⑤ 非心対数正規型の母数の推定法について

兼所員　増　山　元　三　郎

経済量の中には対数正規型に近い分布を示すものが少くないが一般の非心対数正規型

$$Pr.\{x < X \leq x + dx\}$$

$$= \frac{1}{(x-a)\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\{\log(x-a)-m\}^2}{2\sigma^2}} dx$$

について、aをどうして推定すればよいのか書いたものが見当らない。[1] 積率を使って推定する方法は誰でも考えつくところだが面倒である。[2] 実際家は経済量をQとすると、先づいきなり、$\log Q$を正規型と看做して、累積度数分布から、経済的分布函数を作り、確率積分の表から

$$\frac{\log Q - m}{\sigma} \equiv t$$

となるようなtを求め、($\log Q, t$)図を作るか、或は経験的分布函数を確率紙に入れて直線が得られるかどうかを見るのが相場である。この手続きを済ましてから、直線が得られないと、初めて

$$\frac{\log(Q-a)-m}{\sigma} = t$$

となるようなaを試行錯誤法で求めている。

ところが、一応オが求めてあるなら、

$$Q = a + e^{m+\sigma \text{オ}}$$

となるなら、定差図法[3]が利用できる。即ち、Qとオの図から補間法で、オを等間隔に選んだ時のQの値を推定する。勿論図でなくて補間公式で求めてもよい。オの公差をhとするなら

$$Q(\text{オ}+h) = a + e^{m+\sigma(\text{オ}+h)}$$

$$Q(\text{オ}) = a + e^{m+\sigma \text{オ}}$$

から e^m を消去して

$$Q(\text{オ}+h) = e^{\sigma h} Q(\text{オ}) + a(1-e^{\sigma h}),$$

従って $Q(\text{オ})$, $Q(\text{オ}+h)$ 図から $e^{\sigma h}$ 従って σ, ついで $a(1-e^{\sigma h})$ から a が推定できる。勿論前者[2]のように図から直接aを読むこともできる。

1) 例えば最近現れた森田優三博士の"国民所得の評価と分析" 東洋経済新報社、1949 には式だけ書いてあって、aの求め方が書いてない。

2) A. Fisher = An elementary treatise on frequency curves, 1922.

3) 増山＝統計数理研究，2 (1948)，2号，28.