

39

# 綜合研究発表会

## アブストラクト

昭和25年3月22日（水曜日）

3月23日（水曜日）

辻田ヶ谷區三軒茶屋町10

統計数理研究所研究室

に於て綜合研究発表会を行つた。

此の内容アブストラクト次の通り。

### 3月22日

第一部（統計数理の基礎理論に関する問題）

#### 1. 統計数理の或る問題

松下 嘉米 男

統計数理に於ては、分布函数の列  $\{F_n(x)\}$  が分布函数  $F(x)$  に收斂する場合に、その「速度」を知ることが大切である。

今、 $F_n(x)$  の特性函数  $f_n(t)$  が、 $F(x)$  の特性函数  $f(t)$  に收斂する速度がわかっている時、それより、 $F_n(x)$  の  $F(x)$  に收斂する速度がわかるであろうか。

例へば、 $f_n(t) = f(t) + \frac{A}{n^\alpha}$  ( $\alpha > 0$ ,  $A$  は  $n$  に無関係)

なる時,  $F_n(x) = F(x) + \frac{B}{n^2}$  ( $B$ は $n$ に無関係)となるであろうか。之は直ぐには云へないことは明かである。そうならば、解析性学の条件を入れたらばどうか。

実際には、尚、 $A$ ,  $B$ の大きさを知る必要がある。

## 2. 確率過程の一考察

高島 巳千雄

*discrete* な定常確率過程  $X(n)$  に於て,  $E\{X(n)\} = 0$ ,  
 $E\{X(n+m)\overline{X(n)}\} = R(n)$  とおく。

$$R(n) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{inx} dF(x).$$

但し  $F(x)$  は至る所右連続な,  $(-\pi, \pi)$  に於て有界変動な函数,  
 と表はされる (A. Khintchine - H. Cramér).  $X(n)$  を  
*uncorrelated variables* である場合を考へれば,

$$R(0) = E\{|X(n)|^2\} = E\{|X(0)|^2\} = \sigma^2, R(n) = 0$$

となる。この二つの条件を考へて入れて,  $F(x)$  の形を求めて見ると,

$$F(x) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \left[ x + \frac{a_0 \pi}{\sigma^2} \right], \text{ 但し } a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x) dx$$

なる形となる (一次函数)。更に  $dF(x) = \text{const.} dx$  なる簡単なる形となる。

## 3. ある定常確率過程の解析について。

風見 秋子

広義の定常確率過程でその *spectral density* が有理函数型を有するものの特徴付けを行う。

*discrete* な場合。

$S(X_1, \dots, X_{n-1}; X_n)$  を  $X_1, \dots, X_{n-1}$  による  $X_n$  の *least square linear prediction* とすると, 次の三つの

条件は同等である。

(1)  $X(n) = (x_1(n), \dots, x_N(n))$   $N$ 次元定常確率過程

$$S(\dots, X(n-1); X(n)) = S(X(n-1); X(n))$$

(2) Component  $x(n)$  は stationary でその spectral density は

$$F'(A) = \frac{|A(z)|^2}{|B(z)|^2}$$

ここで  $A, B$  は  $Z = e^{2\pi i \lambda}$  の多項式

(3)  $X(n)$  の Correlation function を  $R(n)$  とすると、次の定差方程式をみたす。

$$R(n+N) + b_1 R(n+N-1) + \dots + b_N R(n) = 0$$

Continuous な場合

次の三つの条件は同等である。

(1)  $X(t) = (x_1(t), \dots, x_N(t))$   $N$ 次元 定常確率過程

$$S(X(\tau) \text{ で } \leq S; X(t)) = S(X(S); X(t)) \quad S < t$$

(2) Component  $x(t)$  の spectral density

$$F'(\lambda) = \frac{|A(2\pi i \lambda)|^2}{|B(2\pi i \lambda)|^2}$$

$A, B$  は  $2\pi i \lambda$  の多項式

(3)  $X(t)$  の correlation function  $R(t)$  は次の微分方程式をみたす。

$$R^{(N)}(t) + b_1 R^{(N-1)}(t) + \dots + b_N R(t) = 0$$

4.

(i) A. Khintchine の定理について

高野 金作

分布函数の class の系列が class convergence するならばその極限の class は一つしかない (A. Khintchine, 1937).

このことは、分布函数の逆函数を用ふれば、最も簡単に証明せられる。

(ii) 最大濃度函数に関する一注意

高野金作

二つの分布函数  $F(x)$ ,  $G(x)$  の最大濃度函数を夫々  $Q_F(l)$ ,  $Q_G(l)$  とすれば, それらの間の Lévy の距離に関して, 次の不等式が成立つ。

$$\rho(Q_F, Q_G) \leq 2\rho(F, G).$$

5. 極限分布について

魚返正

$\{X_n\}$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) は次の条件をみたす確率変数列とする。

(1)  $X_0$  は区間  $0 \leq x \leq l$  の値を一様な確率密度でとる。

(2)  $X_{n-1}$  の値  $x_{n-1}$  があたえられたとき,  $X_n$  は区間  $l - x_{n-1} \leq x \leq l$  の値を一様な確率密度でとる。

こゝでは  $X_n$  の確率密度の極限が存在しそれが  $\frac{2}{l^2}x$  ( $0 \leq x \leq l$ ) であることを証明する。

挨拶

所長

(i) ある米國の学者が *Penetrate* した研究をせねばならぬと言つた。 *Penetrate* とは, どうも, のこるくまなく, すみずみまで細い所迄, 研究しつくす事らしい。

此の頃 *Penetrate* ばかりしすぎた研究が多くて当申者以外にはなかなかわからない!

(ii) 学会の講演者は人にわかる様に話してもらいたい。自分だけ *Penetrate* してつて, 人にはわからない。此の無注意してもらいたい!

## 第二部 (自然科学方面に於ける統計数理に 関する問題)

### 6. 無限に分解可能な法則について

樋口 順四郎

無限に分解可能な法則に於ける確率変数の和は、無限に分解可能な法則に従わない。此の様な問題を遡及して行くのが今後の研究の目標である。

### 7. 数理統計学の或る問題について

鍋谷 清治

$X_1, X_2, \dots$  が互に独立に指数分布  $\frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}} dx$  に従う確率変数なるとき  $a > 0$  に対し

$$N = \min \{ n ; X_1 + X_2 + \dots + X_n > a \} - 1$$

の分布は  $\frac{a}{\mu}$  を平均値とする Poisson 分布になる。

これは前から知られていたがこの逆も成立つ。即ち  $X_1, X_2, \dots$  が互に独立に同一の分布函数  $F(x)$  を持つ non-negative な確率変数で、任意の  $a > 0$  に対し上に定義した  $N$  の分布が Poisson 分布となるならば

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\mu}} \quad \left( \frac{x}{\mu} > 0 \right)$$

に限ることを証明した。(阪大小川助教授出題)

### 8. Rank Correlation について

樋口 伊佐夫

例えば溶解した或る種の合金が凝固する際に表面に出来る模様  
の出来具合の様には全順序で Order をつけることの出来ないものがあ

る。二つのこの様な種類の性質の間の部分順序としての *order* の *correlation* を與える二種の *measure* を提出した。

これは Kendall の *tau* の拡張になつてゐるもので Kendall の *tied rank* なる概念によるものより *order* の構造をよりよく傳えるものである。尚上種の意味での頻度分布を見つげる簡単な計算方法は見つからなかつた。

## 9. 回帰型推定値について

遠 藤 健 児

講究録第V巻第3号に紹介した W. G. Cochran の論文には、母集団の種々の回帰関係の型に應ずる回帰型推定値の効用について述べられているが、此処では回帰の型と云ふものを前提としないで特に有限母集団に關して回帰推定値を考える。

- § 1. 抽出誤差の成分、
- § 2. 回帰推定値の構成
- § 3. 尸化の効果
- § 4. *Double sampling* に依る回帰推定値、
- § 5. *Sub-sampling* の場合の推定値、
- § 6. 多変数の場合への拡張、

## 10. 雨量統計について

菅 原 正 巳

日雨量、または一<sup>ひとあめ</sup>雨量の統計をとつてみると、1.5 mm 以下程度の雨が降る回数が甚だ多い。それを除くと、およそポア分布をする。そこで、正規分布よりの標本に於てある数値以下を切り捨てた資料から、パラメーターを推定する問題が生じ、これを解いた。

二地気について日雨量の相関図表をかくと、やはり 1.5 mm 程度以下の小雨と、それ以上のものを區別する必要がある。

1.5 mm 以下の雨を除くと，雨量の対数の間にかなり正規相関がみとめられる。

3 月 23 日

第三部（社会科学方面に於ける統計数理に  
関する問題）

14. (i) 多意写像空間上の平均測度とその一般  
確率過程論文の応用について

田 口 玄 一

“abstract”一般測度空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ の $\Omega$ の各要素 $\omega \in \Omega$ から他の一つの空間 $\bar{\Omega}$ 内への高々可附番多意写像 $T$ が與えられている時，写像 $T$ によつて規定される $\bar{\Omega}$ の部分集合系 $\bar{\mathcal{F}}$ 上の平均測度 $\bar{P}$ を導入し，かゝる見地から $n$ 箇の突く又は複素)パラメーターを含む一般確率過程の零兵の平均分布を定義し，若干の重要な例題に關して興味ある結果を求めた。

(ii) 効果を不偏にする Standard の最良配置法  
について

田 口 玄 一

“abstract” Standard と test されるものか續とか生産量とかを比較する時，そのおく位置による効果は，未知だが，適当な多項式で近似されると予想される場合，その効果を不偏にする置き方の中で，その全地域での標準偏差を最小にするような配置法を一般に $n$ 次元の空間でのべる。

15.  $t$ -分布型統計量の正規分布への近似について

橋 爪 淺 治

$(x_1, x_2, \dots, x_n) \in N(0, \sigma^2)$  なるとき

$$t = \frac{\sum x_i / \sqrt{n}}{\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}}$$

は自由度  $n-1$  の  $t$ -分布なす事が知られている。

而して  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in N(0, \sigma^2)$  なるとき

$$X = \frac{\sum x_i / \sqrt{n}}{\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}}$$

の近似な確率函数  $H'(X)$  は

$$H'(X) \doteq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{X^2}{2} - \frac{\alpha^2}{4n^2} X^4} \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\frac{\alpha}{n})} \int_0^\infty \sqrt{u} e^{-\frac{(u-1+(\frac{\alpha}{n})\frac{X^2}{2})^2}{2(\frac{\alpha}{n})}} du$$

で與へられる。  $n \rightarrow \infty$  とすれば

$$e^{-\frac{\alpha^2}{4n^2} X^4} \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\frac{\alpha}{n})} \int_0^\infty \sqrt{u} e^{-\frac{(u-1+(\frac{\alpha}{n})\frac{X^2}{2})^2}{2(\frac{\alpha}{n})}} du \rightarrow 1.$$

となる。但し  $\alpha$  は元分布函数によつてきまる常数である。

16. 抜取検査の應用分野と分類について

高 金 地

綜合的見地に立つて抜取検査の應用分野の擴大性を指摘し、併せてその分類を試みる。

抜取検査の應用分野  $\begin{cases} \text{I. Acceptance Inspection} \\ \text{II. Control Inspection} \end{cases}$

抜取検査の分類：次の如き四つの観点からこれを論ずる。



1. 仕切の状態と検査目的の相異による分類
2. 品質の測度の規定の仕方による分類
3. 試料の大きさや採取回数による分類
4. その他による分類

最後に色々な型と性質の採取検査の種類を記号的に表現することに  
 関して興味ある注意を述べる。

## 17. 火災推計

石 田 正 次

火災の要因とその危険率との相関比が最大になるやうに、つまり  
 要因別の火災率  $P_i$  を要因の数量ときめて、ある要因をそなへた家  
 屋または地域の火災危険率  $P$  を

$$P = W + \sum w_i P_i$$

として、 $w_i$  を要因と危険率との間の重相関からきめる。そのとき  
 推定された  $P$  の分散  $V$  は

$$\frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{n} \quad \text{但、} \quad \begin{array}{l} \rho^2 \quad \text{重相関係数} \\ \sigma^2 \quad \text{危険率の分散} \end{array}$$

であるが、さらに  $P$  は  $n$  (Sample 数が充分大きければ、  
*Normal* 分布をすることになるので推定値は 99% の信頼度  
 で

$$P \pm 3 \sqrt{\frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{n}} \quad \text{となる。}$$

## 18. あるサムプリング調査の企画

林 知 巳 夫

白河市言語調査(言語生活の現実の把握、言語生活の分析を目的  
 とする)に於けるサムプリング企画をのべたものである。此の調  
 査では能率よい重ねぬき法(*Double Sampling*)を用いること  
 にした。此の様な理論の立場、調査の実施を理論的實際的に検討し

企画をたてた。この概略を述べたものである。

## 19. '耳ことは'の調査

西 平 重 喜

国立国語研究所，放送文化研究所，水野所員と協力。目的は，単語のむづかしさ，文の長さ，話す速さの三つの要因が，理解度にかかわるかをしらべること。この調査には，ラテン方陣を三次元に拡張し，しかも方陣でなく矩形にしたものをつかった。準備調査からわかつた結果を報告する。

## 20. 最近のサムプリングから

木 村 等

選挙の世論調査の時，調査出来なかつたものを後 mail で調査したところ，調査出来たものと，出来なかつたものに違いがあることがわかつた。

又，調査不能の理由について見ると，ウソであるものも相当にある。そこで interviewer を用いて調査する時は，ゴマかさない様に，充分追求して調査する様にさせねばならない。

## 21. 所得率推計

石 田 望

所得率の推計のための調査計画をのべたものである。

此には業種，地域，規模，使用人数等の factor が用いられ，quasi-factorial design の考へがとり入れられてある。

## 22. 昭和24年度研究報告

水 野 坦

*Sampling (Theoretical と Practical)* 並びに *Quantification* を主題として種々の実際調査を素材として行って来た本年度の研究室としての研究結果を報告した。

題目をあげるなら

1. 実験輿論調査の分析
  2. *Sampling* 台帳
    - a. 全国 *Stratification* —— 人口問題, 聴取者調査
    - b. 東京都町別カード
  3. *Scaling* の問題
  4. 複合的 *Run* の問題
  5. 奨学資金決定の問題
  6. 信頼限界の $\alpha$ のための不等式
  7. 理解度の調査
  8. その他
- 一 時 間