

## ②6 雨量と流量と(II)

(利根川の洪水流量を流域諸地点の  
雨量から推定することについて\*)

菅 原 正 己

丸 山 文 行

### §1. は し が き

我々の目的は、洪水に於ける利根川の時刻流量を流域諸地点の  
時間雨量から推定することである。

資料として次のものを用いた。

関東地方台風資料（資源調査会資料第24号）

七大洪水調書 No.5 時刻流量一覧表

（建設省関東地方建設局）

アイオン台風洪水報告書

（建設省関東地方建設局）

以上の資料を用いて、昭和13年8月、16年7月、又3年9  
月の台風洪水につき、時刻雨量の資料から、時刻流量を推定する。

方法として、先に那賀川流域の諸地點の月雨量から、小浜の月  
平均流量を推定するのに用いて、相当の成功を見たものを使う。

---

\*これは昭和26年10月経済安定本部資源調査会の水部会、工木  
ルギー部会の小委員会および統計数理研究所の11月の談話会で  
発表したものである。

その方法は、降雨が一応流域に涵養されたと考へ、それが指數函数的に流出して減少し、その流出量が流量になるとするものである。那賀川の場合には、この方法を第一近似とし、更に工夫をしたのであるが、洪水時の時刻流量の推定についても、この方法は第一近似として、意外に良好な結果を與える。

## § 2. 万場の時間流量より神流川若泉の時刻流量を推定すること。

我々の假定によれば、ある時間に工の降雨があれば、それは指數函数的に流出する。従つて最初の1時間に流出する量を $a$ とすれば、又時間目、3時間目、4時間目……に $a r$ 、 $a r^2$ 、 $a r^3$ ……の流出があり、これらの和が $x$ となるわけであるから

$$x = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots = \frac{a}{1-r},$$

即ち  $a = (1-r)x$

となる。従つて、ある1時間に降った $x$ なる雨は、 $n$ 時間後の流量に $(1-r)x r^n$ なる流出量を與えることになる。

そこで、時間雨量の列

$$\dots, x_{-3}, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, x_3, \dots$$

があるとき、時刻 $n$ に於ける流量 $y_n$ は過去の各時間の雨量の流出の総和として

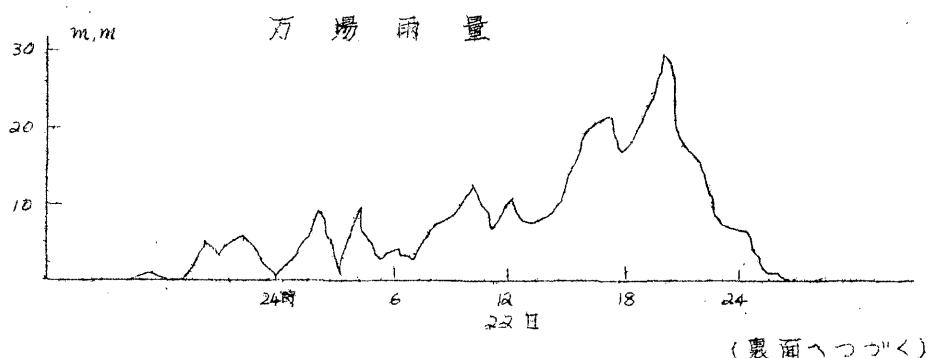
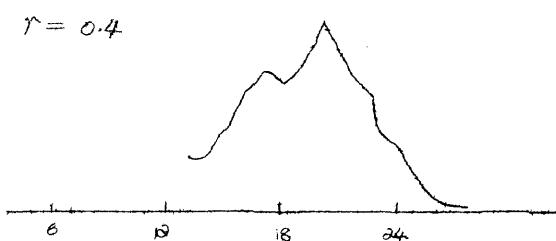
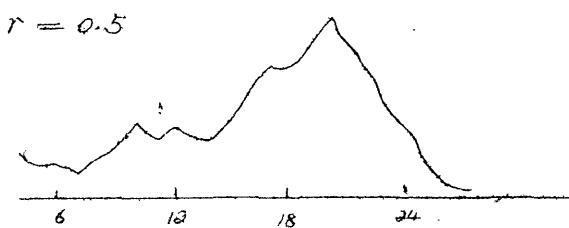
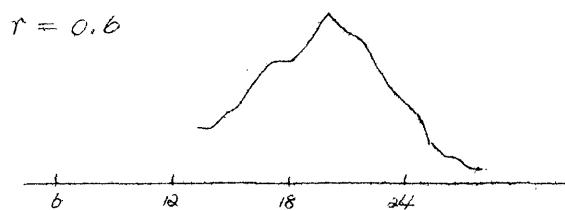
$$y_n = (1-r)(x_n + x_{n-1}r + x_{n-2}r^2 + \dots + x_{n-i}r^i + \dots)$$

となる。

我々は $r$ の値を種々変えて $y_n$ を計算し、これを実際の流量と比べてみることにした。まず資料のよく揃っている昭和16年7月洪水について、万場の時間雨量から、若泉の時刻流量を推定する。

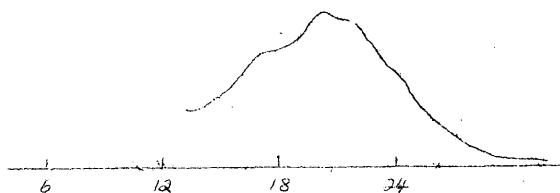
計算の結果を図示したものが第1図であつて、 $r = 0.7$ 、また

第 1 図  
万場雨量より若泉流量決定

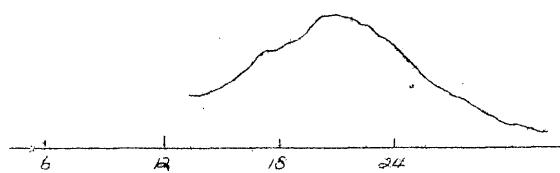


第1図(つづき)

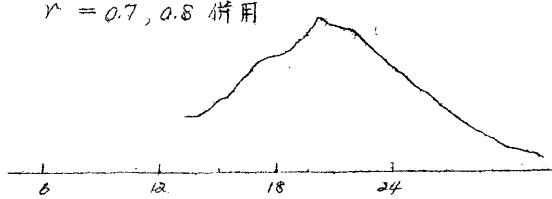
$r = 0.7$



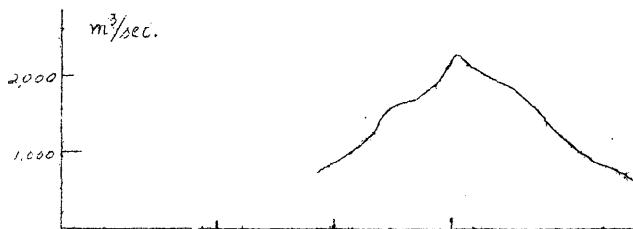
$r = 0.8$



$r = 0.7, 0.8$ 併用



### 若泉流量



は  $r = 0.8$  としたときの推定流量のグラフに、4時間の遅れを與えると、若泉の流量に似て来る。  $r = 0.7$  の推定流量グラフの左側、 $r = 0.8$  の推定流量グラフの右側は実測流量のグラフとよく似て居るから、便宜的ではあるが、ピーク到達までの増水期には  $r = 0.7$  を、ピーク後の減水期には  $r = 0.8$  を用いて計算したものを推定流量とする。これが第1図の  $r = 0.7$ ,  $r = 0.8$  併用と記したグラフで、実測流量と驚く程一致している。

第1図では雨量の単位は  $mm$ 、流量の単位は  $m^3/sec$  である。推定流量は雨量と同じく  $mm$  単位で出ているから、これを  $m^3/sec$  に換算しなければならない。神流川の若泉までの流域面積は、345  $km^2$  であるから、 $mm$  単位の推定流量を  $m^3/sec$  に直すには

$$10^{-3} \times 345 \times 10^6 / 60 \times 60 = \frac{345}{3.6} = 95.8$$

を掛けねばよい。

$r = 0.7$ ,  $r = 0.8$  を併用して得られた推定流量のピーク時流量は  $1,975 m^3/sec$  であり、実流量は  $2,285 m^3/sec$  であるから、実流量は推定流量の 1.16 倍になっている。

雨量は平均よりも山腹に多く降り、かつ各地点の雨量におよそ比例關係が成立すると考えれば、万場の雨量から推定した流量にある修正係数を掛ける必要のあることが理解される。

第1表は、ピーク流量が一致するように、修正係数を掛けて得られた推定流量と実流量とを比較するためのものである。

第1表 昭和16年7月洪水、若水推定流量

日 時	実 流 量	推 定 流 量	日 時	実 流 量	推 定 流 量	日 時	実 流 量	推 定 流 量
22日17時	745	861	23	1,799	1,886	5	—	1,275
18	864	849	24	2,285	2,285	6	—	1,020
19	—	1,007	23日1時	—	2,210	7	899	816
20	1,244	1,336	2	—	2,082	8	—	652
21	1,542	1,636	3	1,887	1,808	9	699	521
22	—	1,701	4	—	1,578			

### S 3. 16年7月洪水に当る方法を適用すること

神流川の推定流量が意外な程よい一致を與えるので、この方法を用いて洪水流量の推定を進めることにする。

当る方法は、雨量に指數函数を掛けて加えること、数学的に書くと、時刻  $t$  の雨量（正確に言えば雨量の *intensity*）を  $x(t)$  とするとき、

$$y(t) = \lambda \int_0^\infty x(t-s) e^{-\lambda s} ds$$

なる  $y(t)$  を用いて流量を推定することである。実際の計算では等比数列を掛けて加えることで、収入を貯金に繰り入れて、一定の割合で支出する計算となるから、以後この計算を振りに繰り入れ計算と呼ぶことにする。

そこで流量を推定する方式は

- (1) 適当な公比  $r$  により繰り入れ計算をすること
- (2) 時間的遅れを求めること
- (3) 修正係数を決定すること

の三つになる。

我々は前半  $r = 0.7$ 、後半  $r = 0.8$  で繰り入れ計算をし、かく

て得られた推定流量のピークと実測流量のピークとを合わせるようだ、時間的遅れと、修正係数とを定めることにした。

この方法で昭和16年7月洪水の流量推定を行う。

第2図は繰り入れ計算の結果と実流量とを図示したもので、鳥川、鬼怒川、渡良瀬川、いずれも曲線の形はかなりよく似ていると言つてもよい。

左だし推定流量の左側、増水期に起る小さいピークは実流量にはないものである。

初期の降雨はその一部が地下に浸透し、流出が遅くなるとすれば、増水前半に小さいピークが現われないことが理解される。

また減水の後期では、推定よりも減水はもう少しゆるやかになるらしい。

地下に浸透した水の流出は地表にある水の流出よりはるかに遅いであろうから、増水期に地下に貯えられた水が、後になって流出して来るような機構を適当に考えれば、この現象を説明できるであろう。

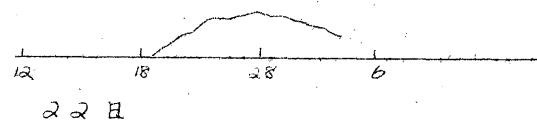
しかし不幸にして、実測流量はピークの附近しか與えられていないので、かかる補正を今回は一応考慮の外へ置くことにした。

さて第2図のグラフに於て、推定と実際のピークを合わせるようだ、時間的遅れと、修正係数とを決定する。

始めとすべての流量観測点につき、流域面積が不明なので、繰り入れ計算をした結果のmm単位のものに直接掛ける係数としての修正係数と、時間的遅れの表を第2表に掲げる。

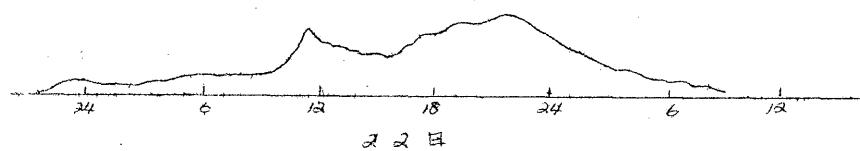
第2図 16年7月洪水流量推定  
鳥川

君ヶ代橋流量



又2日

三の倉より推定

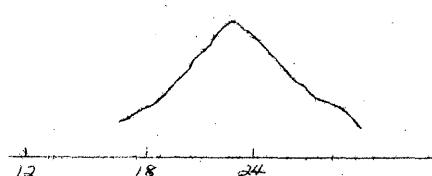


又2日

鏡

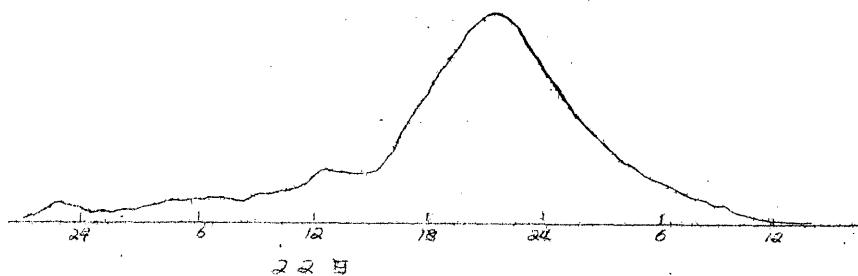
川

山名流量



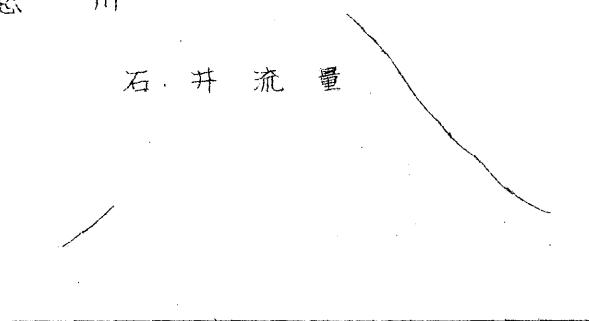
又2日

下仁田より推定

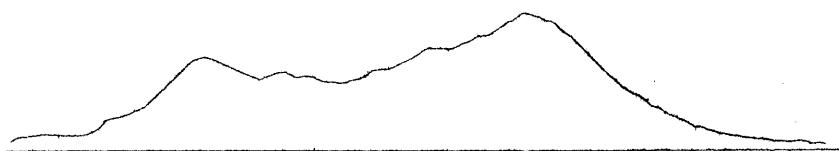


鬼怒川

石井流量



日光より推定

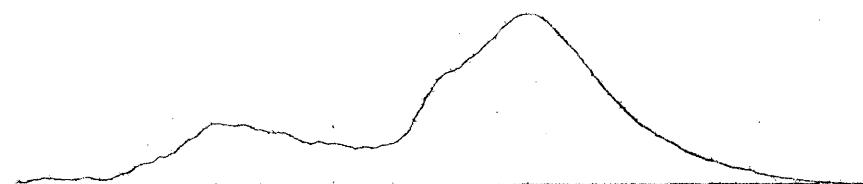


渡良瀬川

福富流量



足尾より推定



流域面積を  $a \text{ km}^2$  とすれば、第2表の修正係数に  $\frac{3.6}{a}$  を掛けたものが眞の修正係数と呼べるものであつて、我々は、これが 1 に近い数であることを期待する。-

第2表 16年7月洪水

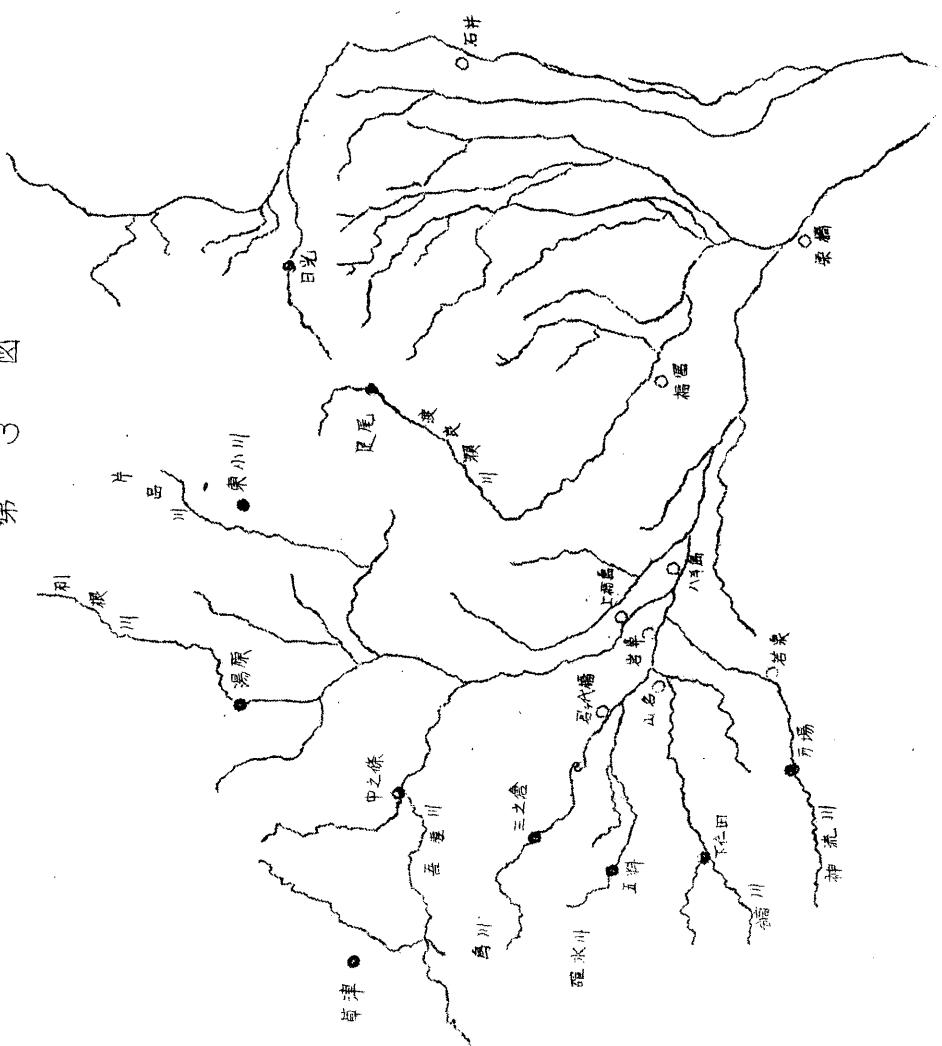
河川名	雨量観測点	測水所	時間的遅れ	修正係数
神流川	万場	若泉	4 時間	111
鍋川	下仁田	山名	又 時間	64
鳥川	三之倉	君ヶ代橋	3 時間	57
渡良瀬川	足尾	福留	3.5 時間	87
鹿怒川	日光	石井	4 時間	220

流域面積が判っている若泉 ( $345 \text{ km}^2$ ) , 石井 ( $1,230 \text{ km}^2$ ) について、眞の修正係数を求めると、それぞれ 116 %, 65 % となる。

我々は目標を一先ず八斗島流量の推定に置くことにする。所が不幸にして、流域面積が広く、最も大切であると思われる利根本流については、上福島（流域面積  $3,661 \text{ km}^2$ ）の流量と、東小川、湯原、前橋の雨量しか資料がない。

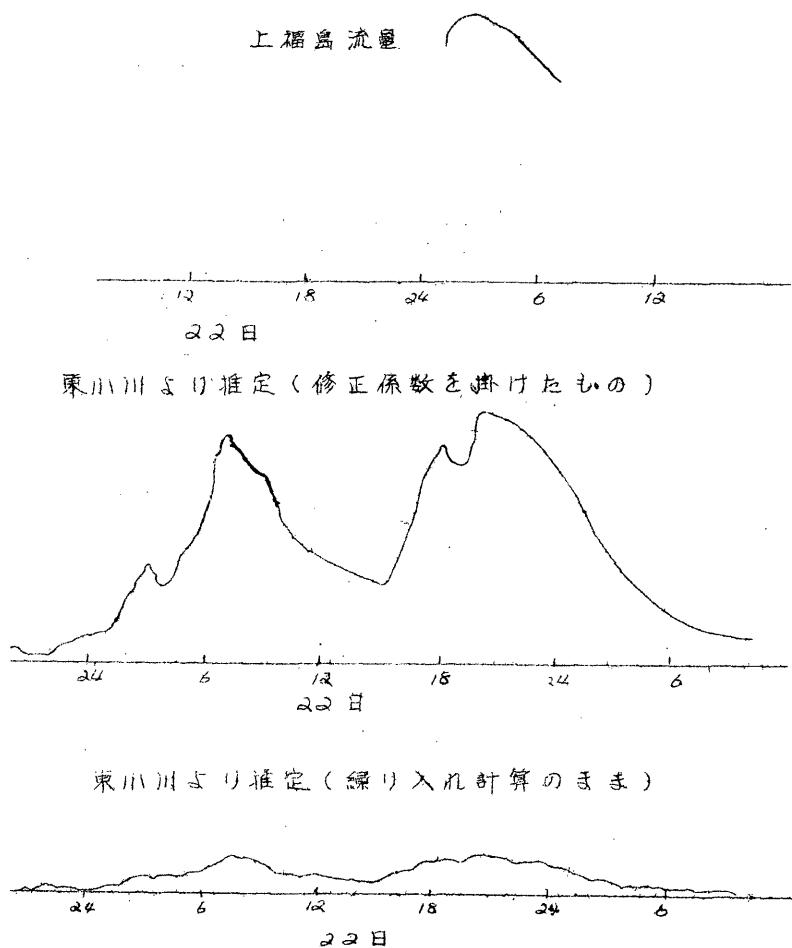
このうち前橋は位置の関係からか、流域の雨量を代表するには不適当なものである。

圖 3 第



そこで取り敢えず、東小川流量から上福島流量を推定することとし、繰り入れ計算の結果（第4図の下）と、実流量とのピークとを一致させることにより、時間的遅れ $\tau$ 時間と、修正係数643とを得た。上福島の流域面積を考えれば、眞の修正係数は63%である。繰り入れ計算の結果に643を掛けたのが第4図の中央の図で、これに $\tau$ 時間の遅れを與えたものを上福島の推定流量とする。

第4図 16年7月洪水利根本流

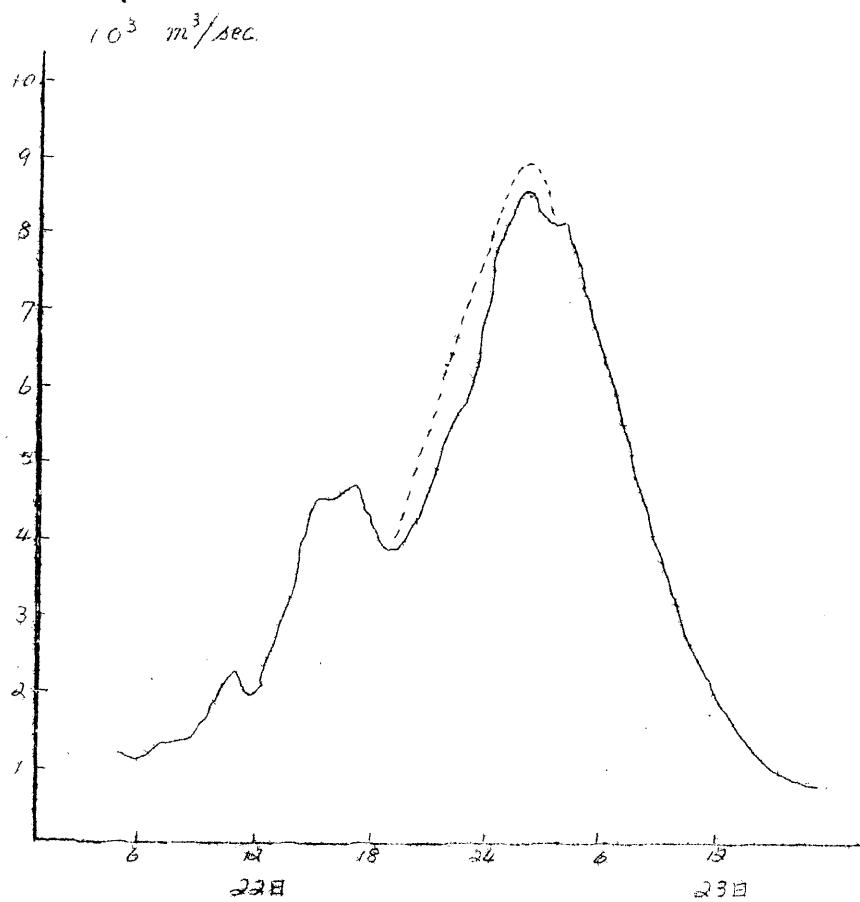


八斗島の流量を推定するには、さらに確氷川の流量が必要である。しかるに五料の雨量のみあって、流量資料が欠けている。

そこで岩鼻流量から山名と呂々代橋の流量を引き去つたものが確氷川の流量であると仮定し、五料の雨量に繰り入れ計算をした結果と、上に述べたように差として出した確氷川流量とを比較し修正係数をと時間的遅れ又時間とを得た。

かくて、利根本流、支流の推定流量がすべて得られたから、これを加えて八斗島の推定流量とする。これを図示したものが第5図で、

第 5 図 16年7月洪水八斗島流量



実線は推定を、点線は実測を示している。ピークの時刻、大きさのみならず、増水の様子までよく似ている。ただし推定流量の増水初期にある小さなピークは実際にはなかつたものらしく、これに対する補正は既述のように必要であろう。

第5図に示すように、八千島の推定流量は驚くべき一致を與えるが、それは実流量に合うように修正係数を定めたことによるのである。特に碓氷川については、岩鼻に合流した所で合うよう五種の修正係数を定めている。流量を推定するための方式を求めることが問題であるのに、実流量との比較で修正係数を定めるのでは、洪水予報の役に立たないわけで、これについて考察を進めることにしたい。

#### § 4. 昭和 13 年 8 月 31 日 ~ 9 月 1 日 洪水の場合

§ 3 の方式をそのまま、昭和 13 年 8 月 31 日より、9 月 1 日にかけての台風に適用する。

即ち、万場雨量より神流川、下仁田雨量より鍋川、五料雨量より碓氷川、三之倉雨量より鳥川、東小川雨量より利根本流の流量をそれぞれ推定し、それを合成して八斗島の流量とするのである。

それに先ず、 $\alpha = 0.7$ 、 $\beta = 0.8$  を併用して渠り入れ計算をし、実測流量とピークを合わせるように修正係数と時間的遅れを定める。流量不明の碓氷川については、岩鼻流量から、山名、鳥ヶ代橋流量を引き去ったもので碓氷川流量に代用することは前と同じである。

第 6 図は右下の八斗島推定流量の他は、修正係数を掛けたカーブを示すもので、時間的遅れは與えてないのである。

今回も各支流について推定流量のグラフの形は実測とよく合っている。これを加え合わせて八斗島の流量を推定したもののが第 6 図の右下のグラフで、今度は約又 0 % ほど小さく出ている。

しかし中頃の実測流量の減水の様子は、推定と定性的にはよく合っているというべきである。

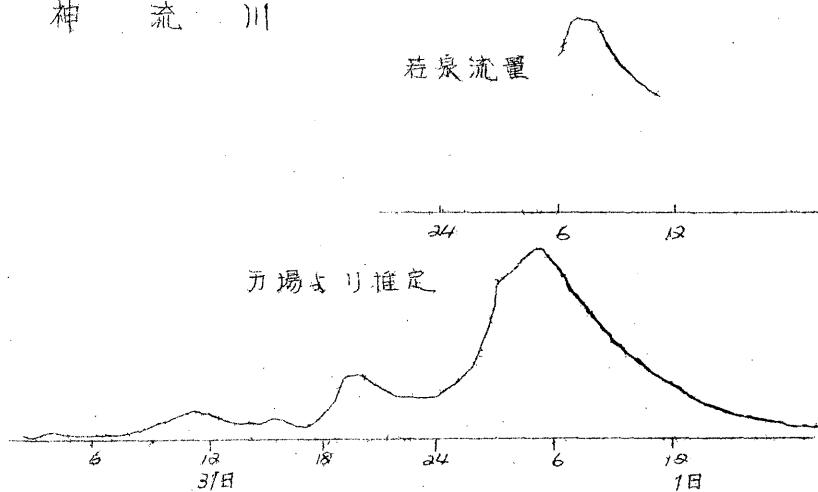
我々は昭和 16 年、13 年の洪水につき、同様の方式により、相当の精度で流量を推定することに成功したのであるが、不幸にして修正係数はこの両度の洪水に於いて、それそれかなり異った値をとるのである。修正係数や時間的遅れが洪水ごとに変化しそかもその変化の仕方に法則性が見出せされないとするならば、洪水予報はできないことになる。

次に修正係数と時間的遅れの表を掲げる。

第 6 図 13 年 9 月 洪水量推定

神 流 川

若泉流量

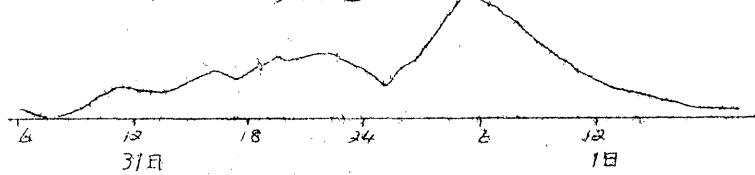


鎌 川

山名流量

18 10 1日

下仁田より推定

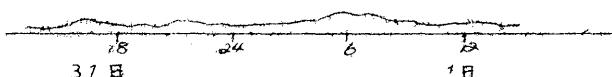


鳥 川

尾小代橋流量

10 1日

三之倉より推定



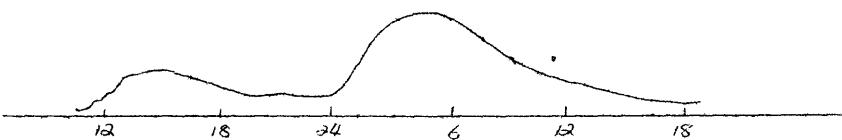
利根川

上福島流量



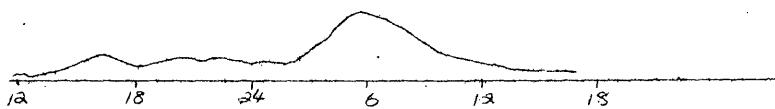
12 18

東川川より推定



碓氷川

立科より推定



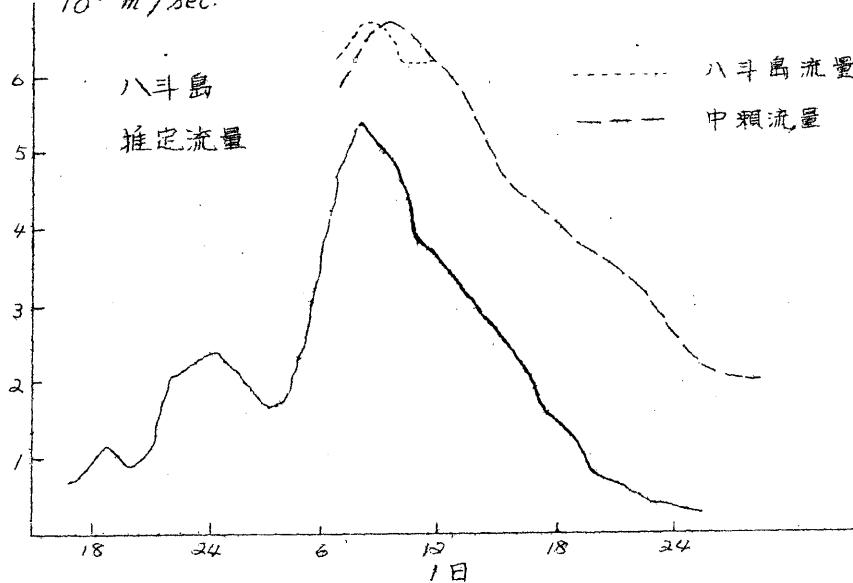
$10^3 \text{ m}^3/\text{sec.}$

八斗島

推定流量

八斗島流量

中頸流量



第 3 表

	昭和 13 年 9 月 洪水		昭和 16 年 7 月 洪水	
	修正係数	遅れ	修正係数	遅れ
利根本流	1.40	7 時間	6.43	7 時間
神流川	7.4	2.5	11.1	4
鍋川	1.23	又	6.4	2
鳥川	又	?	5.7	3
碓氷川	(100)?	(2)?	(93)?	(2)?

### § 5. 修正係数が洪水により異なる理由

洪水の度に修正係数が異なることは次のような理由が考えられる。第一は雨量の地域的変動によるもの、第二は流量算出方式が河川ごとに異なることにより起るもの、第三は降雨の多少や強度により流出の仕方が変わることにより起るものである。

それらの理由につき、次に更に説明する。

(1) 雨量は地域的変動が甚だ大きいものであるが、二地点の雨量の間にはおよそ比例関係があり、降雨の *intensity* のカーブはかなり似ている。しかし、その比例定数は台風の経路や、不連続線の位置によって変化するであろう。例えは神流川流域の全雨量を推定するのに、万場の雨量に流域面積を掛けたものを用いる場合、台風の度ごとに修正係数が変ることは有り得ることである。このような雨の降り方による修正係数の変化は、流域の各地に多くの雨量計を置いて実験的に研究すること、多くの洪水資料を用いて、実測流量と推定流量とを比較し、これと天気図とを見比べることにより統計的に研究すること、降雨機構より物理的に研究すること等の方法により、今後研究すべき問題である。

うと思われる。しかし実際問題としては、各河川流域に多数の雨量観測を設けることは困難であろうから、神流川の流量は万場1ヶ所の雨量に対して、天気図を参考にして適当な修正係数を掛ける程度の方法を探らなければ、実用には向かないであろう。

(2) これは実測流量の精度に関する問題である。流量測定の精度に関しては種々の問題もあるようであるが（資源調査会報告、水文学資料の欠陥に関する報告）、我々が那賀川で行った研究に於ても、まだ今回の利根川洪水に関する計算についても、雨量と流量との相関が非常に大きくなることから見ると（もちろん適当な流出機構を考えた上で）、流量測定値はかなり信頼できるものであろうと考えられる。しかし相関係数が大きいということは、流量測定が絶対に正しいことを示すものではなく、適当にcalibrateすれば正しい値を示すであろうということである。

そのような意味で、流量測定値にある補正を施す必要があるのではないかと思われるが、河床の変形等により、この補正係数は洪水ごとに異なるのではあるまいか。雨量から流量を推定するときの修正係数の変化もこの原因によるものがあり得ると考えられる。

(3) 第三の理由は流出機構に関するもので、我々が今後宏明しようと考えているものである。那賀川の月雨量から月流量を推定するとき、ある月の雨量は25%～35%ずつ翌月に持ちこされるとすると、推定流量と実流量との相間がよくなつた。これは  $r = 0.25 \sim 0.35$  で繰り入れ計算をするものである。

涵養された水が指數函数的に流出すると考えると、 $r = 0.25$  は半減期15日に、 $r = 0.35$  は半減期20日に相当している。

さて我々は利根川洪水については時間雨量について  $r = 0.7 \sim 0.8$  を繰り入れ計算をしているのであるが、これを半減期に直すと、 $r = 0.7$  は約2時間、 $r = 0.8$  は約3時間になる。

一方、我々は利根川の日雨量と日流量との関係も調べているが、日雨量に関して、 $\alpha = 0.8$  と  $r = 0.95$  との繰り入れ計算をしたものをおみ合わせると、かなりよい結果が得られるようになる。これを半減期に直すと  $\alpha = 0.8$  は約 3 日、 $r = 0.95$  は 13 日になる。この  $r = 0.95$  なる半減期 13 日のものが、那賀川の日雨量について  $r = 0.25$  の繰り入れ計算に接続するものであろう。

我々は幾つかの自有半減期の組合せによって、流出機構を構成しようと考えているが、日雨量を考えるときには表われた  $r = 0.8$  (半減期約 3 日) は、時間を単位にすると  $\sqrt[4]{0.8} \approx 0.99$  となり、1 時間にについては 1 % 程しか流出しないことになる。即ち洪水流量を考える限りに於ては、半減期 3 日で流出する水は、貯蓄財金と同じく、地下に渗透して貯蓄されてしまったと考えもよいことになる。

淡水流量を考えるとき問題になるのは、半減期の短い、流出の速い部分なのであるが、これが降雨の何パーセントを占めるかが、雨量から流量を推定するときの重要な問題となる。この割合が、直ちに修正係数に効くのである。降った雨の何パーセントが地下に貯蓄されるかは、地面の乾き工合や、降雨の緩急、多少にもよるであろうが、難かしい問題になると思われる。

## § 6. 修正係数、時間的遅れを固定すること。

降雨を蓄積と流出とに振り分ける問題を一先ず考慮の外に置き、今日は一応修正係数を固定して、各洪水につき流量推定を試みることとする。

時間的遅れや、修正係数を固定することは、各支流については推定精度を落すことになるが、これらを合成して八斗島流量を推定することにはれば、各支流についての過不足は互に消し合ふことが多いであろうから、結局左程の誤差を生じないであろうと期待される。特に雨量の地域変動による誤差は互に消し合ふ可能性があるろうと考えられる。

アイオン台風については鍋川、鳥川の流量資料がないので、支流別に修正係数を定めることができない。そこで修正係数を固定することがどうしても必要になるのである。

そこでいさか無理であるが、第3表の修正係数のおよそ平均をとり、次の修正係数を定めた。

利根本流 400, 神流川 80, 鳥川 50,  
碓氷川 100, 鍋川 100.

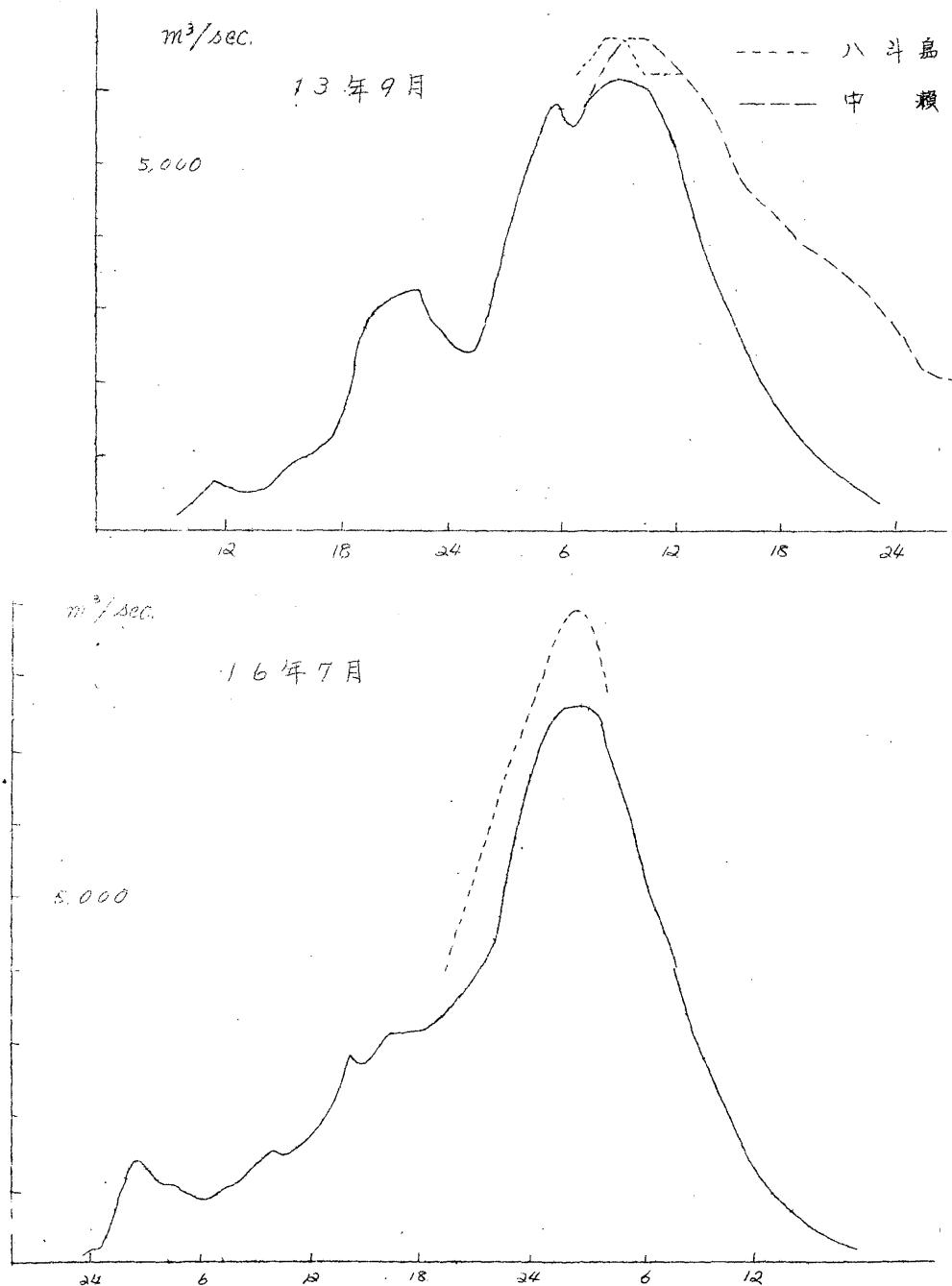
時間的遅れは利根本流 4 時間、神流川 3.5 時間、他は 2.5 時間と定めた。

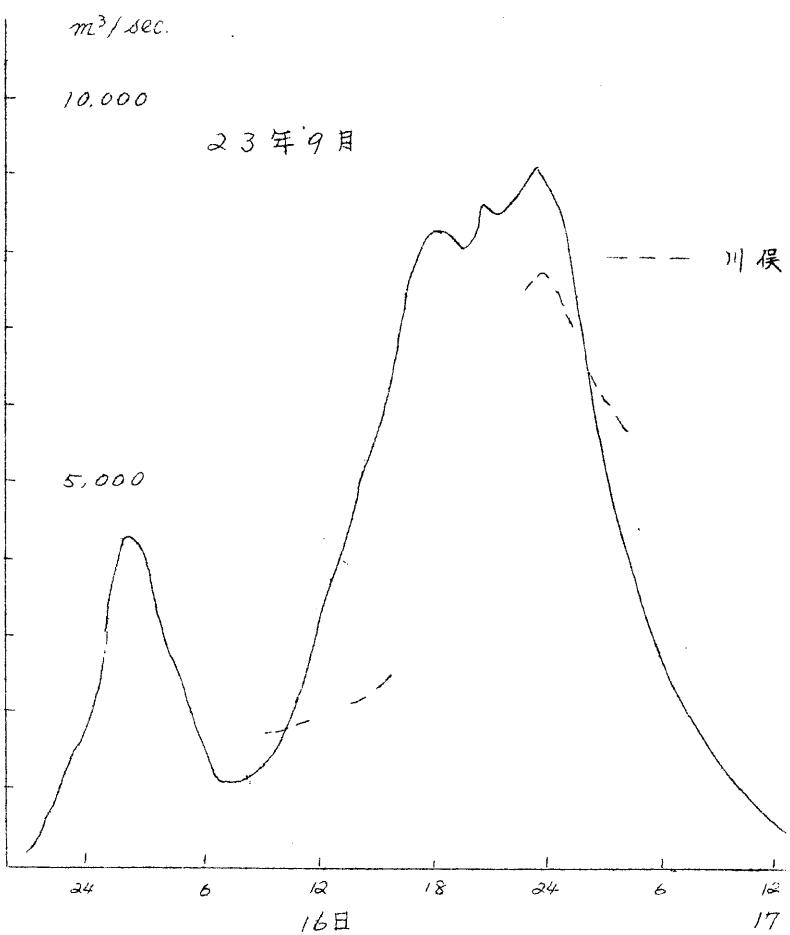
この方式により 13 年 9 月、16 年 7 月、23 年 9 月（アイオン）の各洪水に於ける八斗島流量を推定したもののが第 7 図である。

十分の一一致とは言えないが、かなり無理に推定方式を定めたことを考えれば、第一近似として満足してよからう。

上の方法がかなり成功を見たのに力を得て、もう少し改良を試みることにする。今迄の方法の最大の欠陥は、利根本流の流量を東小川一ヶ所の雨量から推定する所にあつた。しかし、片瀬川、利根川、吾妻川にはいすれも流量資料がなく、従つて支流別に修正係数を定めることができないし、また年度によつては時間

第 17 図 八斗島流量推定





雨量の資料も欠けている。そこで次の方式をとることにした。

地図の上で各支流の流域面積を概測する。

流域 地点の雨量に繰り入れ計算を施し、流域面積が $a$ 平方糎ならば  $\frac{a}{36}$  を掛けて推定流量を  $m^3/sec.$  単位に直す。これに $\tau$ 時間の時間的遅れをつけて合成したものと上福島の実測流量と比較する。これによつて利根本流の修正係数を定める。これは片品川、利根川、吾妻川の修正係数及び時間的遅れをすべて等しいと考へることである。

昭和 13 年には東小川、湯原、草津の雨量が與えられているから、直ちに上福島の流量が出る。

昭和 16 年には、東小川、湯原の雨量資料があつて、吾妻川流域のものがない。（前橋の資料はあまり役に立たないようであるから用いなかつた。）そこで次の日雨量資料を利用して補正を行うことにした。

第4表 昭和 16 年 7 月台風日雨量

	19日	20日	21日	22日	合計
東小川	16.0	5.4	37.7	55.0	114.1
湯原	15.8	4.1	31.4	45.5	96.8
草津	5.5	—	38.2	80.0	123.9
中之條	16.2	5.9	28.8	90.3	141.2

即ち、吾妻川流域では利根、片品に比べ $20\%$ 程度多くの降雨があつたとみてよい。従つて東小川、湯原の時間雨量に繰り入れ計算をして合成したものを、吾妻川にはその $20\%$ 増しの雨量があつたとして割り増しを行つて、上福島の推定流量とする。

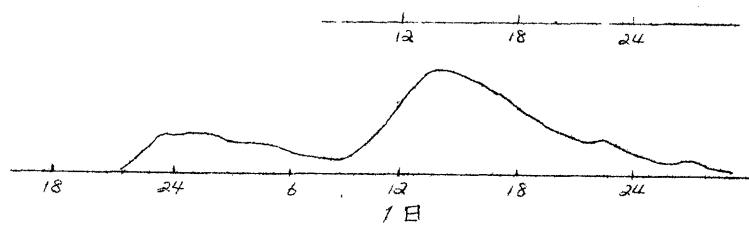
又 3 年洪水については、東小川の資料がない。従つて湯原で

利根と片品の流域を代表させ、吾妻川には草津と中之條の平均を用いる。

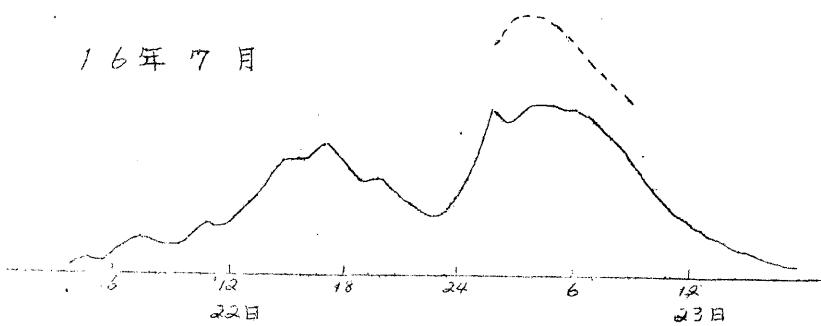
以上の方程式によつて計算し、合成した流量に補正係数50%を掛け（洪水ごとに補正係数を変更することはやめる），7時間の遅れをつけたものと、上福島の実流量とを比較したもののが第8図である。13年洪水では実測と推定とが重なるから、図を別に描いた。

第8図 上福島流量推定

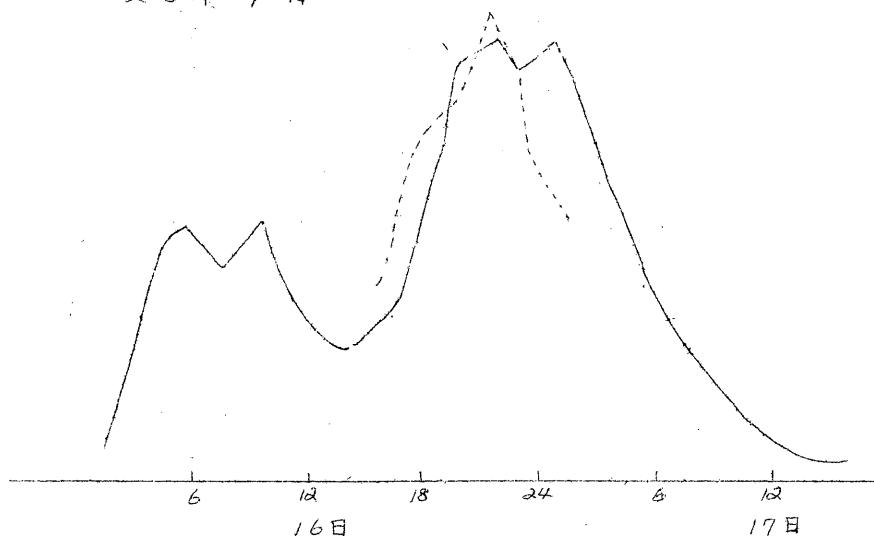
13年9月



16年7月



23年9月



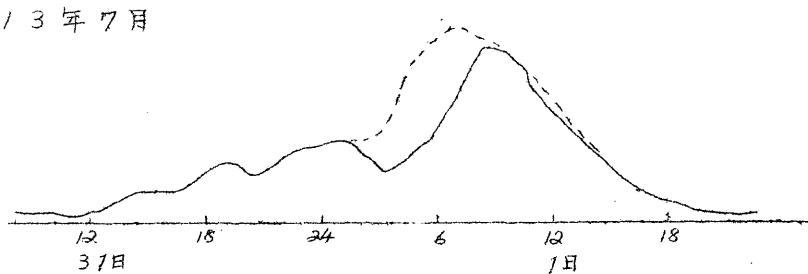
この方式によると、16年洪水だけが目立つて小さく出るが、この年は吾妻川（この流域面積は片岳、利根の両流域面積の和に略々匹敵する）について雨量資料のない年である。図からわかるように、洪水のピークは2スロットの雨量によって起つたのであるが、第4表を見てもわかるように、又2日には草津、中之條で東小川、湯原のおよそ2倍の雨が降っている。このことを考えると、先に行つた20%割り増しの補正はむしろ過小であつたろう。16年洪水の推定が過小に出たことは十分に納得できる。

上福島流量について上の方式が相当の成功を見たので、同様の操作を岩鼻流量に対して行う。先には岩鼻流量に合わせせるよう北碇氷川の修正係数を定めたのであるから、碇氷川には他の川の分の責任まで転嫁されることになる。

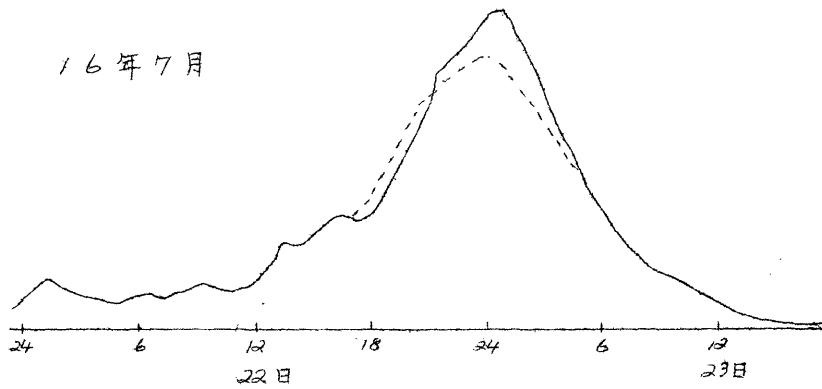
そこで今回は、三之倉、五井、下仁田の雨量についてそれそれ繰り入れ計算を行い、これに（流域面積 / 3.6）を掛け、烏川、

第 9 図 岩鼻流量推定

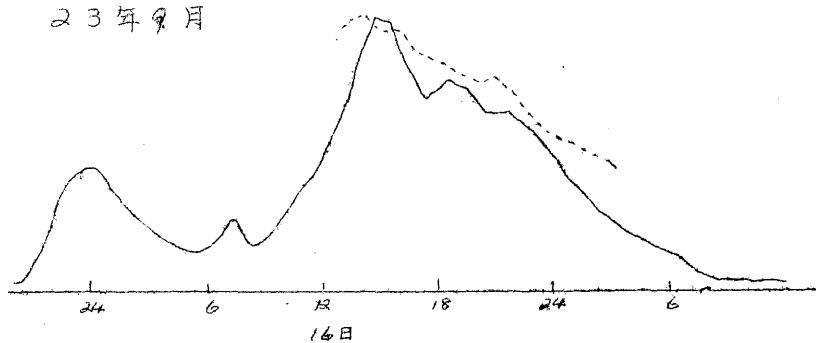
13年7月



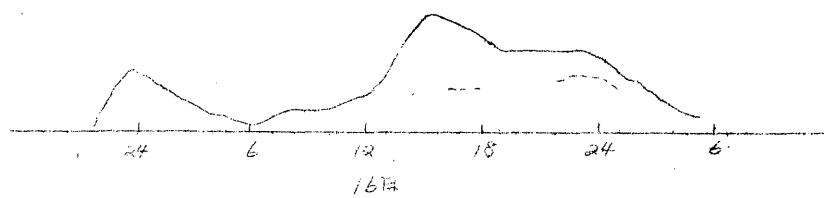
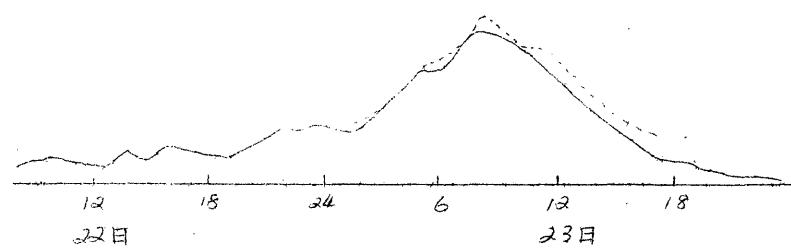
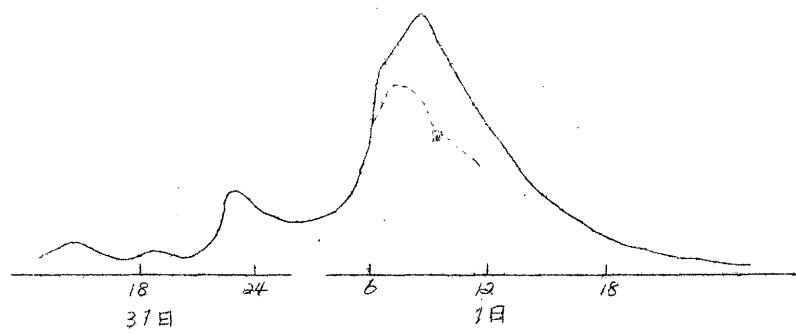
16年7月



23年9月



第 10 図 若泉流量推定



確水川については2.5時間、鎌川については3.5時間の時間的遅れを與えて合成した。これに修正係数60%を掛けたものが第9図である。13年は少し違ひが、又3年では非常によく合つている。

神流川については若泉で流量が測つてあるから、直ちに修正係数を求めることが出来る。

第10図は万場雨量の繰り入れ計算の結果を100倍したものと実流量とを比較したもので、13年、又3年に過大に出たのを修正するために、修正係数を80%に固定する。流域面積を考慮した時の修正係数は87%である。

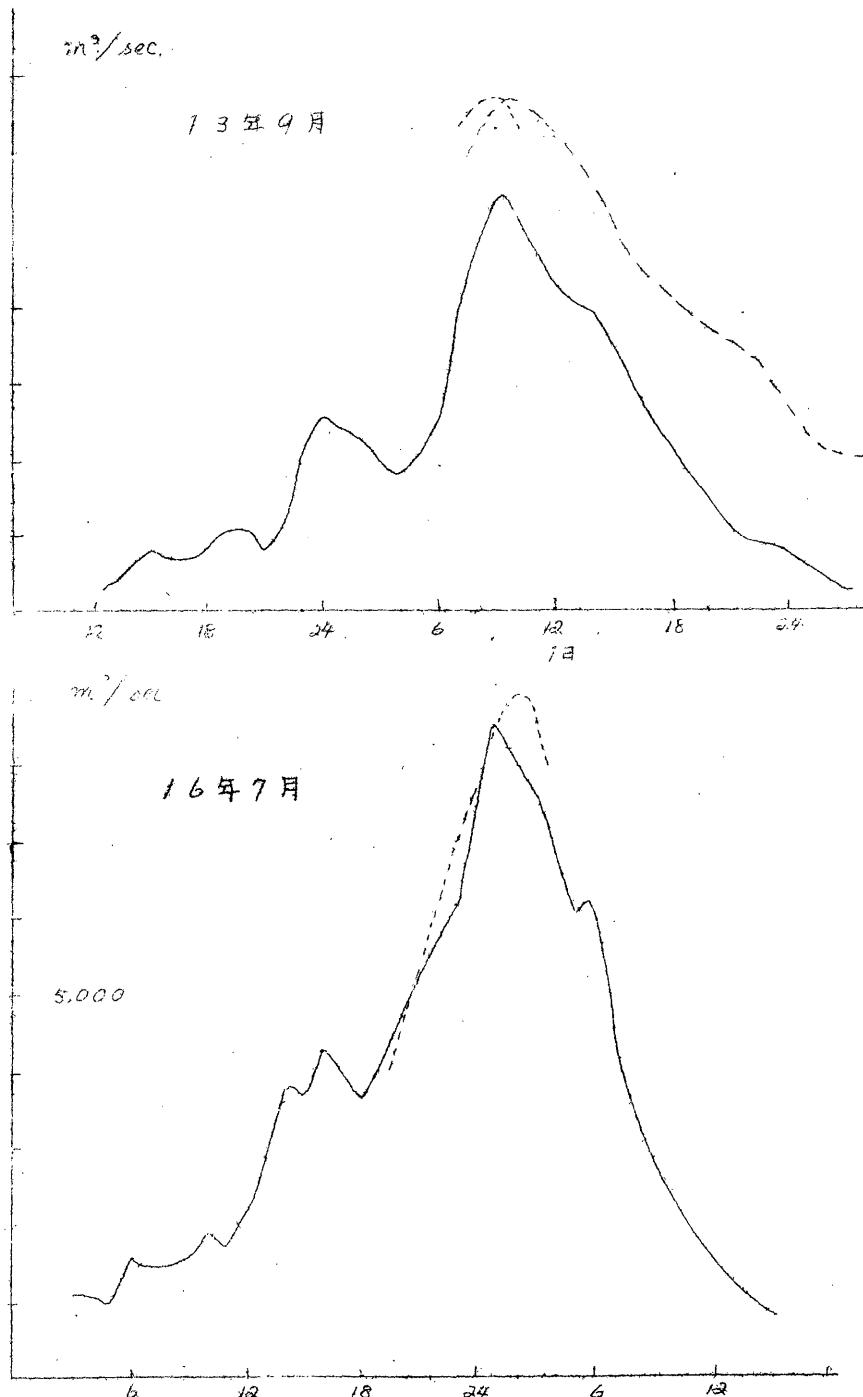
以上の結果により、次の推定方式を定めよう。

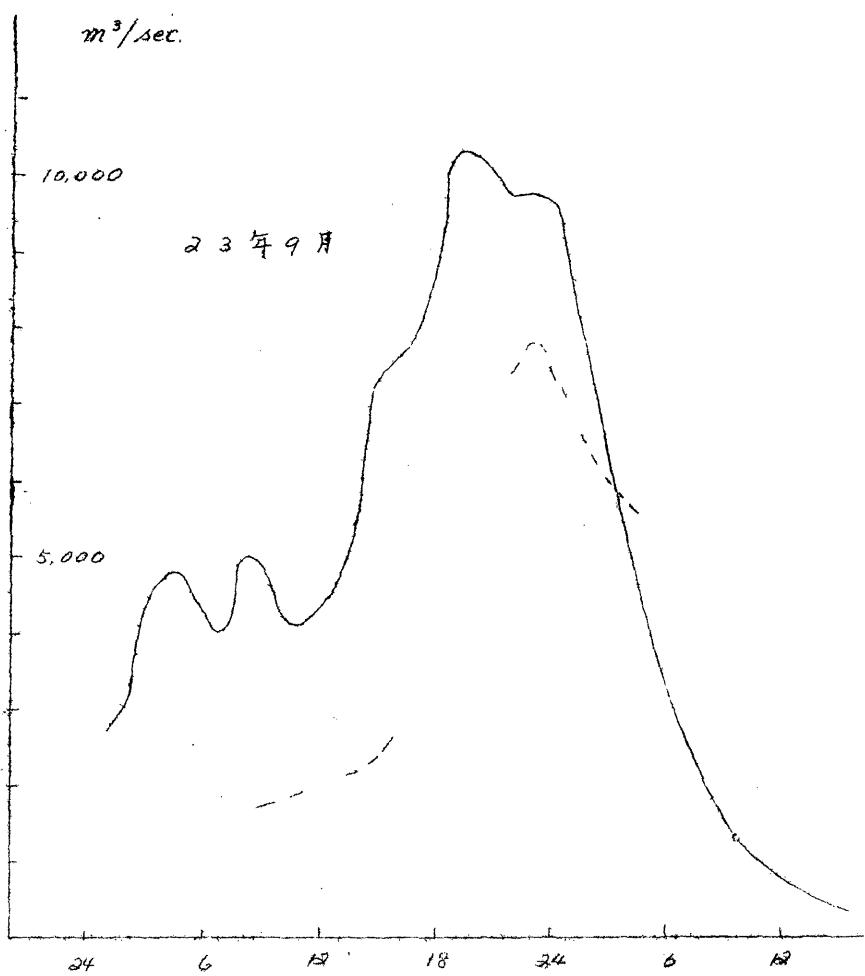
	雨量観測点	修正係数	時間的遅れ
片品川	東川川	60%	2時間
利根川	湯原	60%	2時間
吾妻川	草津中之條	60%	2時間
島川	三之倉	60%	2.5時間
確水川	五料	60%	2.5時間
鎌川	下仁田	60%	3.5時間
神流川	万場	87%	3.5時間

片品、利根、吾妻の修正係数を60%にしたのは、先に50%にした場合、稍々過小になると想われたからと、島川、確水川、鎌川もあまり60%に近いらしいので、すべて60%に統一することにしたのである。神流川の修正係数だけが他に比べて大きくなっている理由はよくわからぬ。

この方式で計算し合成した八斗島の推定流量が第11図である。13年では過小に、又3年では過大に出て、あまりよくは合つて

第 11 圖 八斗島流量推定





いないが、傾向はおよそ合うと言つてもよかろう。しかも、岩鼻や、上福島ではよく合っているのに、合成すると八斗島で合わなくなるのである。この事実は実測流量についても成立するので、上福島、岩鼻、苦泉の和と八斗島とが必ずしも合つていない。合流点では逆流、乃至滯水のようなことが起つているのかも知れない。

#### 5.7. 流出が指數函数的になる理由について。

5.5. の(3)に述べたように、我々は流出が指數函数的に行われると假定し、かつその固有減衰期を幾つか組合わせることによつて流出機構を解こうと試みるのであるが、それについて一つの理論的裏づけを述べることにする。<sup>\*</sup>

地中に涵養された水が流出する機構は、およそ熱傳導の方程式で近似することができると考えられる。即ち、地下水位の高さが温度に相当し、土層の水を透過させる度合が熱傳導度に相当する。従つて地点  $(x, y)$ 、時刻  $t$  に於ける地下水位の高さを、 $\varphi(x, y, t)$  とすれば

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = C \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

が成立する。分水嶺に於いて、地下水位面も尾根の形をしていると考えれば、分水嶺で  $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$  が成立する。また河面勾配及び昇降を地下水位の変化に比し無視することにすれば、河川の水面を基準にすることにより、河川に沿つて  $\varphi = 0$  が成立する。これが境界條件である。

上の方程式に於いて、変数を分離するために、

$$\varphi(x, y, t) = f(x, y)g(t)$$

---

<sup>\*</sup> この考え方方は経済安定扶助近藤利八氏の教本による所が多い。

と置けば、

$$\left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) g(t) = c f(x, y) \frac{dg}{dt},$$

$$\left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) / f(x, y) = c \frac{dg}{dt} / g(t)$$

左辺は  $x, y$  の、右辺は  $t$  の函数であるからこれは定数でなければならない。これを  $-\lambda$  と置けば

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -\lambda f(x, y), \quad \frac{dg}{dt} = -\frac{\lambda}{c} g(t)$$

が成立する。左側の方程式を與えられた境界条件で解くことにより、固有値  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$  と固有函数  $f_1, f_2, f_3, \dots$  が得られる。この固有値  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$  を右側の方程式

$$\frac{dg}{dt} = -\frac{\lambda}{c} g(t)$$

に代入することにより、地下水位が指数函数的に減少することが出て来る。

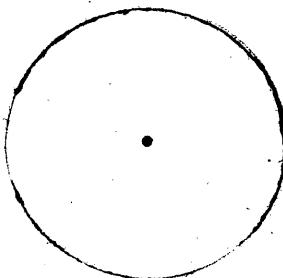
もし雨が流域に一様に降つたとしたら、流域内で 1、外部を 0 とする函数  $E(x)$  を、 $f_1(x), f_2(x), \dots$  により展開し、

$$E(x) = C_1 f_1(x) + C_2 f_2(x) + C_3 f_3(x) + \dots$$

とする。降つた雨は  $C_1 : C_2 : C_3 : \dots$  の比に分配され、それらの固有減衰期で流出することになる。

簡単のために、円形の流域の中心に内陸湖があつてそれに水が流出する場合、および流域が無限に長い長方形で、その中央に川が流れで居る場合を考える。

前者は中心が固定され、周囲が自由端である場合の膜の振動に相当し、ベッセル函数  $J_0$  を解ける。



後者は川の流れの方向には  
一様であるから、それと直  
角の方向だけを考えればよ  
いが、中央が固定され、両  
端が自由な弦の振動に相当  
し、 $\sin x$ ,  $\sin 3x$ ,  
 $\sin 5x$ , … の形の固  
有函数で解ける。

第12図

しかししながら、実際の流  
出機構は上の理論のように  
簡単ではないらしい。上の理論によれば、降つた雨は一定比率  
で各箇所減衰部分に分配し、流出させればよいのであるが、實際  
にはそうではなくて、小雨は遅い流出をし、ある程度以上の大雨に  
なると急激な速い流出が始まるものであるらしい。

### まことに

今回の報告はいわば予備報告であつて、簡単な割合に意外によ  
く合うというのか、全般的な結論と言える。この報告では八斗  
島流量の推定を第一の目標としたのであるが（利根川洪水の場合  
、八斗島流量の推定は一つのキーポイントになつているようである）、他の川についても、資料が入手できた限りは計算を行つた。  
定性的に言つて、どれもおよそ合つていると言える。

ただし昭和13年6月末の梅雨前線による大雨に適用した結果  
は、全く合わない。これは三日以上にわたって降り続いた雨で  
あるが、雨量の強度が弱く、あまり速かには流出しなかつたもの  
である。もっとも日雨量について見ると、 $T=0.7$ より遙かに速  
に速かに流出しているのであるが、時間雨量については  $T=0.7$   
～0.8より遙く流出している。

これらの問題については更に考え方をすればならない。