⑤ ある層化法に就いて（II）

石田　正次

林知己夫，丸山文行両氏は曩にのるまるに分布する母集団を層別してさいず・ぷろぽうしよねいとのあろけいしよんで調査を行う場合，そのさんぷる・みーんの分散が最も小さくなるやうな層別法を発表した。（講究録第四巻第十号林知己夫，丸山文行「ある層化法に就て」）ここに述べるものもそれと同種のもので林知己夫氏のあいであによつて計算したものである。なほ数値計算は田熊雅子，黒川昌男両氏に手伝つていただいた。

§ 1．標本調査を行うに当つて Neyman の標本割当法はその精度の上で有効ではあるが，何分にもこの方で調査を行うと後で細い分析をするときに非常に面倒な思ひをしなければならぬ。もし各層内の分散が同じであれば，比例割当法がそのまま Neyman のそれになるから，好都合であり，又分析の点からも，各層内の分散が等しいと云うことは望ましいことである。
一方，学校教育の面で知能の高低（例へば I.Q.等）によつて，学童を能力によつて組合けして（所謂 grouping ability を行つて）教育する，グループ指導と呼ばれる方法がある。
この時今までは多くは各組内の人数が等しくなるやうに別けるか或は正規分布の標準偏差で機械的に区切つて行つてゐたので

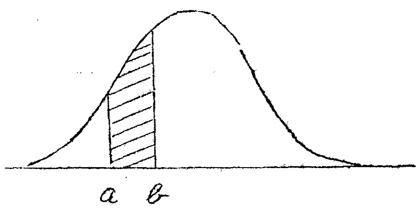
あるがこの時も各グループ内の分散（I.Q.等の）を等しくしておけば指導の点からも，又その学童について種々のテスト行うときも便利であると考へられる。

そこで先づ今一つのModelとして，あるめるくまーるについてのるまるに分布する集団を層にわけるとき，どこで切ればよいかを考へてみる。しかし，これはもでると云つてもI.Q.等のやうにのるまるな分布をするのもいくつか知られてあるから，ここで述べることも強ち，もでるとばかりは云へない。

又，じぶらのやうに適当な手段でのるまるにひきもどせるときにも利用出来る。

§2.

normal 分布をa bの二点で切つた間の分散σ^2は次式で與へられる。



$$\sigma^2 = \frac{\int_a^b x^2 \, dF(x)}{\int_a^b dF(x)} - \left(\frac{\int_a^b x \, dF(x)}{\int_a^b dF(x)} \right)^2$$

但，$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

この式でa，b，を色々と変へてσ^2の数値を計算して，図に画くとII，III，のぐらふのやうになる。

（I のぐらふは計算の途中に使つたものであるがほかにも使ひみちがあると思はれるのでのせておいた。）

Ⅱ，Ⅲ．のぐらふから内挿して，分散が等しくなるような分割を求めたのが Ⅳ のぐらふである。

その時の各層の分散は Ⅴ のぐらふで示した。

Ⅲ．Ⅳ．のぐらふでみられるやうに，層の数が多くなれば，分割点の間隔はほぼ等しくなる。

そこで，この層別法で調査を行つたときの標本平均の精度を，各層のさいずを等しくわけた時のそれと比較してみると Ⅶ のぐらふのやうになる。

Ⅵ のぐらふはさいずを等しくきつたときの分割点を示したものである。

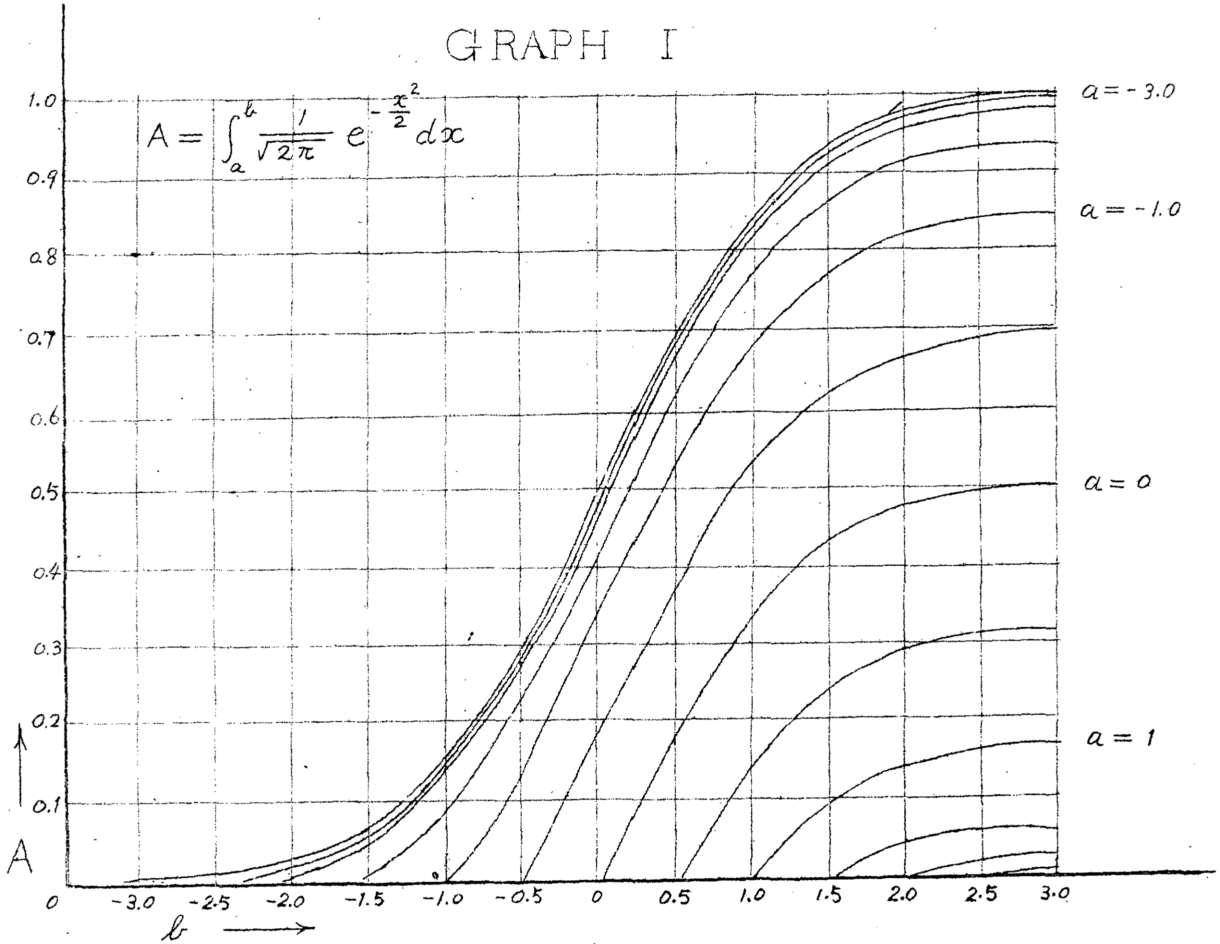
Ⅶ のぐらふから，層の数が 5 以上になつたとき，調査の点では この方法が有効になることがわかる。

以上は，のるまるな分布について考へたのであるが，それでない場合も，層の数が多くなれば等間隔に分けて，実用上充分な結果が得られる。

（ここでは，便宜上

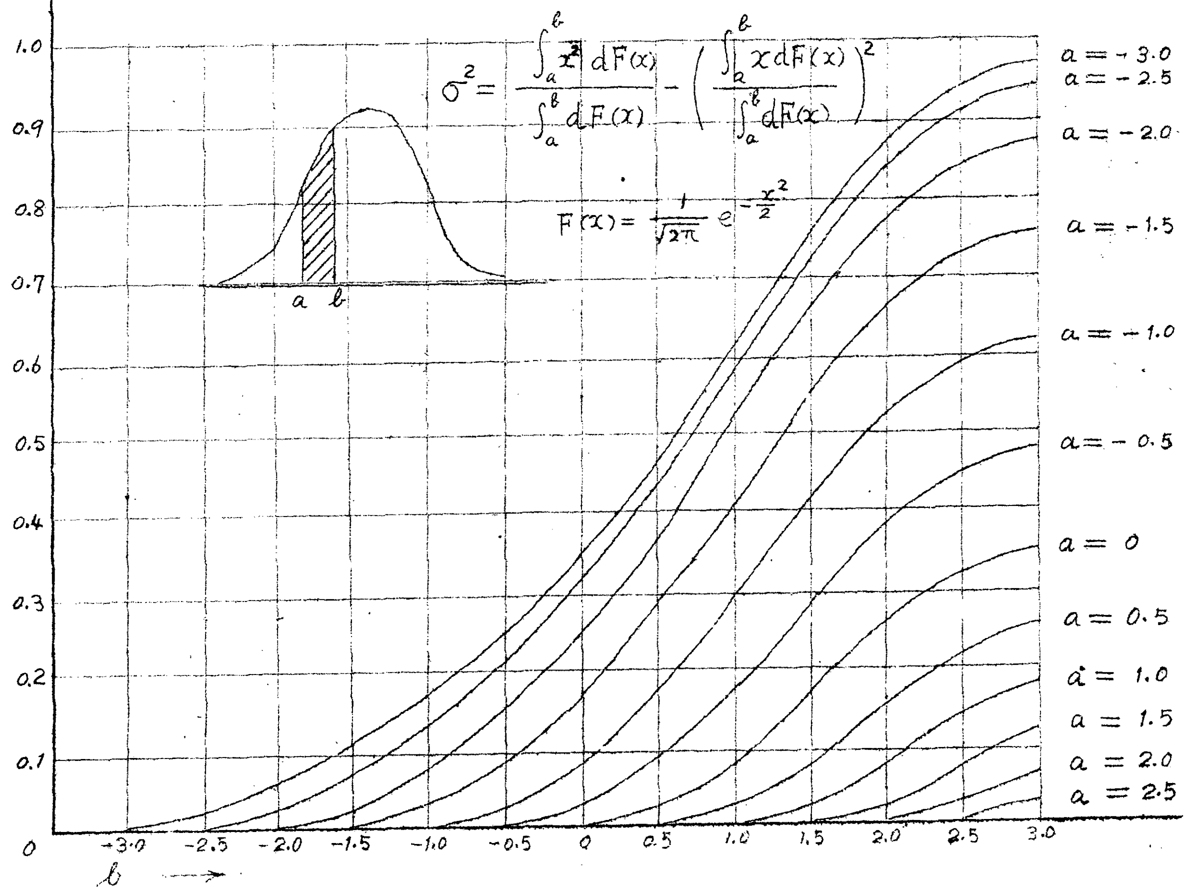
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \text{ に於て } -3 \leqq x \leqq 3 \text{ として考へた。}$$

GRAPH I



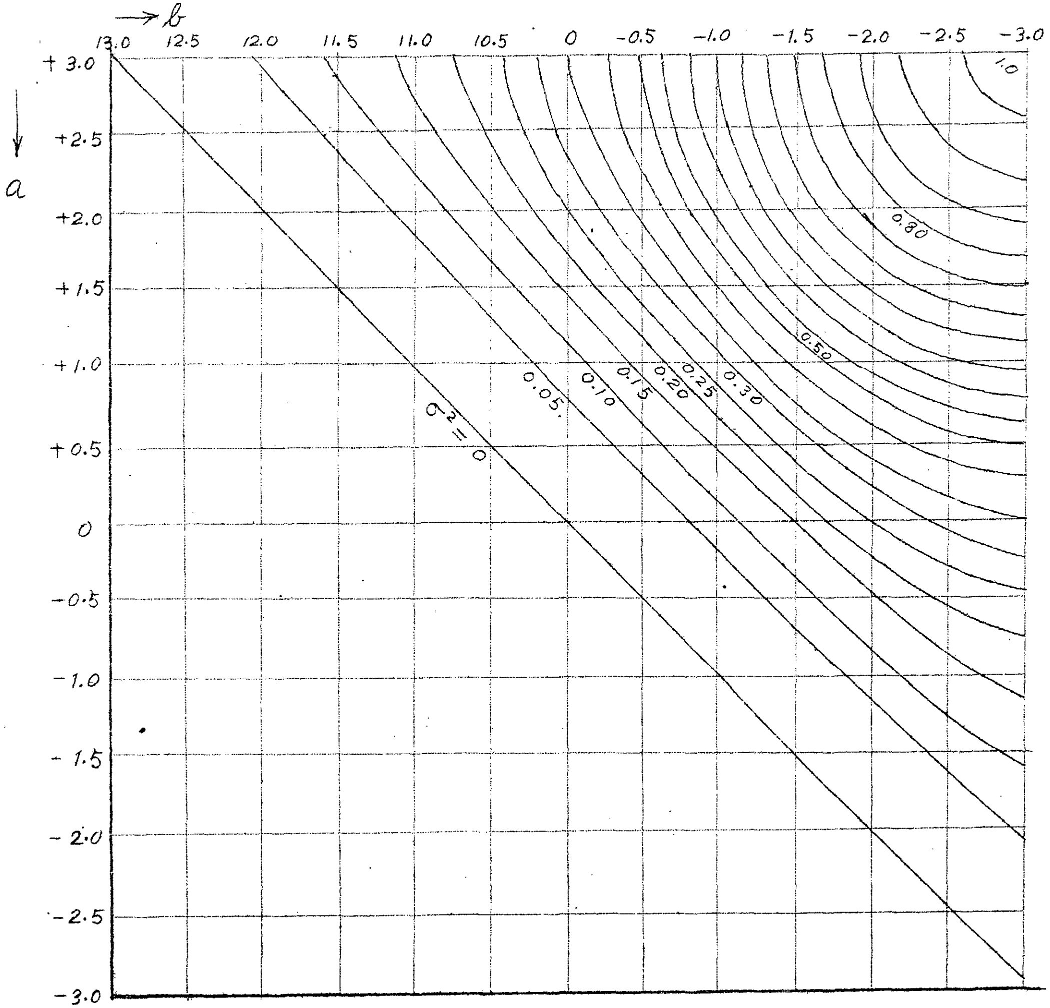
$A = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$
A
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
0
-3.0
-2.5
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
b
a = -3.0
a = -1.0
a = 0
a = 1

GRAPH II



$\sigma^2 = \dfrac{\int_a^b x^2\,dF(x)}{\int_a^b dF(x)} - \left(\dfrac{\int_a^b x\,dF(x)}{\int_a^b dF(x)}\right)^2$
$F(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
a
b
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-3.0
-2.5
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
b
a = -3.0
a = -2.5
a = -2.0
a = -1.5
a = -1.0
a = -0.5
a = 0
a = 0.5
a = 1.0
a = 1.5
a = 2.0
a = 2.5

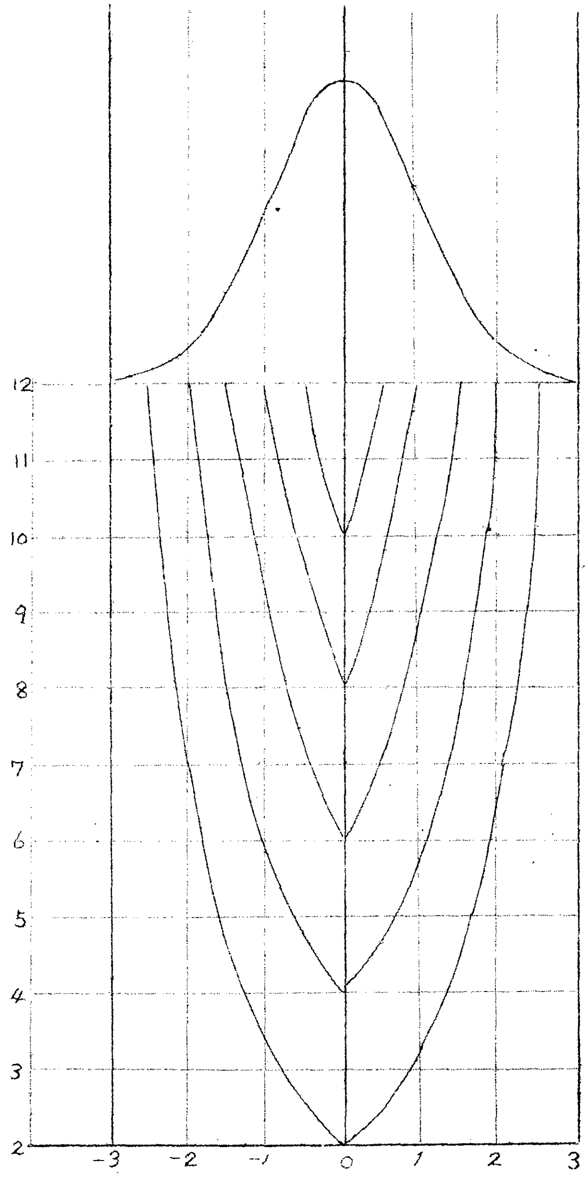
GRAPH III



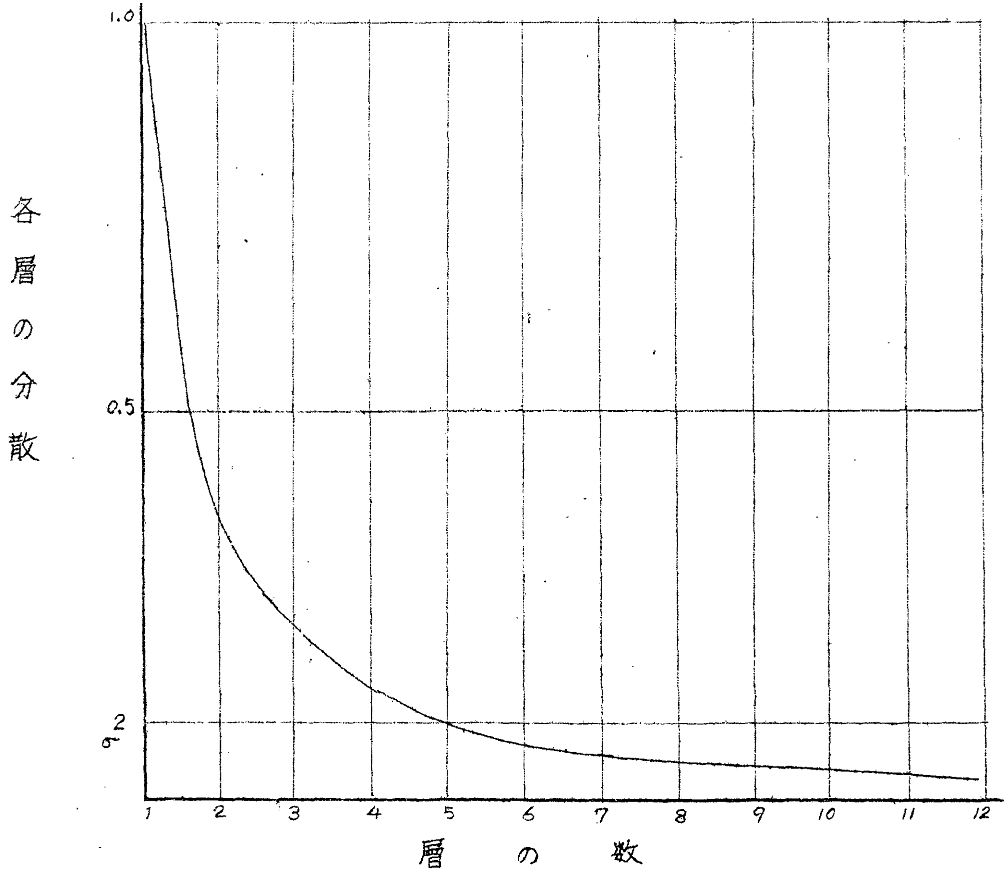
b
13.0
12.5
12.0
11.5
11.0
10.5
0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
a
+3.0
+2.5
+2.0
+1.5
+1.0
+0.5
0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
σ² = 0
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.50
0.80
1.0

GRAPH Ⅳ

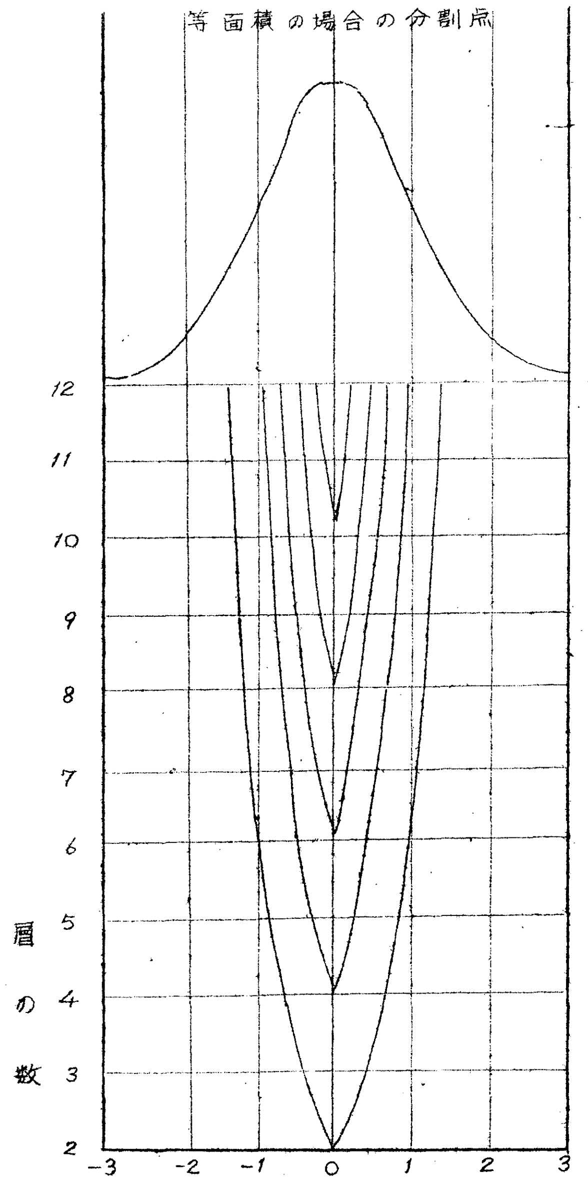
別分散の場合の分割点



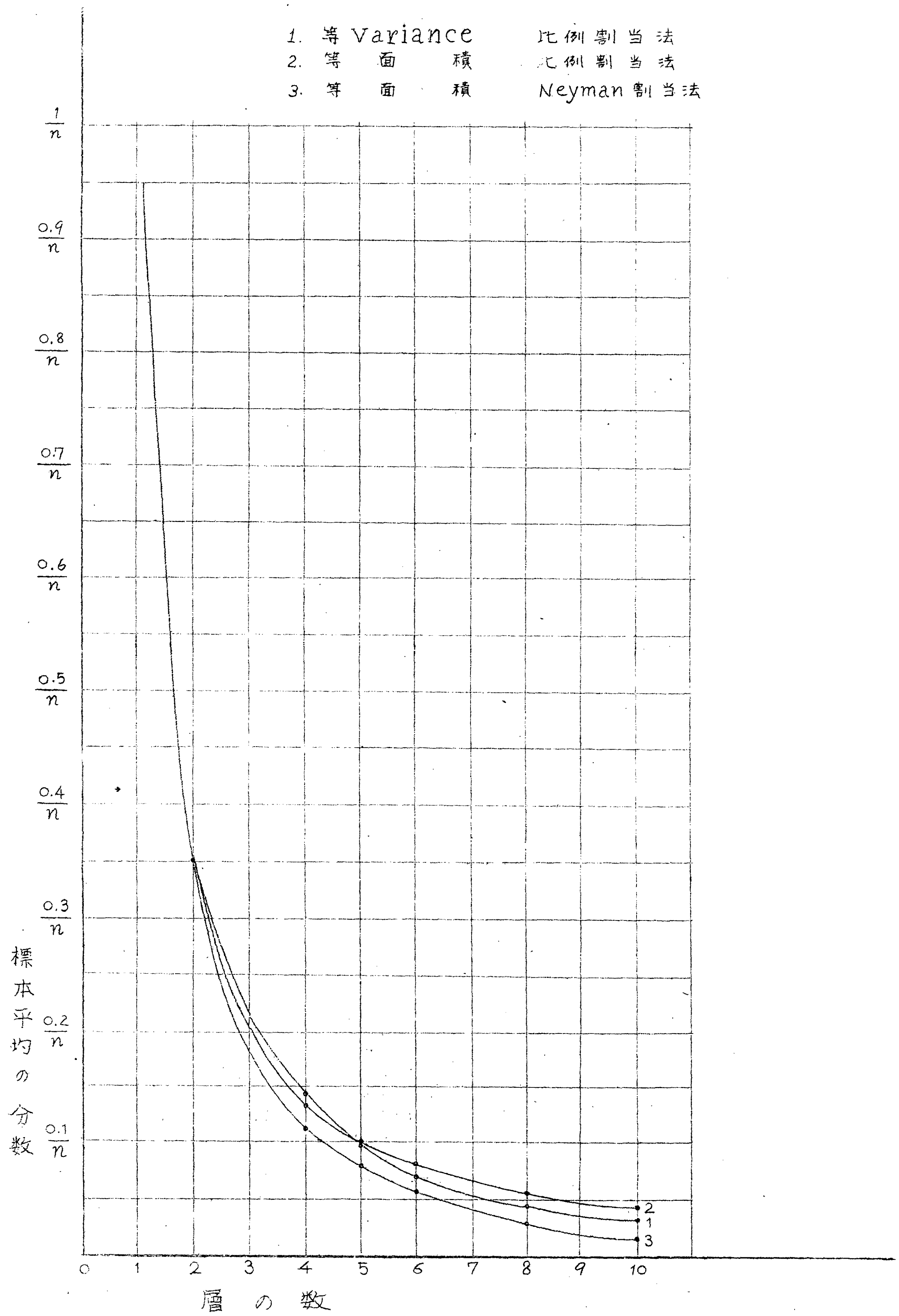
GRAPH Ⅴ



GRAPH VI



GRAPH Ⅶ



1. 等 Variance 比例割当法
2. 等 面 積 比例割当法
3. 等 面 積 Neyman割当法
$\frac{1}{n}$
$\frac{0.9}{n}$
$\frac{0.8}{n}$
$\frac{0.7}{n}$
$\frac{0.6}{n}$
$\frac{0.5}{n}$
$\frac{0.4}{n}$
$\frac{0.3}{n}$
$\frac{0.2}{n}$
$\frac{0.1}{n}$
標本平均の分数
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
層の数
2
1
3