②予測の的中につき・・・

林　知己夫

☆これは，創立第七回記念講演会における

講演内容をまとめたものである。

人間は豫想が好きなものである。明日の天気はどうだろう。或はこれがかうだからきつとかうなるであろう。いやちがふかうだ，それなら賭をしよう，この様な会話がよく交わされているものである。確に我々は今持つている知識をもとにしてこの事はおそらく・・・・・となるであろうと思うと言う確信の上で行動しているのである，言いかえてみるならば我々の行為（行動）は過去，現在の *information* をもとにして，將來こうなるであろうと言う豫想の下に，常識なり，人生観なりに，或は又夫々の方法なりに従つて，最も適当と思う線に沿つてなされているのである。

宣傳，広告にしてもさうである。この広告ならきつと内容がこうであろうとの豫想の下にその広告に刺戟をうけて，芝居を見物に行つたり，商品を購入したりするのであろう。電車に乗るのもさうであろう。事故がめつたにおこらぬと言うことをもとにして相当の安全感をもつて乗車しているのである。例の63型電車にしても，めつたに事故がおこるものでない（事故はたま

たまおこつたのだ）と言う予想があるので我々は乗車しているのである。 稀にしかおこらぬ事を，一般におこるものとして我々の行為を決定してゆくならばおそらく我々は何も行為はできず退嬰の一途をたどることであろう。

稀にしかおこらぬこと，おこらぬ様にできる事をおこるものとしては我々は何ものおも得ることは出来ない。

ここに予想の内容，その精度，と実際行為との間の切実な問題が提起せられるのである。

石橋をたたきすぎて割つてしまつて渡れなくなつては意味がない。 刀は人を殺す可能性があるから刀を使えないとあつては笑い事になるであろう。 こうなる可能性が少いと言う事を，過去の知識でよく予想して行為しなければならない。

行為の価値（いろいろな面からみたもの；おそらく人により時代により，場合により異つてくるであろう）と予想による可能性の危険の頻度とを比較検討しなければならない。

そして一番 *optimum* な行為をとらなければならない。 ここに新時代的な虎穴に入らずんば虎児を得ずと言うことがあるわけである。 ここに進歩と言うものが考えられるものだと思う。

以上の事は正に日常我々の当然の行為であるが，この様に我々の予想から成り立つているのである。

正に *Savoir est Prevoir* （*Paul Valéry*）と言われる所以であろう。

我々はこの予想の精度，（予想をよく的中さす程度）をいかにして高めるかを考えているのであり，又考えねばならぬ所である。

それではどういう *Process*（過程）を以てそれが行われるのであろうか，多くは集積された知識（ひろい意味の良識）――勿論個人的なもの，民族的なものを問わず――と勘とによつてなされている。 しかしこれらが何とか科学的なもの，確固たる基礎があるもの，説得力あるもの，安心感あるものになされる様な努力が払われてきている。

所謂法則化の努力がなされている。 これが自然科学的事象においては簡単なものについて大一応見るべき結果が得られているが，複雑な社会現象，自然科学的なものに対しても現実的なものについてはさう簡単にはいかないのである。

しかしどのようにして予想の科学化がなされているであろうか。

我々はまず将来何がどういう條件の下にどうなるであろうかと言うことを予想しようとしているかをはっきり鋭く定める必要がある。 それなら次に過去の試料をいかに集積すべきであるかを考えるのである。 いかなる時期のものについて，いかなる範囲のものについて，いかなるデータを集積すべきであるかを予想の内容に応じて，その精度を高くすると言う見地から決定してゆくのである。

これから資料をまとめて予想を実際にあみだす段取りになるのである。 まずもっとも簡単な所から始めてみよう。

これは過去のデータをまとめてその趨勢を察し，その延長として将来を予想しようと言うのである。

一つの *extrapolation*（外挿法）である。

週期分析，*trend analysis*（趨向分析）等はこの方法であろう。 気候は700年週期をもつから将来は云々，地震は云々の週期があるから将来は云々，天気（気温等々）は云々の週期があるからこうなる，或は景気循環の予想，人口増加の推移の推定，長期予報のある部面などはこの方法で予想される場合がある。

この時予想の精度，信頼度はどうなるであろうか。 ある假定の下では確率の言葉で語られ得るのである。

予想がこの様なマクロ的なもの丈では不満足な場合もおこってくるのである。 如何にも全体的，傾向的にこうなるであろうが個々別々のものに対する判断，予想に対してはさらにミクロ的に分析を加えて行かなければ有力なものとはならないであろう。

例えば，週期分析の立場では天候はこうなると言うのではなく，今云々の條件がある，それでは天候はどうなるであろうかと言

う予想する場合などこれである。

趨向の中にひそむ *fluctuation* をさらに個別的な立場に立つて分析してゆこうと言うのである。 我々の行為の多くの場合には後者の考え方による予想によらねばならないであろう。

しかしマクロ的なものはそれなりにつかいみちのあるものである。 長年平均のいみある場合，道路橋の設計のための交通量の統計，気象の問題，衛生統計，災害統計等。

同じ事を繰返すようであるが，社会現象の場合後者の立場に立つ予想は相当面倒である，然し自然科学の法則とても同様，条件が複雑になるにつれてきわどくなるにつれて面倒になり *Random* な *factor* が入りこんで来て，全く同じ考え方をたどらざるを得なくなる。（調査も実験もけだし同じものであると言えるからである。）

さて，ミクロ的立場に立つときには唯大づかみに過去の資料をあつめたもの丈では不十分である。 この時には個々のものについて過去，現在の知識を分析し，云々，云々の事前の条件があつた。 そしてそれが云々の環境，刺戟の下にこういう現象がおこつたと言うことをしらべておかなければならない。 この様に単なる全体的な統計のみではなく個々のものについての内容分析が必要となつてくるのである。

資料集積の点でも予想しようとする事からの細さ，精密さと，事前条件の細かさ，精密さともよく釣合つて居なければならない。 あらい事を予想した場合によく的中していたことも，眼を細くして細い事に適応してみると全く的中していない場合も多い。

又精密な予想には精密な基礎の資料をもつてこなければ予想的中の信頼度は増してこないのは言うまでもない。

ここに予想的中の信頼度と言うことを言つたがこれは「Aなり」と予想し実際に「Aが生起する」場合の確率を指しているのである。

このようなわけで予想の的中と言う場合いかなる意味において

的中であるかを明らかにしておく必要がある。

ダイナミツクな現象を相手とするのであるから，すべての面での予想と言うことは言えない。 科学の世界では一面をかぎりその限りに於て予想の的中と言う事は言われ得るのであり，その立場から理論が構成されてゆくのである。 この意味で予想の的中も機能的（ *functional* ），操作的（ *Operational* ）相対的に考えねばならない。 的中の意味を時に応じ，常識的に考えて拡大してゆき，この予想は的中しないと言うが如きはよく注意すべき所である。 この調子で予想が当らぬと言う様なことは深く戒めねばならない。 予想し得る範囲と，精度を明らかにし，云々であるから云々となるとその予想の *process* を明らかにしつつ予想の内容を明確につかまねばならない。

実際に我々の一々の行爲に必要な予想はさう多岐にわたるものではなくてよく，所要の度に応じて相当面は縮少され得るであろう。 この所要の度の高いものを予想するにはいかなる *information* が必要であるかを見極めてゆく事が重要なことになつてくるのである。 そしてこの線に沿つて予想を行つてゆく様になつてくるのである。

マクロ的予想はさておき，それでは具体的にどの様な面においてミクロ的科学的な予想がなされ，又その方法が研究されているであろうか。 これについて以下少しく考え方をのべてみようと思う。

科学的な予想とは，予想の信頼度が確率の意味で保証され，その確率が高いと言うことであると言つてもよいであろう。 これには統計数理の考え方が必要になつてくるのであり，この方法にしたがつて確率を入れたモデルをつくり，現象を処理しようとすることがなされてくるのである。 ここに統計数理的予想方式と定性的なものの数量化の問題がたちあらわれてくるのである。

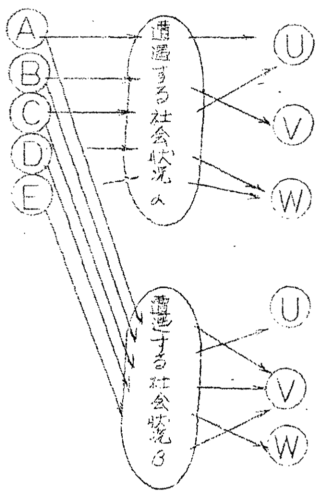
これらの問題は近時統計数理の新しい部面として発達せしめられてあるものなのである。

ここでは以上の様なものについて現在着目されるに至つた問題に関して，社会的事象を例にとつて具体的に説明を加えてゆこう。

まづ科学的予想が如何なる部面でいかにとりあげられているかについてのべてみよう。

(1) 選挙予想

事前の資料を組合せて予想を行うのであるが，この為，サンプリングの方法によつていくつかのサンプルをとり出し，これらについて調査を行う。陳述の嘘をも考慮し，間接法によりいろいろたずね，本心がプロジェクトされるように工夫し，かつ選挙に対する関心強度というようなものを調べ，その人に及ぼす社会的テンション，それに影響される度合，等を分析してゆくというような仕方である。こうして得られた結果を統計数理的に分析し，予想を行おうとするものであつて，これによつて得られる調査の方法論，解析法理論は群衆心理の問題，社会力学的問題をとく鍵を与えると思う。



(2) 学力調査の予想

まづ入学試験の問題がある，入学試験というものを，生徒の将来をいろいろな面で十分な信頼度をもつて予測出来るものたらしめるべく入学試験成績と生徒の将来との関係をしらべ，入学試験にはいかなるものをとれば（学力，人格，家庭環境，健康等）よく予想できるか，その信頼度を高めるためにどう数量化し結合すればよいかの問題がおこるのである。

或いは奨学資金をさずける問題，はた又学生の社会へ出た時の将来を予想する問題，即ち在学中の行動，態度，能力，或は性格

境遇等の特性を示すものがあるテンションをもった社会へ出たときいかなる態度行動を示すか（上図参照）の予想問題も全く同様の方法で示されるものである。

（3）職業指導の問題（適性検査の問題）

いかなる職業に適するか，且つ能力を十分に活用できるかに対してどんな調査を行い，数量化をとり，予想するかの問題である。

同様にして

（4）結婚に関する問題

（5）犯罪に関する問題（仮釈放，執行猶予，保釈の問題等）

がある。　これらに対していかなる種類の豫想方法があるだろうか。　まず大別すれば

事例調査をもとにする方法（case study）

わずかな面を多方面から深くしらべ上げてその結果を予想に用いる。　予定概念をもたず自由にしらべて，その事例に影響を與える細い要因が及ぼす力をみておく（他えの適用に関して科学的保証が得難く，多分に勘による要素が含まれる）

統計的調査をもとにする方法

得られた調査資料をサンプルの調査資料と考え，集団に対する推定をいう形で予想を行う。　比較的多数調査する爲，事例調査のようにくわしくは出来ない。　勿論事例調査の結果も採用するが，一般的には主として調査方式，書類調査式，テスト調査によるもので，やや深味に缺け，機械的に陥るきらいがある。

があり，予想に於ては事例調査の結果を何等かの形で織り込み，調査票式等の多数調査による方法を工夫して validity あらしめるのがよいと思われる。　これによつて事例調査は広さと確しさをまし統計調査は深さをましてくるのである。　では此の予想をいかに行うか。

さてここで，予想の一般方式について少しく触れてみよう。

予測を行うとき，現在，過去の調査結果と将来の結果とを対比

してその成功度について話を進めねばならないのは今のべて来た通りである。 そこで過去のサンプルにつき，事前の状況と将来の状況を予め知っておく為に将来の状況は客観的に判定され或いはそれが難しい時は，"ある立場（判断グループの意見がもつともよく反映されるという立場）から明確な意味をもたされねばならない。

いずれにしても将来の情況は定質的或いは定量的に明確に表現せられるとする。 この時予想は次のようになる。

(1) 定質的なものから定質的な予想を行う事

これは事前の調査があるカテゴリーA，B，Cというような定質的なもので予想する将来の状況もＸＹＺというようなカテゴリーで表されている場である。

将来	Z	$P_Z(A)$	$P_Z(B)$	$P_Z(C)$
	Y	$P_Y(A)$	$P_Y(B)$	$P_Y(C)$
	X	$P_X(A)$	$P_X(B)$	$P_X(C)$
		A	B	C
		事前		

"Aをもつものは将来いかなるカテゴリーに属するか"の予想をする時過去の資料により図の様な相関表をつくり，Aに属するものが将来ＸＹＺに属する比率，$P_X(A)$ $P_Y(A)$ $P_Z(A)$ によつて予想するのがよい。

勿論 $P_\ell(m)$ はサンプルの値であるから集団への推定の形で予測が行われねばならぬ。 時にはカテゴリーに数量を与え数量的に予想するのが有利な場合もあろう。

これは一般的な議論であるがある集団（グループ）に対する予測と言ふことを考えるならば，これ丈では，不十分であつて，そのグループがA，B，Cを如何比率で占めているかを問題にしなければならない。 つまりそれらの比率 p_A，p_B，p_C を問題にしなければならない。

今もし $\begin{cases} \text{Aの時} & X \\ \text{Bの時} & Y \end{cases}$

{Cの時　Z
と予想をしたときの成功率は一応

$$\frac{1}{3}\left\{P_X(A)+P_Y(B)+P_Z(C)\right\}$$

と考えられるが，これは，A, B, C を知ったとき X, Y, Z と予想するときの成功率（的中率）であり，事前 → 予想と言う立場から A, B, C を *equal weight* と考えているのである。

しかしグループを通しての的中率はかわってくるのである。

今もし $P_Z(C)$ ははなはだ小さく C による Z と言う予想の的中率は悪いが p_C は 0 に近いとしよう。この時 *equal weight* の的中率は　　　　であろうが，グループを通しての的中率は

$$p_A P_X(A)+p_B P_Y(B)+p_C P_Z(C)$$

であるから

$$p_A P_X(A)+p_B P_Y(B)$$

となり高く出てくるであろう。

蓋しグループでは事前のファクターCをもつものがないから，これによる予想を行う必要がないからである。

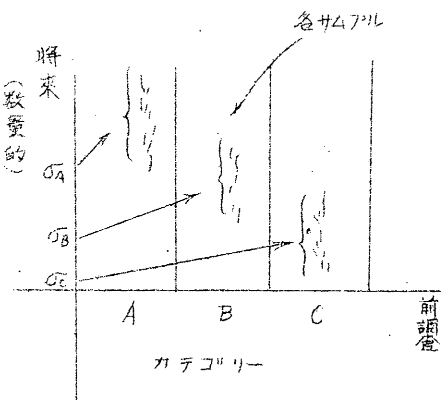
この様な点についても予想はいかなる立場（意味）でなさるべきものであるか――具体的な意味を考えた上でなければいけない――それならどの的中率をとるべきであるかと言うことを機能的に明らかにしなければならない。

このことは上の例示にとどまらずいろいろな形と伴つてあらわれてくるであろうから注意を怠つてはならない。　又このようなことはこの予想方式にかぎるものでなく，以下にのべるものについても言われうるのである。

（2） 定質的なものから定量的な予想をする事

産業の種類と読み書き能力の度合を表す能力点数との関係

等これである。　このようなときカテゴリーはそのままとして能力点数を予想するのが有利か，ある立場からカテゴリーを数量化して予測を行うのが有利であるかは実際問題について考えねばならない。　しかし予想としてはこの型のものがあり，予想の精度は内分散（within の variance）の大きさと全体の分散との関係によってはかられる。



$\sigma_A^2, \sigma_B^2, \sigma_C^2$ ：　夫々 A, B, C 一定とした時のサンプルについての分散

σ^2 ；　全サンプルについての将来の数量の分散

とすると，

$$1-\frac{p_A\sigma_A^2+p_B\sigma_B^2+p_C\sigma_C^2}{\sigma^2}$$

によって一種の予想の精度ははかられる。　なお p_A, p_B, p_C は夫々のウェイトとする。　内分散が小ならカテゴリーによる予測の精度のよいのは当然であろう。

（3）　定量的なものから定量的なものの予想

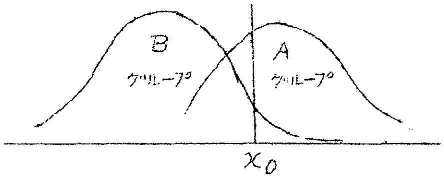
　　ないいみの相関面による予測の立場からなされうるもので，精度は一応相関比，相関係数（無相関係数，偏相関係数）によって関係づけられる。

　この前に話された降雨量から川の流下量を予測する問題

　入学試験成績から卒業時の成績を予想する場合等これである。入学試験の項目が多い時は学業成績との重相関係数の問題となり，相関係数最大とするような各項目へのウエイト決定が問題となるのである。

（4）　定量的なものから定質的な予想

　　分類の問題等これに属する。　今ある人について，調査の事前結果から X なる数量を得たとする。



例えば，この人は将来Aグループ，Bグループのいづれに属すべきか，又その時の判断の成功率はどの位であるか。先にAグループに属するものBグループに属するものについて事前調査の結果の分布をつくつて図のようになつたとする（将来Aグループになるものの事前調査の結果は図の右のような分布Bグループ云々は左のような分布を示すことがわかつたとする。これを夫々 $f_A(x)$, $f_B(x)$ とする）と此の時図のような x_0 をみつけ，$x > x_0$ ならAグループ，$x \leqq x_0$ ならBグループと判断するような方法がとられるのである。

以上大体大局的にみた予想方式のたて方をのべてきたが，これに対して *im Kleinen* に構造を分析し，ストカスティックな微分方程式を解く事による予想法も考えられるが，これが可能となるものは社会現象の場合少いのではないかと思われる。

社会現象の場は後表の立場を参考にしつゝ，遂次的に推測を行つてゆくのがよくはないだろうか。

（4）の予想方式を用いる場合を取り出して考えてみよう。

この時調査によつて與えられた定性的なアイテム，カテゴリーを何等かの立場で数量化する必要がおこつてくる。この様な場合 *Optimum* 性をねらう立場から，さいごの予想の時的中的を最大にするように定性的なカテゴリーを数量化することが大切なことになつてくる。（この様に定性的なものの数量化が，規定予測の場合，深刻な意味をもつて考えられねばならない事も少くないと思われる）。

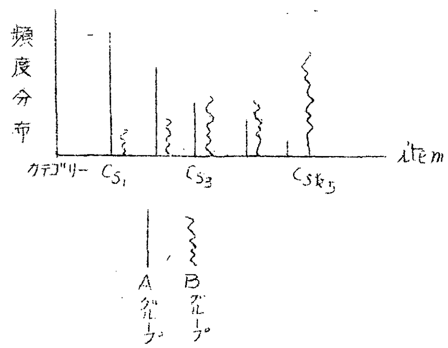
さて以下において（4）の予想方法についてその要領を示して科学的予想方法の実際的な一つの型を示してみよう。

ある特殊問題（假釈放の予測の問題）についてこの一つの具体的数量化の方法をのべてみる。

前にも一寸触れた假釈放予測の問題を日附けなしに方法的な骨のみを取り扱つてみよう。

受刑者について色々の調査を行い，いろいろの項目（ファクター）について得た知識によつて彼の釈放された後の社会的予後を予想するのである。　第一に予想するのに力のあるファクターを見出す。（ここでは過去と未来の犯罪に関する諸條件を等しいとする。）　今，予後のよいグループをA，悪いグループをBとしよう。　ファクターはアイテムカテゴリーで與えられているものが多いであろう。　ここであるアイテムをとりあげ，A,B両グループ間のカテゴリーについての分布に差があるかどうかをみる。

もし差があるなら，アイテムSは相当判別する力があるといえる。　この差をみるためには假説検定論の考えを使うのがよい。



このようにしてみて見出されたファクターのみを問題にしてすすんでゆくのである。　今ファクターたるあるアイテムのカテゴリー（i_j）に x_{ij} なる数量を與えるとするとき（i の與え方は後にのべる）A,B各要素に等しい抽出確率を與えるなら夫々二つの確率変数 X_i，Y_i，$\{(A, X_i)\,;\,(B, Y_i)\}$ は　$X_i(x_{ij}, P_{ij})$　　$Y_i(x_{ij}, q_{ij})$　となる

今

$$X = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i X_i$$

$$Y = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i Y_i$$

α：ウェイト

を考える。　この X 及び Y は夫々A，Bグループの各が示す調査項目の反応得点の分布を示すものである。

さてこの分布が正規であり（X_i, X_j），（Y_i, Y_j）が統計的に独

立と考えてみよう。　この時 x_0 を定め x_0 以上のものはAグループに，x_0 以下のものはBグループに属すると判断した場合，その判断の成功率はどうなるか。

この事についての考え方を示しておこう。

これには数量化問題で骨子となる rational behaviour の考えが含まれているからである。

今Aグループに属する分布を $f_A(x)$，Bグループにぞくする分布を $f_B(x)$ としよう。

夫々の X_i，Y_i は x と言う数量座標であらされているものとしておく。

無限につづく判断の系列の中最初のN回の中本来Aに属しているものが N_A 回丈あったとする。

この N_A の中，x の値が x_0 以上であるものをAに属していると判断をするのであるからこの数は

$$N_A\left(\int_{x_0}^{\infty} f_A(x)dx+\varepsilon_A\right) \qquad (\varepsilon_A\to 0,\ N_A\to\infty とする)$$

である。　Bの方も同様に考えてみると，最初のN回の中正しい判断をしたものの数は

$$N_A\left(\int_{x_0}^{\infty} f_A(x)\,dx+\varepsilon_A\right)+N_B\left(\int_{-\infty}^{x_0} f_B(x)dx+\varepsilon_B\right)$$

である.

したがつて判断の成功率は

$$\frac{N_A}{N}\left(\int_{x_0}^{\infty} f_A(x)dx+\varepsilon_A\right)+\frac{N_B}{N}\left(\int_{-\infty}^{x_0} f_B(x)dx+\varepsilon_B\right)$$

である。

N_A，N_B は前もつて未知であるのは言うまでもない。

それではどうすべきであろうか　今 $N\to\infty$ として

$$p'=\lim_{N\to\infty}\frac{N_A}{N}\left(\int_{x_0}^{\infty} f_A(x)dx\right)+\lim_{N\to\infty}\int_{-\infty}^{x_0} f_B(x)dx$$

とおこう。 $\frac{N_A}{N}$, $\frac{N_B}{N}$ が不明であるから我々としては

$$\underset{x_0}{Max} \quad \underset{[\lim \frac{N_A}{N},\ \lim \frac{N_B}{N}]}{Min} \ P'$$

と考えるのが rational behaviour であろう。

つまり不明の量は P' が min になる様にきめて（不明であり，我々にコントロール不可能なものであるから！）一番損になる様にしておいて，我々のコントロールできる x_0 で加減して P' を最も大にしようとする考え方である。

相手（状況）が全く不明の場合には全く安全な Optimum な考え方であろう。 この考え方は Theory of games（遊戯論）における勝負師の rational behaviour の考え方に通ずるものがある。

これは次の様なものである。

勝負師は甲，乙両名であるとする。 甲は策を k_1 種類（これを $1, 2, \cdots k_1$ と名づける），乙は策を k_2 種類（これを，$1, 2, \cdots k_2$ と名づける）持っているとする。 そうして勝負の規則として，甲が i，乙が j なる策で勝負をすれば，甲は乙から α_{ij} なる金をうけとるものとする。 勿論 $\alpha_{ij} \gtreqless 0$ であり，「$\alpha_{ij} < 0$ なら乙は甲から $(-\alpha_{ij})$ なる金をうけとるものと考えることにする。

今，甲，乙は策をある確率

$$\left.\begin{array}{lll} 甲 \quad \vec{\xi}\ (\xi_1, \cdots \xi_{k_1}), & \Sigma \xi_i = 1, & \xi_i \geqq 0 \\ 乙 \quad \vec{\eta}\ (\eta_1, \cdots \eta_{k_2}), & \Sigma \eta_j = 1 & \eta_j \geqq 0 \end{array}\right\}$$

で弄するものと考えよう。

この時 甲の平均的取り分を考えると，

これは $\quad \Sigma\Sigma \alpha_{ij}\ \xi_i \eta_j = K$

となる。 勿論これは乙の平均的取られ分である。

それでは実際に甲，乙はいかにして $\vec{\xi}$，$\vec{\eta}$ を定めるのが *rational* であろうか．

甲の思考は

$$\underset{\vec{\xi}}{Max}\ \underset{\vec{\eta}}{Min}\ K$$

乙の思考は

$$\underset{\vec{\eta}}{Min}\ \underset{\vec{\xi}}{Max}\ K$$

であろう。

つまり甲，乙は相手を考えて，しかも何を出すかわからぬからこれに注意して

甲「乙はきつと，取り分Kを最小にするように $\vec{\eta}$ をきめるであろう。従つて自分としては，こう成つた上でも取り分を最大にするように $\vec{\xi}$ をきめるのだ」

乙「甲はきつと取られ分Kを最大にするように手をきめるに違いない 従つてこれを最小にする様に手をきめよう」

と，考えるのが一応勝負師の *rational behaviour* と考えられるのである。

これは余談であるが

$$\underset{\vec{\xi}}{Max}\ \underset{\vec{\eta}}{Min}\ K = \underset{\vec{\eta}}{Min}\ \underset{\vec{\xi}}{Max}\ K$$

が成立しその様な $\vec{\xi}$，$\vec{\eta}$ の存在することが相当簡単に証明せられる。

この考え方は今の我々の考え方に通ずるものがあるのは興味深い。 我々の場合の相手は自然と考えても，社会情勢とも，社会現象とも考えてよいであろう。 この我々の場合の考え方は一人角力ではない。

さて

$$max,\ min\ P'$$

であるが，今

$$P_{min} = min\left(\int_{x_0}^{\infty} f_A(x)\,dx ,\ \int_{-\infty}^{x_0} f_B(x)\,dx \right)$$

とするならば，

判断成功率は一応 P_{min} となる。

註． 一般に A, B 二グループでない場合は

$N_{min} = N$（N_{min} は P_{min} に相当するサンプルの数）と考えて

$$min\ P' = P_{min}$$

となるのである。

この P_{min} を max にある様な x_0 を求めればよいのである。

この x_0 は $min - max$ の考えにしたがい，この種問題の特有な性質として

$$\int_{x_0}^{\infty} f_A(x)\,dx = \int_{-\infty}^{x_0} f_B(x)\,dx$$

として求められるのである。

この時の判断成功率は

$$P = \int_{x_0}^{\infty} f_A(x)\,dx$$

によつてあたえられるのである。 さて我々の場合にもどろう。

A グループの平均を m，分散を σ^2

B グループの平均を m'，分散を σ'^2

とよう。

さうすると，正規分布と考えてゐるから計算によつて

$$x_0 = \frac{m\sigma' + m'\sigma}{\sigma + \sigma'}$$

として求められる。

この時の P は $$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{m'-m}{\sigma+\sigma'}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$$

となることがわかる。

そこで，話をさらにもどしこの P を最大にするような x_{ij} を定めればよいのである。

つまり（ $\dfrac{m'-m}{\sigma+\sigma'}$ を最小に $\dfrac{m-m'}{\sigma+\sigma'}$ を最大にする。） この為に

現実的には（計算の都合上）三級に分けて数量化を行うのがよいであろう。

第一段階

x_{ij} を数量化する。 i アイテムのみに目をつけその A, B グループについての分散 $\sigma_i^2 = \sigma_i'^2$ 一定の下に，夫々の平均の差を最大ならしむるべく x_{ij} を数量化する。（分布上にはげしく差が出る為）。尚，両者の平均の和を 0 にするよう数量化するのもよい。 こうしてつくられた平均の差（最大）を l_i とする。

第二段階

この時に $\dfrac{m-m'}{\sigma+\sigma'}$ の値は

$$h = \frac{\sum \alpha_i l_i}{2\sqrt{\sum \alpha_i^2}}$$

となる。

これが最大となるようにウエイト α_i を求めるのである。

$\sum \alpha_i = 1$ の條件の下に上の式 h を最大にする α_i を求めると，

$$\frac{\partial h'}{\partial \alpha_i} = 0 \qquad (i = 1, 2, \cdots, k)$$

但し $h' = h + \lambda(\sum \alpha_i - 1)$

（λ は任意の常数）

から

$$\alpha_i = \frac{l_i}{\sum l_i}$$

を得る。 この時最大の成功率を得，

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\sqrt{\sum l_i^2}}{2}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt$$

となるのである。

第一段階の数量化は l_i を大にするのであるからPを増大することとなり一応妥当なものと見做せよう。　各アイテムの間に相関があり（X_i，X_j）の相関係数（Y_i，Y_j）の相関係数が求められる時にも同様な考へでウェイトを計算する事が出来る。又，今迄は過去と未来とが同じようなものであるとの條件の下に予測システムを考えてきたが，過去の資料は條件 C_p だつたものが將來は條件が C_f であるような時も，上述の各数量に影響を及ぼす函数形が分つているなら全く同様にして予想を行えるのである。

これは將來が，A，B等二つのものに限る必要はなく，いくつあつても同様であつて，更に，アイテム，カテゴリーの綜合法を工夫すれば一層よい数量化が行えよう。

以上によつて予想の方法，その的中について種々のべてきたのであるが，最後に，科学的予想に関してのべてきたことをまとめてみよう。

（i）　予想の内容の明確化

（ii）　資料の收集，予想の内容と資料との釣合い，精細さ，精度，

（iii）　予想の的中の機能的意義の明確化

（iv）　予想方式とそれにもとづく数量化

にしたがつて行爲に役に立つ様よく的中する科学的予想をなすことは大切なことである。

ゆめ曖昧な態度でこの問題を取扱云々すべきではない。

これは危険も甚だしい。

正しい予想によつて我々の行爲が無駄に消え去ることのない様

にしたいものである。

予想の問題は魔力の様に人をひきつけ，しかも深く遠い。

これは人間の形成しようとする行為の汲めども盡せぬ泉であり，我々の知的行為に対する絶えざる鞭でもあろう。