$$
\alpha_\ell \fallingdotseq \frac{{}_{\nu-1}C_{\ell-1}}{\left(\sqrt{2\pi\frac{m}{\nu}}\right)^{\nu-1}\sqrt{\left(1-\frac{1}{\nu}\right)\left(1-\frac{1}{\nu-1}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2}\right)}}\int\cdots\int\!\!\int (z_1+z_2+\cdots+z_M)\times
$$

$$
\times\, e^{-\left\{\frac{\left(z_1-\frac{m}{\nu}\right)^2}{2m\frac{1}{\nu}\left(1-\frac{1}{\nu}\right)}+\cdots+\frac{\left(z_{\nu-1}-\frac{m}{\nu}\right)^2}{2m\frac{1}{\nu}\left(1-\frac{1}{2}\right)}\right\}}\,dz_1\,dz_2\cdots\cdots dz_\nu \qquad (33)
$$

の積分範囲として

$$
\left.\begin{aligned}
&+\infty > L_2(z),\ L_3(z)\ \cdots\cdots\ L_\ell(z) \geqq L_1(z)\\
&L_{\ell+1}(z),\ \cdots\cdots\ L_{n-1}(z) \leqq L_1(z)\\
&Km-\left\{L_1(z)+L_2(z)+\cdots\cdots+L_{n-1}(z)\right\} \leqq L_1(z)\\
&0 \leqq z_1,\ z_2,\ \cdots\ z_{\nu-1}
\end{aligned}\right\} \qquad (34)
$$

を取れば可なり　之即求むる α_ℓ なる待望値の近似値なり

以上は理論上の事実なり　之を実際に計算する事は蓋し相当の困難事ならん　他日に譲るべし、

3. 輸送問題

§1 輸送力

鉄道網によって数多の都市（駅）が連結されたる全群を一国とす

A 市より B 市に停車すること無く進行する列車を A より B に直結する列車と呼び、$A\to B$ と記す　斯かる線路が数本ありてもそれは一本と考へて論じ得べく又単位期間（例へば一日、又は一ヶ月の如し）に数列車が進行しても一つの列車と考へて宜し、斯く簡単化したるものを $A\to B$ となす

列車による国内の物の輸送を論ずるに当り先づ既に輸

送されつゝある物の移動は計算に入れず、此一期間内に新らたに一物資Pを或数市より輸出し、残る数市へ輸入する場合を考ふ。

列車$A \to B$がPを輸送し得る最大限の量をuとし列車$B \to A$が輸送し得る量をvとする時、$A \to B$の輸送力は$(-v, u)$なる範囲にありと云ふ 蓋しAよりBへの輸出を正、BよりAへの輸出を負とし$A \to B$と$B \to A$は同じ一線路の往復車と見做し、A、B両市間の此一期間の直送量をxとするとき、xは

$$-v < x < u \tag{1}$$

なる範囲内にあるべきなり

§2 幹線と枝線

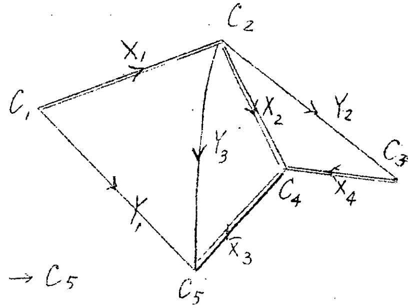
都市の総数を$n+1$とし輸送力は無制限と仮定すれば任意の一市より他の任意の一市迄輸送可能なるやうに設けられたる鉄道網に於ては直結線路の数は少なくともn個なり又n個にて十分なり

先づ一市C_1をとるとき之と他の市の何れとも直結線路を持たざればC_1の物資は他市へ輸出し得ず之不合理なり故に必ず少くとも一つの他市C_2に向つて直結線路あるべし之をX_1とす、次にC_1、C_2両市間の輸送はX_1一線にて十分なり。此の両市を組合せて一都市と見做し得 此組合せ$(C_1、C_2)$と残りの或一市とを直結する線路が存在すべきことも前の理に同じ其一つをX_2とす即ちX_2はC_1又はC_2と残りの一市C_3とを直結する線路なり。次にはC_1、C_2、C_3の三市を組合せる一市と見做し同様の論を繰返す。追て斯く進み遂にn個の線路X_1 X_2 …… X_nにて$n+1$個の市C_1 C_2 …… C_{n+1}が連結され之にて$n+1$市間の輸送が自由に行はれ

れるに至るなり

輸送自在なるやうに選ばれたるn個の直結線路を一種の幹線と云ふ、之に対して残りの直結線路を凡て枝線と言ふ

§3 輸送方程式



実例に就て述べん例へば

$n=4$ とし

$$C_1 \to C_2 \quad C_2 \to C_4$$

$$C_4 \to C_5, \quad C_3 \to C_4$$

を幹線とし残りの

$$C_1 \to C_5,\ C_2 \to C_3,\ C_2 \to C_5$$

を枝線と考へ此順に夫々 $X_1 X_2 X_3 X_4$ $Y_1 Y_2 Y_3$ と名ず

蓋し何れの直結線路にても添数の小なる方より大なる方への輸送を正と考へたり。

さて単位期間に一市C_kは物資Pを総量c_kだけ輸出するものとす 蓋し輸入の場合は負の輸出と考ふ。

此為めに線路X_k, Y_l上にて実施さるゝ輸送量を夫々x_k, y_lとす

然るときC_iなる市より附近の市へ直結的に輸出(負は輸入)する総量がc_iなることを式に表せば上例に於ては

$$\left.\begin{aligned} x_1 + y_1 &= c_1 \\ -x_1 + x_2 + y_2 + y_3 &= c_2 \\ x_4 - y_2 &= c_3 \\ -x_2 + x_3 - x_4 &= c_4 \\ -x_3 - y_1 - y_3 &= c_5 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

之を輸送方程式と云ふ

輸送方程式の特徴は明らかに次の如し

1) 右辺の総和は0なり 即ち

$$\sum C_i = 0 \tag{3}$$

2) 左辺にある x_k, y_l の係数は $+1$ 及 -1 にして一対をなして一回現はるゝのみ

3) y_l の値は任意に定め得られ. y_l を与へれば x_k は一定す.

x_k の一定する計算を下に示さん

先づ y_l を移項すれば

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= C_1 - y_1 \\ -x_1 + x_2 &= C_2 - y_2 - y_3 \\ x_4 &= C_3 + y_2 \\ -x_2 + x_3 - x_4 &= C_4 \\ -x_3 &= C_5 + y_1 + y_3 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

最初に x_1 を消去するには $+x_1$, $-x_1$ を含む両式を加へれば宜し、其れと残る式とを列記すれば

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= C_1 + C_2 - y_1 - y_2 - y_3 \\ x_4 &= C_3 + y_2 \\ -x_2 + x_3 - x_4 &= C_4 \\ -x_3 &= C_5 + y_1 + y_3 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

此式の形も亦(4)と同型にして只 x_1 を含まず. 次に x_2 を消去すれば

$$\left.\begin{aligned} x_3 - x_4 &= C_1 + C_2 + C_4 - y_1 - y_2 - y_3 \\ x_4 &= C_3 + y_2 \\ -x_3 &= C_5 + y_1 + y_3 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

次に x_3 を消去すれば

$$\left.\begin{aligned} -x_4 &= C_1 + C_2 + C_4 + C_5 - y_2 \\ x_4 &= C_3 + y_2 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

此両式は当然両辺何れも和が 0 なる故従属す、其何れを採用しても x_4 が決定す　その値を (6) に代入して x_3 が決定す、その値を (5) に代入して x_2 が決定す、その値を (4) に入れて x_1 が決定するなり　之が実際の計算法なり

結果は次の如し

$$\left.\begin{aligned} x_4 &= C_3 + y_2 \\ x_3 &= -C_5 - y_1 - y_3 \\ x_2 &= C_1 + C_2 - y_1 - y_2 - y_3 \\ x_1 &= C_1 - y_1 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

§4 解の能不能

実際の場合には輸送力に制限あり例へば

$$-v_k < x_k < u_k, \quad -q_\ell < y_\ell < p_\ell \qquad (9)$$
$$(k = 1, 2, \cdots m) \qquad (\ell = 1, 2, \cdots n)$$

なる條件ありとす

此条件の下に輸送方程式が解き得らるゝや否やを判定するは頗る困難なるが如し

§5 実験的解法

前条の解の能不可の判定並に可能なる場合の実際の解答を知るに実験的の方法あり

$C_1 C_2 \cdots C_{m+1}$ なる都市に相当する円筒に水を満たし X_k, Y_ℓ に相当する円管を以て連結す

円管には両側の圧の差によりて移動する壁を設く

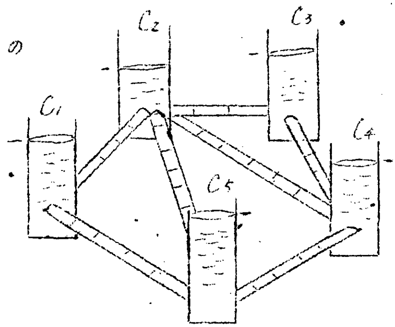
各円筒の上壁は外部より自由に移動せしめ得る如くす。

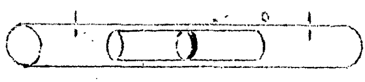
最初各円筒の水高を一様ならしめ置き水面に上壁をき接し置く　円管壁の前後にu_k、v_k、p_e、q_eに相当する距離の所へ止金を附作、それを超えて壁が移動することは妨ぐるものとす、

さて各円筒の上壁をC_iに相当する丈上下に移動して水高を変ずることを試みよ、それが変じ得るならば解は可能にして円管壁の位置が其時のx_k y_eの値の一組を示すなり勿論円管壁の静止の位置は色々になり得るなり最初の上壁移動の状態によりて変ず　振動する事一般なり

解不能の場合は前述の上下移動が不能となる、蓋し水は非圧縮性のものなればなり

§6　以上の論は既設の運輸系統の上に更に一新物資の輸送を加へたる場合の輸送法に就て考へたるなり





数多の物資の鉄道輸送に就て綜合的に考へんとすれば、各物資毎にx_k、y_eに関する方程式を得ること前の通りなり　物資毎に指数を附して$x_k^{(\nu)}$ $y_e^{(\nu)}$の如く書くとき甘条件として此度は

$$-u_k < \sum_{\nu} x_k^{(\nu)} < u_k \qquad (10)$$

$$-p_e < \sum_{\nu} y_e^{(\nu)} < p_e$$

此度も実験的に解き得べし

即ち各物資毎に前節§5に言へる如き装置を作りたる後例へば $x_k^{(1)}$ $x_k^{(2)}$ …… $x_k^{(\nu)}$ ……に相当する円管を並べ之と同形の円管を重ね後者は水端を夫々別々に同一円筒に連結して水を充たし両円筒の水高は壁と止金とによりて u_k 以上とならざる様になし置くものとす斯くしたる上前者の円管の壁の移動は其まゝ後者の壁の移動を起すやうに装置すれば之にて前者移動の総量が $\pm u_k$ を超えざる如くなるべし

此装置にて各円筒の水高を夫々各物資の輸出入に等しからしめ得れば即ち解が可能にして各円管の壁の位置が相当する物資の相当する鉄道により輸送量を示すべし

4. 経済の基礎

○價格の評準は本質的に言へば國家が保証する権利なり

金一円を所有する者に対し之と引換に某事を許可すと云ふことを國家が保証するとき其事項従て其円が價格の評準となるなり

○國家の保証せざる一事又は一物に対しては甲は5円にて得んことを願ひ乙は8円にても買はんと欲する場合あり

此時其物に対する主観價値が甲に於ては5円、乙に於ては8円なり　之は人々によりて異なる

○一物に対して甲、乙両人が同じ主観價値をもつ場合にも其物に対する両人の慾望の程度は勿論異なり得べし　慾望其者の程度を同一人又は異人間にて比較する心理的或は物理的方法なきに非るも、そは經済学の関知せざる所なり　經済学的には人間的感情の偉大と貧弱とは論せず要するに主観價値を直ちに慾望と比例するものと假定するなり