(34)　母数の最大解が算術平均にな場合

兼所員　増山元三郎

最近統計がよく利用されるようになつて気付くことは、平均として算術平均を使つていることが多いことである。収入と支出については算術平均よりも幾何平均の方が合理的であることは前に本誌に述べた。ここでは分布函数中の母数 m の最尤法による推定量が算術平均になるためには、分布函数中に m がどんな形で含まれていなければならないかを問題にしてみよう。恐らく誰かやつていると思われるが、文献を焼失し記憶にも無いので一応やつてみた。

m の尤度を，無作為標本 $x_1, x_2, \cdots, x_N$ について

$$L(m) \equiv f(x_1, m)\, f(x_2, m) \cdots f(x_N, m)$$

となる．分布函数は絶対連続又は離散的な場合に限り，通例通り，$f(x, m)$ は前者では確率密度，後者では確率を表すものとする。

最尤度が算術平均で表されるということは

$$\sum_{j=1}^{N} \partial \log f(x_j, m)/\partial m = 0 \quad \text{——}$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_j = Nm$$

が，同時に成立することである。 λ を m だけの函数として

$$\sum_{j=1}^{N} \left\{ \partial \log f(x_j, m)/\partial m - \lambda (x_j - m) \right\} = 0$$

x_j は相互に独立だから

$$\partial \log f(x_j, m)/\partial m = \lambda (x_j - m).$$

従って

$$f(x,m)=Ae^{\int \lambda(m)(x-m)\,dm}$$

但しAはmに依らないものとする。

既知の分布函数から実例を拾うと

$\lambda(m)=1$	正規分布型
$\lambda(m)=1/m$	Poisson 分布型, Pearson 第三型
$\lambda(m)=1/m^2$	指数分布型,

となる。

(35) 単位円内有界正則函数の零点と角微係数に就いて。

鍋島 一郎

[一] $f(z)$を$|z|<1$で正則、且つ$|f(z)|<1$とするとき、

$$D=\lim_{z\to 1}\frac{1-f(z)}{1-z}=\lim_{z\to 1}f'(z)$$

なるDが存在して、

$$\infty \geqq D > 0$$

なる事が caratheodory によって示されておる。