$$d_\gamma(K_1, K_2) = \inf_{-\infty < c_1, c_2 < \infty} d\,(F_1(x+c_1), F_2(x+c_2)) = \min_{-\infty < c < \infty} d\,(F_1(x), F_2(x+c))$$

によって定義すれば，$d_\gamma(K_1, K_2)$ は Ω_γ に於て距離の公理をみたし，且つ $K_n \in \Omega_\gamma$ $(n=0,1,2,\cdots\cdots)$ なるとき $\{K_n\}$ が K_0 に分布函数の組として収斂することと $\lim_{n\to\infty} d_\gamma(K_n, K_0)=0$ とは等値になる。

次に n 次元ゆうくりっど空間に於ける分布函数について考える。そのような二つの分布函数 F, G に対し，

$$F(ax_1+b_1, ax_2+b_2, \cdots\cdots, ax_n+b_n) \equiv G(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n)$$

なる定数 $a>0, b_1, b_2, \cdots\cdots, b_n$ が存在するとき，F と G とは同一の組に属するという。 n 次元分布函数の組の系列

$$\{K_m;\ m=0,1,2,\cdots\cdots\}$$

に対して，その各々から適当にとられた分布函数の系列 $\{F_m;\ F_m \in K_m,\ m=0,1,2,\cdots\cdots\}$ が存在して，$\{F_m\}$ が F_0 に法則収斂するとき $\{K_m\}$ は K_0 に収斂するという。

このとき極限の組は n 次元に固有なものは一つしかない。

組の収斂について一次元の場合に成立つことが n 次元の場合にはどうなるか，しらべてみたいと思ってい。

6. On a Generalization of a Theorem by Liapounoff

By Yoshihiko Hiraga

The following theorem of Liapounoff will be generalized to the infinite-dimensional case along the lines of P. R. Holmos, "The range of a vector measure," Bull, Amèr. Math. Sor., Vol. 54 (1948), pp. 416 - 421:

The range of a countably additive finite vector measure with values in a finite-dimensional real vector space is closed and, in the non-atomic case, convex.

These results were first proved by A. Liapounoff[1] and their seniplified proof was given in the above paper by Halmos and also, has recently been shown by Dvoretzky, Wald and Wolflowitz, "Relations among certain ranges of vector measures," Pacific Journal of Math., Vol. 1 (1951) PP. 59~74, as anapplication of their results.

For separable and boundedly incomplete sets of equally finite measures defined on any given Borel field, the auther obtains the same results as by Liapounoff.

However, their proofs by him have to be carefully examined.

---

1 "Sur les functions-vecteurs complètement additives," Bull. Acad. Sci. URSS. Sér. Math., Vol. 4 (1940), p.p. 465 - 478. See the paper by Halmos àted above, footnote 1.