを支持して Klopsteg 博士は国家防衛研究委員会の経験を引用している。そこでは“応用数学班として知られている数学者の団体を作り、種々の分野で研究員を援助することは、望ましい所ではなく必須のものである”ということが知られた。資格ある数理統計学者を配置種々の実際的問題を扱う大きな統計研究団を数ヶ所に作つて維持することを、応用数学班が有用と認めたとする事実は付記するに足るだろう。

専門化の利益をある程度收め、教師の議義と理論研究が他の仕事で不当に中断されるのを除くに十分な程度にまでは、統計奉仕機関は統計学の教育から免除されるべきである。

実際の統計的作業と統計理論研究と統計教育との間の相当密接な関連によつて、すべての側面に明らかな利益がある。関連が余りに多くの時間を奪わない限り、これらの活動の各々は他を利する。統計理論の研究は、医学の研究のように、特殊な実際問題の注射によつて時々元氣付けられることが必要である。それは又学生との接触の軋載を求める。統計的方法の教育は、その学問における研究並びに学生が直面し得る応用例の存在によつて一層力強くなる。そしてこゝで考察したような何かの機関を通して応用が適當な専門家の注意を引き、又その取扱ひが必要な時学生が直に召集され得るならば、応用の必要はよりよく満される。

統計学を扱う大学の組織は、一つは主に応用統計に、他は理論

註 2. "Increasing the productivity of research,"
Science, vol. 101. (1945). pp. 569-575.

統計学にあてられた。人材の重複する二つの科から成るのが適当であろう。教育は両者が行うが、少くともより高い水準では主として理論部門の関する所となるだろう。決定的に一方又は他方の仕事に適して、週期的交流を命ずる固定した規則が望ましくないような人もあるが、二つの部門の間の移動は容易で頻繁でなければならぬ。

よい小さい学校では二つの統計学科を持つことは非実際的であろうし、更に小さいカレッジでは一つでさえそうである。これらの場合の内若干の必要に答えるため、応用統計における助言と奉仕のための地域的な中心が、姉妹学校には容易に利用できるようにして全国的に、大きい大学に設立される。種々の農科カレッジが多年連邦農務省と共同作業を遂行して来たように、又戦時研究の多くが今や政府との契約の下に大学その他の機関でなされているように、これらの中心は又応用統計の仕事、政府の代理その他の機関のために遂行するだろう。

もしやるとして、これら応用統計学の大学の中心がどの程度まで市場に入り込み、営利事業への奉仕に商業的に従事すべきかの問題は、論争の余地がある。大学による商業的奉仕の実験は目下進行中であり、少くとも浅る場合には財政的に有利と解されている。学問の研究へ些か都合のよい反作用さえあるだろう。他方学校の知的廉直に対して、まじめな考慮を要する重大な危険が存在する。大学への政府の補助金の問題が出る時屢々押し出される理屈、例えは興える力は抑える力を意味するとか、笛師に支払う者は曲を望むとかは、金が営利事業から来る時にも同様に、否更に大きい力であてはまる。こゝでこの問題の最後の判断を下すつもりはなく、わなにかゝらずにみそをうまく取る方法を考案したと感じている博学の学校に、警告を交えて祝福の言葉を興えるに止めよう。

大学における統計学者の人員と研究と奉仕の務めの問題から教育自身へ移って、学部の組織、課程の内容、準備必修科目の系統、及び教育法の問題を考察せねばならない。これらすべてを我々が二次的な問題と考えるのは、重要でないという意味ではなく、この報告の第二部で述べたような人材が、丁度今述べたような或る一般的环境の中で働くことになれば、それらの適当な解決はかなり速やかに得られると信じるからである。以下記録する考えは一般的な性質のものであって、一たび適当な学部員が得られたら、特定の学校での計画を展開するための出発点と見なされるべきである。これらの問題に関する詳しい勧告は今試みない。

統計教育は以下の諸方法の内のどれかに組織される。

1. 上に示唆した種類の二学科から成る統計研究所。
2. 単独の統計学科
3. 学科間の委員会。
4. 数学教室のみの管理
5. 現状のように応用学科の異質的な集団の間に組織しないまままでおく。

第一の計画は僅かの大きい学校のみにも適用され、第二が大部分にとって最も適することになりそうである。正しい種類の学科職員が適当な数だけ存在せず、大学院学生の研究の便宜が限られているためここ数年間は存在し得ない現状では、大多数の学校にとって十分には可能性のない段階である本当の統計学科が組織できるまで、第三の計画が、多分過渡的な期間の間に合せと見なされるべきであろう。学科間委員会の或る痕跡が、多分諮問会の形式で、応用の必要を知らせるために統計学科の有用な付属物になるだろうということは勿論あり得る。数学教室その他いかなる科に関しても、何か同じ種類のものが活動することは可能であろう。他方相談と調整とは余り形式的でない仕方で行われるこ

とが望ましい。これらの可能性はこれ以上に探求されたことがない。

統計学を数学科の小部門とすることは、学科の数をへらすことを望んでいる管理者にアピールする解決である。統計学の学問内容は、この計画に或る重みを與えるに十分な程数学的である。

統計学は多くの種類の数学を使っているが、ついにはすべての種類を使うに至るだろう。その上、純粋数学例えば幾何学の若干の定理は、統計学でおなじみの定理と概念の助けを借りると、最も容易に証明され又理解される。かくして球面三角法を、統計学者によく知られた單、偏、重相関係数を結ぶ関係を利用して再構成することは容易である。

他方統計学は伝統的な数学とは気の合わない面を若干持っているが、これらの一部は、嚴密な数学的理論によつて直に與えられるものを越える實際的な必要の急迫から起つている。分散分析を教える時、基礎の分布のあり得べき非正規性をどうするかの問題を再び引用しよう。この技術の使用者には、数値表にされた確率基準の基礎になつている仮定が、正規性の仮定も含めて、実情に即していることを確かめる責任がある。しかし彼は、分散分析が實際応用される大きい比率に関しては、これをするには非常に貧弱な地位にある。しかし何らかの形の分散分析は——多分順位数³を使うか変換その他の補助手段により——非常に広い種類の重要な實際的情勢を攻撃する有力な一手段たるを失わない。實地統計学は、そのような事例に対し高度に教育された推測を行う必要がある。この推測は、正規分布への接近、非正

註. 3. Milton Friedman, "The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance." *JASA* vol. 32 (1937), pp. 675-701.

規矩集団からの標本における分散比の能率，漸近的大標本理論，及びその他の事柄に関するかなりの範囲の数学的知識によつて，決定はされないまでも助けられるだろう。この数学は応用の特殊な主題の考慮によつて補われる必要がある。更に統計学の学生は，そのように推測する技術を発展させるため計画された実際の経験的資料の実習をすることが望ましい。統計学で広く使われている不正確な数字の他の例は，微分法によつて漸近的標準差を求める仕事である。そのような場合良い数学が悪いものにとつて代ることが望ましいが，悪い数学でも全然無いよりはましだということ，非常に多くの実地統計家が追い込まれる気持についてもう少し云つておかねばならない。これらの線に沿った必要な良い数学は，実際に統計学のまじめな勉強をした人々によつてのみ可能となる。十分に関心を持った純粋数学者が，そのような統計学者に案内されて，ついには必要な研究を引受け完成することもあり得るが，実地の必要は近似を要求する。特定の近似の良好さは，進んだ数学的分析の重砲隊が前線に到着するずつと前から，特定の应用到親しい統計学者によつて屢々適当に判断されることが出来るものだ。

統計学の教師は応用に対して本当の同情と理解を持たねばならない。少くとも応用関係者の或る人々の意見によれば，純粋数学者の多数はこれを持っていない。そして現在肝心なのは事実よりもむしろこの意見である。というのはこれらの意見が，例えば心理学者や経済学者に支持されている限り，これらの専門家は，主に純粋数学者から成る科によつて興えられる統計学の講義が，彼らの目的に不適當ではないかと疑うだろうから。その結果種々の科が，彼ら自身の統計的方法の分離した課程を教えるという，決定的に悪い昔のやり方に逆戻りして，集中化の計画を怠ることになり勝ちである。

これらの困難は必ずしも打ち勝ち難いものではなく、多くの中小規模の学校が、統計教育の責任を負った数学教室を作ることが期待され得る。しかしこれは可能な危険の考慮なしになされるべきではない。

次にカリキュラムの問題を考えよう。これは大学院と大学の二つに分けられる。大学院の課程は更に統計学の専門課程と、統計的方法を使う必要があるが大学生として十分に学んでいず、それに多くの時間をあて得ない社会学のような他学科の学生への補助的な統計教育、との二つに分けられる。これら二つの小区分の内、現在の学生数は後者の方が多いが、統計学の全将来はこの大学院教育の改善と拡充とに依存しているのだから、究極の重要性は前者の方が大きい。

社会学のような学科の大学院学生に、数学或は統計学の準備なしで初等的な統計的方法をたまたま教えても、大学と大学院の勉学の一層よい結合によつて得られるものと比べて、その学問を自由自在に使う力を興えることはできない。未来の社会学者は、初等的な統計的方法と概念を、まだ大学生のとき、社会学との特殊を関連なしに学ぶべきである。社会学への応用に独特であり、初等課程で例示と演習を通して教えられる以上の統計的方法の諸性質は、大学大学院を問わず社会学科の課程に適した材料であろう。そのような課程は、統計学科における初等課程、又は少くとも社会学よりはむしろ統計的方法と理論の専門家によつて教えられた初等課程を、準備必修として要求すべきである。

統計学専門の大学^院課程は、配置できる教授が僅かしかないという簡単な理由から、数年間は二三の学校のみ領域となるだろう。

大学院のカリキュラムは統計理論を主な内容として含むべきであるが、又学生に純粹数学の学力を強め、統計学の応用分野の知識と実地の統計的作業との接触を得る機会を興える必要がある。

下級のカレッジのためには、今方々の科で行われている偶発的な課程の代りに、二つの一般的基礎的課程と数種の高等課程との結合を勧めよう。後者の内の若干は、特定の学科又は学科集団の仕事に専門化されるだろう。

二つの基礎的課程の内の一つは解析を、他は一学年の代数の知識のみを、準備必修として要求するだろう。勿論この知識は、高等学校の一学年の代数の課程をパスした記録と同じものでなく、試験と更にカレッジの入学試験によつて強化されねばならない。

私は、カレッジの資力をこれより低い水準の統計教育に捧げるべきだとは信じない。他方、解析を前提とし得る統計教育は大いに価値を増すから、学生に解析を早い時期に完成させ、その後解析に基づく統計課程を学ばせるように強い圧力と誘引が加えられねばならない。かくしてこれら二つの一般課程の内数学的でない方は、学生の大部分によつて選ばれることなく漸次廃止に近づき、一方解析に基づく課程が統計学の概念との接触の致命点となることが望ましい。その一つの理由は、始めて統計学を知り熱中して更にもつと進もうと思う学生が、最初解析のない課程をとつた後に更に進んだ研究に必須だからとて解析に基づくが重複の多い課程を取らねばならなくなった時のように、繰返しを余儀なくされずに機会を得るべきだからである。しかし主な理由は、解析をやらない人には近付き得ない大切な材料を解析の助けを借りてこなす可能性である。

同時に、学生が後になつて他の学問の研究に統計学を道具として使い得るため、早くカレッジ時代にそれを学ばせるように努力されねばならない。統計学の早期学習と、解析に基づく統計学の最初の課程との二つの目標は、解析が早く教えられる時始めて両立し得る。このことは、一部は教師の訓練と免許の制度により、学校の教学教育に非常に遅れと非効率があつて、ヨーロッパ

人に比べて我々の児童に不利益を與えているという前に述べた呉に我々を連れ戻す。学校、議会、及び教員は、中学校においてもっと広く解析を教え、もっと適当な数学教育のできる教師を得るよう手段を取ることが望まれる。

近代的な統計的方法は確率論に基づいており、従つて確率論はそれらの正しい理解に必須である。統計学の一般課程はそれ故初等確率論から始まるだろう。確率と統計的概念の間⁴、例えば確率と相対度数の間、数学的期待値と標本平均の間、母数と統計量の間、の相補性を説明すべきである。解析に基づく最初の課程では正規分布の由來と位置の概略を述べるべきであり、学生分布を導き、種々の問題に適用すべきである。統計学科又は統計理論を専攻する誰かによつて與えられる後期の課程は、当然他の統計的方法と理論を扱うだろう。同時に、経済統計、知能検査その他統計的方法を使う分野において、学科間の提携とは別に有用な課程を専門家々與えることができる。専門及び応用の統計学のこれらの課程に関し、各料とは違つて大学では唯一つの制限が置かれねばならない：学生は、統計的方法の専門家によつて教えられる初等的な一般課程の一方又は他方を通つた後でなくては、それらに入れてはならない。更に各料の要求があるだろう。例えば統計学科は相関と多変量解析の初等と高等課程を與え、心理学科はこれらをも又、知能検査における或る仕事準備必修として要求するかも知れない。

統計教育は、学生の側に数学理論の演習と同様に、応用統計的問題のかなりの作業を伴ふべきである。この応用統計の作業の大部分は、計算機、数表、製図道具、その他の付属物を備へた

註. 4. "Frequency distributions," *Encyclopedia of the Social Science* (1931). 参照

研究所において最もよく処理することができる。

統計研究室は監督、管理、及び維持を必要とする。それらは、純粹又は応用のあらゆる水準の統計学を教えるためのみならず、多くの分野における研究者によつても必要とされる。それらの集中的管理には能率と経済という利益があるだろう。一つの示唆はそれらを大学図書館の監督の下におくことである。もう一つは、責任を中心的な統計学科もしくは二学科の統計研究所に委ねることである。集中化が進み過ぎると、大きい団体に属する者が自分専用の機械を持つ方がよいと考えることにもなるだろう。

機械と研究所に関する矛盾した要求は慎重に評価する必要がある。

統計学の或る学習を人文教育の一部としてカレッジの学生全体に要求すべきではないかという疑問も出るだろう。これは新しい段階であるが、統計学の広汎な用途を考え合せ、大いに賛意を表する。自分の究極の専門分野と職業について決心できない学生は、多くの分野で用い得るものを学ぶのがよい。そのようなものの中で、数学と統計学とは至愛な別である。要求される学習体系には多かれ少なかれ識実な反対があるだろう。しかしたとえ異議があるとしても、統計学の要求は單に新しいかためののみ拒否されるべきではない。

摘要 —— 最近急速に発達し、更に発達するように見える統計学の教育は、多くの不満足な面を持っている。その主なものは、学問を教える者の大部分が統計理論の十分な準備を持っていないことである。この弊害は、応用関係の無数の科に初等的な統計的方法の独立の課程が散在している現在の制度によつて、永久化せんとしている。この制度は、統計的方法と理論の教習の選任、監督、及び昇進を、この学問の法門名家の手に託してい

る。統計理論の教師と未来の教師は、自分達の努力を理論から応用へと導く圧力を感じている。その結果、統計理論と基礎になる数学の両方が軽視され、結局誤った非能率な方法が教えられ応用され続けることになる。

統計的方法と理論の教師の準備は、もっと明確にこの学問自体とそれに必須な数学とに焦点を合わせることが望まれる。応用分野の或る学習と応用実習も又望ましいが、統計学の大学院カリキュラムを支配すべきではない。統計理論の研究は、統計学の大学院学生と教師の主な目標となるべきである。

統計的方法の教育組織は集中化されるべきであり、研究以外に、学校内外の入々により実験の計画や観測値の解釈の問題の統計的方面について要求される助言や奉仕の役目にも又備えるべきである。統計的方法と理論の入門課程は中心的な統計機構の監督の下でのみ教えられるべきであるが、これらの入門課程を準備必修として要求する応用統計課程はどの科で教えられてもよい。これらの最初の課程には二種類があるべきで、一つは解析に基づき、他は初等代数以上の数学を必要としない。この二つの内、一層数学的なものの方が一層重要であり、学生の多数をそれに導くよう努力すべきである。中央統計集団は又その学問の更に進んだ課程をも教える。

わが国の学校は数学教育においてヨーロッパの学校より遅れている。もし学生が一般に早期に解析を取っていたなら、統計教育は、少ない時間で多くの教材をこなすという意味で一層能率的となり、学生の研究する他の学問の必要が当然統計的知識を要求するときそれが使えるという意味で更に有用となり得たであろう。教師の側におけるよりよい数学の知識を保証するための教師の訓練と免許の制度の変更を含む学校数学の徹底的な改革が大いに必要である。

(阪大.理.立本 正, 訳)