(26) 火災危険率の予測

（リグレッションエスティメイトについての一注意）

石田　正次

基礎調査から火災の要因を分析して，一定の條件を備へた地区の火災の危険率を要因と焼失坪数との多重相関から推定する。

各調査区の総建坪数を一定とし N ヶ所の調査区について火災の要因と，一定期間を限つた各調査区の焼失坪数 y を調査する。

調査する要因は別に考ねばならぬことであるが，少しでも火災に関係があると思はれるものは可能な限り調べておき，あとで適当にそのうちのいくつかを擇べばよい。

又，燃えに関するものばかりではなく，非燃えに関するものも（消火設備等の）要因として加える。

今，要因 p_i（$i=1,2,\cdots\cdots,m$）についてその中を p_{ij}（$j=1,2,\cdots\cdots,n_i$）の段階に別ける。p_{ij} 別の y の平均値 x_{ij} を以て p_i の値 x_i としたとき，危険率 Y を

$$Y = W_0 + \sum_{i=1}^{m} W_i x_i$$

として推定する。　相関係数を大にするために，この要因の数量化の方法が最も簡単で有効である。

W_i は通常の回帰直線を求める方法で決定する。

そのとき，y と x_i との多重相関係数を ρ とすれば Y の分散 V は N が充分大きければ

$$V = \frac{\sigma^2}{N}\left(1-\rho_2\right)$$

となるが，更に Y は近似的に正規分布をなすことが証明出來るから

危険率は，信頼度 99 % で

$$Y \pm 3\sqrt{\nabla}$$

で與へられる。

なぜならば，母集団回帰直線を

$$y = \overline{y}_p + \beta(x - \overline{x}_p)$$

標本回帰直線を

$$y = \overline{y}_p + \beta(x - \overline{x}_p) + e$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{但 } e \text{ は確率変数で } x \text{ の如何にかゝはらず} \\ E\{e\} = 0,\ E\{e^2\} = \mu_2,\ E\{e^3\} = \mu_3,\ E\{e^4\} = \mu_4 \\ \overline{x}_p,\ \overline{y}_p \text{ はそれぞれの母集団平均} \end{array}\right\}$$

とすれば，y の母集団平均の推定値 $\tilde{y}$ と母集団平均 $\overline{y}_p$ との差 ∇ は

$$\nabla = \sum_{i=1}^{n} e \left\{ \frac{1}{n} + \frac{(\overline{x}_p - \overline{x}_n)}{\Sigma(x - \overline{x}_n)^2}(x_i - \overline{x}_n) \right\}$$

[但　n は Sample 数　$\overline{x}_n$ は x の標本平均]

となる。　そこで

$$E\{\nabla\} = 0 \quad E\{\nabla^2\} \fallingdotseq \mu_2\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)$$

(Cocran ; Sample Survey Technic)

であるが　$\tilde{y}$ の　β_1，β_2　を測定してみると n が充分大ならば
歪度が 0，尖鋭度が 3，又は

$$\beta_1 = 0, \qquad \beta_2 = 3$$

となる。即ち

$$E_y\{\nabla^3\} = \mu_3 \left\{ \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n}\,\frac{(\bar{x}_p-\bar{x}_n)^2}{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2} + (\bar{x}_p-\bar{x}_n)^3\,\frac{\Sigma(x-\bar{x}_n)^3}{\{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2\}^3} \right\}$$

$$E_x\left[E_y\{\nabla^3\}\right] \doteqdot \mu_3 \left\{ \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right\}$$

$$E\{\nabla^4\} = \mu_4 \left\{ \frac{1}{n^3} + \frac{6}{n^2}\,\frac{(\bar{x}_p-\bar{x}_n)^2}{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2} + \frac{4}{n}\,(x_p-\bar{x}_n)^3\,\frac{\Sigma(x-\bar{x}_n)^3}{\{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2\}^3} \right.$$

$$\left. + \frac{(x_p-\bar{x}_n)^4\,\Sigma(x-\bar{x}_n)^4}{\{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2\}^4} \right\}$$

$$+ 6\mu_2^2 \left\{ \frac{n-1}{2n^3} + \frac{(n-1)}{n^2}\,\frac{(x_p-\bar{x}_n)^2}{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2} + \frac{4(\bar{x}_p-\bar{x}_n)^2}{n^2\{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2\}^2}\,\Sigma(x-\bar{x}_n)(x-\bar{x}_n) \right.$$

$$+ \frac{2}{n}\,\frac{(\bar{x}_p-\bar{x}_n)^3}{\{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2\}^3}\,\Sigma(x-\bar{x}_n)^2(x-\bar{x}_n)$$

$$\left. + \frac{(\bar{x}_p-\bar{x}_n)^4}{\{\Sigma(x-\bar{x}_n)^2\}^4}\,\Sigma(x-\bar{x}_n)^2(x-\bar{x}_n)^2 \right\}$$

$$E_x\left[E_y\{\nabla^4\}\right] \doteqdot \left(\frac{3}{n^2} - \frac{2}{n^3}\right)\mu_2^2 + \frac{1}{n^3}\mu_4$$

$$\beta_1 = \frac{1}{n}\,\frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$$

$$\beta_2 = 3 - \frac{1}{n}\left(8 - \frac{\mu_4}{\mu_2^2}\right)$$