

7. 26年度、第一部研究概略

松下 嘉米 男

第一部は、26年度、その方針として所謂 *Non-parametric Inference* の理論或は *distribution-free* な理論とも云ふが、之の研究を取挙げた。

本年度は先づ *Sereffé* の綜合報告を中心として、既往になされた結果の智識を得ることに努め、更に一步を進めんとしたが、こゝに云ふべき結果は得られなかつた。

この間得られた各人の成果は先に各人が述べた如きものである。そこで、次に小生のしたことの一部分を述べる。

それは *decision* 問題に関することである。この問題に於いて成さんと欲することは *risk* を小さくするような *decision function* $\varphi(x)$ を求めることである。

risk とは

$$r(F, \varphi) = \int_{\Omega} W(F, \varphi(x)) dF$$

なる形で與へられる。

こゝに W は *weight function* : ($0 \leq W \leq 1$ とする) F は分布函数を表はす。

それを $F_1(E) = \int_E P_1(x) dm$, $F_2(E) = \int_E P_2(x) dm$ とする。

そして、 F_1 が真なるときの *decision* を d_1 , F_2 が真なるときの *decision* を d_2 で表はす。さて、

$$\|F_1 - F_2\| = \left\{ \int_R (\sqrt{P_1(x)} - \sqrt{P_2(x)})^2 dm \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\rho = \int_R \sqrt{P_1(x)} \sqrt{P_2(x)} dm$$

(R は *Sample space*)

とおくと, $\|F_1 - F_2\| > 0$ なるとき $\rho < 1$ となる。

尚 $\|F_1 - F_2\| = 0$ なるときは F_1 と F_2 は分布として同じになる。

問題は勿論 $\|F_1 - F_2\| > 0$ なるときである。

そこで任意の $\varepsilon > 0$ をとり, $\rho^k < \varepsilon$ なる k をとり, k 次元の Sample space に於て

$$E_1 = \{(x_1, \dots, x_k); P_1(x_1) \dots P_1(x_k) \geq P_2(x_1) \dots P_2(x_k)\}$$

$$E_2 = E_1^c$$

とおき,

$$\varphi((x_1, \dots, x_k)) = d_i \quad (x_1, \dots, x_k) \in E_i \quad (i=1,2)$$

とすれば, この decision function $\varphi(x_1, \dots, x_k)$ はその risk を ε より小にする。

このことは勿論, 有限箇の分布の場合に拡張される。

以上