(49) 紡績原論における二三の問題

東京繊維専門学校
成田　裕

紡績学原論に近代数学である推計学の思想を採り入れる試みは漸くその緒についたにすぎないが，数学者の方々の協力をあふぎ度いと思ひ二三の問題を未完成乍ら報告する次第である。多くの御批判を頂き度いと思ふ。増山元三郎博士から有益な御注意を屡々頂いてゐるが之等の問題も同博士の論文や御教示から多くの示唆を得たものである。

[A] 糸及び篠の均斉度の数学的表示

(1) 前書き

糸及び篠の品質を定めるのに最も大切な事柄はむらが多いゝか少ないかと云ふ事である。こゝで篠と云ふのは紡績工程中糸になる前の繊維の平行にならんだ帯状のものである。篠何本か合せて細くしながら撚をかけると糸になるわけである。篠を何本か合せる事を併合（Doubling），細くする事を牽伸（Drafting），撚をかける事を（Twisting），と云ひ，紡績工程中最も重要な操作である。

さて、糸或は篠の均斉度の良否を如何にして表現するかといふ事は理論的にも興味のある問題である。今迄最も多く用ひられてゐるのはセリプレ検査である。即ち黒板に糸を平行に巻いて肉眼で—標準写真と比較しながら採点してゆくのである。この検査は長い間行われて来てゐるだけに秀れてゐる点もあるが数量的に厳密に表現することが出来ないのが大きな欠点である。又観測者の主観が検査の結果に入つて来る事をのぞき得ない。

次に、或る長さの糸の重量を測定して，その重量の分散を計算して分散の大小によつて判断する方法である。この方法はセリプレン検査よりも数量的表現は秀れてゐるが均斉度の差異が明かに出て来ない場合がある。又重量の分散が糸或は篠の長さの函数であることも注意しなければならない。例へばＡ，Ｂの生糸の均斉度を比較するとき，４５０ｍの長さの重量の分散はＡの方が大で，９００ｍの長さの重量の分散はＢの方が大であると云ふ場合も起り得る。次に、電気マイクロメーター或は光電型マイクロメーターを用ひて糸の太さを測定する方法も行われてゐるが糸の太さの差を測定し得るには電源を厳密に一定に保たねばならない。変動を測定し得たとしてもそのデーターから如何にして均斉度を表現するかが問題である。又設備費の点から一般工場で利用し難い。結局設備費が少く，測定も易く，計算も易く，そしてなるべく標本論を用ひ得るもので均斉度を表現したいのである。

(I) 理　論

長さ l の糸或は條の重量を w とする。$\gamma = \dfrac{dw}{dl}$ と定義するとき γ の分布の状態が明かにされれば好いのであるが厳密には直接測定は不可能であるし近似的にも非常に困難である。夫で従来は長さ L の重量 Γ を求め、L を一定にしてこの分布を求めたが之は実は L の函数であることは前述の通りである。容易に実測の出来る Γ の値から γ に関する知識を得たいのである。

任意の点を原点とし（便宜上糸或は條の端を原点と考へよう）この点から距離 l なる点における γ の値を $\gamma(l)$ 更に τ だけ離れた点における値を $\gamma(l+\tau)$ とする。計算を簡單にする為 $\overline{\gamma} = 0$ とする。又 $\overline{\gamma^2} = \sigma^2$ とおく。そして $\gamma(l)$ と $\gamma(l+\tau)$ との相関 $R(\tau)$ を考へよう。

即ち
$$R(\tau) = \frac{\overline{\gamma(l)\gamma(l+\tau)}}{\sigma^2}$$
で定義される。

この $R(\tau)$ が τ の増加に依り 1 から次第に 0 に近付くことは常識から納得出来やうがこの近付き方が成可く緩い方が均斉度が良好であるといふことが云へよう。若し $R(\tau)$ と $\overline{\Gamma^2(L)}$ との関係が求められれば $\overline{\Gamma^2(L)}$ を得て逆に $R(\tau)$ を論ずることが出来る。

$$\overline{\Gamma^2(L)} = \overline{\left(\int_0^L \gamma(l)\,dl\right)^2}$$
$$= \overline{\int_0^L dl \int_{-l}^{L-l} \gamma(l)\gamma(l+\tau)\,d\tau}$$

$$= \sigma^2 \int_0^L dl \int_{-l}^{L-l} R(\tau)\, d\tau$$

$$= \sigma^2 \int_0^L dl \int_{-l}^{0} R(\tau)\, d\tau + \sigma^2 \int_0^L dl \int_0^{L-l} R(\tau)\, d\tau$$

然るに　$R(\tau) = R(-\tau)$　であるから

$$\overline{\Gamma^2(L)} = \sigma^2 \int_0^L dl \int_0^{l} R(\tau)\, d\tau + \sigma^2 \int_0^L dl \int_0^{L-l} R(\tau)\, d\tau$$

上式で　$L - l = \xi$　とおくと

$$\overline{\Gamma^2(L)} = \sigma^2 \int_0^L dl \int_0^{l} R(\tau)\, d\tau + \sigma^2 \int_0^L d\xi \int_0^{\xi} R(\tau)\, d\tau$$

$$= 2\sigma^2 \int_0^L dl \int_0^{l} R(\tau)\, d\tau \quad \text{----------} \quad (A\cdot 1)$$

となる。(註1)　特に，$R(\tau) = e^{-\frac{\tau}{A}}$

とおくと

$$\overline{\Gamma^2(L)} = 2\sigma^2 A^2 \left\{ e^{-t} + t - 1 \right\} \quad \text{----------} \quad (A\cdot 2)$$

但し　$t = \dfrac{L}{A}$

($A\cdot 2$) 式は生糸に就ての実験結果と好く一致する。結局糸或は條の均齊度は (i) σ^2 が小なること (ii) A が大なることの二條件が満されるならば良好であると云へる。特に (ii) の條件の方が重要であることが実験から得られてゐる。

($A\cdot 2$) から

$$\overline{\Gamma^2(mL)} = 2\sigma^2 A^2 \left\{ e^{-mt} + mt - 1 \right\} \quad \text{------} \quad (A\cdot 3)$$

であり，又，$\Gamma(L)$ が正規分布すること既に実験から想定されてゐるから T/θ は自由度 $(n_m - 1), (n_1 - 1)$ なる F 分布をする。

但し
$$T = \frac{u_m^2}{u_1^2}$$
$$\theta = \frac{\overline{\Gamma^2(mL)}}{\overline{\Gamma^2(L)}} = \frac{\{e^{-mt} + mt - 1\}}{\{e^{-t} + t - 1\}}$$
$$u_m^2 = \frac{1}{n_m - 1} \sum_{i=1}^{n_m} (x_{mi} - \overline{x}_m)^2$$
$$u_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_{1i} - \overline{x}_1)^2$$

である。従つて，mさへ決めておけばTからθに関する信頼限界或は假説検定が出来る。結局 $\lambda = \frac{L}{\Lambda}$ に対する推計学的考察が可能となる。mの大いさは大なる方が望ましい。

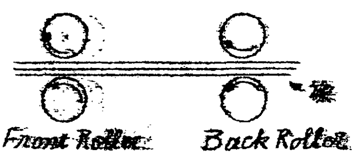
(註1) 中央氣象台 高橋浩一郎技師の御教示を得た
(昭和二十三年二月私信)

(註2) 成 田 裕 : 纖維学会誌 印刷中

[B] 牽伸理論

(I) 前書き

篠を2対のローラー(普通表面)直径1吋～2吋位)の間を通過させて図の如く Roller を回転させる。



Front Roller の回転速度を Back Roller よりも大ならしめると篠は細く引きのばさ

れて Front Roller より出てくる。今問題とするのは纖維の長さの分布が分つてをるとき Front Roller と、Back Roller との間の距離、之を gauge と言ふがこの長さを如何にすべきか。又 Front Roller と Back Roller との間に Middle Roller を入れたときその円周速度はどのやうにしたらよいかといふ問題である。之等の問題を解く基礎として Front Roller と Back Roller との間では纖維はどのやうな運動をするかといふことを先づ研究しなければならない。従来の研究では纖維の一端が一直線にそろつて Back Roller に入つてくる場合のみを論じてをるがこのやうなことは実際には殆んどあり得ない。（註1）（註2）此所では纖維が篠の中で平行に配列してをるといふ條件の下で以上の問題を取扱ふことにする。

（II） 纖維群把持の理論

纖維群が直線状に平行に配列した篠を考へ篠の太さは均等とする。この篠をある任意の断面で把持したとき、この断面から任意の距離だけ離れた断面において尚把持されてある纖維の本数を導かう。但し断面における纖維数は n とする。

各纖維の長さは 0 よりも大である任意の値をとるものとし、把持されてある断面から一方の側に出てある纖維の長さを夫々 $x_1, x_2 ------ x_n$ とする。そして $\sum_{i=1}^{n} x_i \leqq L$ なるものとする。但し L はある一定の正値である。この條件を満足する点は n 次元空間において $\{L, 0, 0 --- 0\}$

$(0, L, 0, \cdots 0)$, ………, $(0, 0, \cdots L)$なる n個の頂点及び原点によつて決定される$(n+1)$面体の体積内にある。確率変量X_1がx_1とx_1+dx_1との間にある確率はこの領域内で点$(X_1\ X_2 \cdots X_n)$の確率密度ρは一定とし X_1の周辺分布を求めると得られる。

$$f_n(x_1)dx_1 = \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{L-x_1} dx_2 \int_0^{L-x_1-x_2} dx_3 \cdots \int_0^{L-x_1-x_2\cdots x_{n-1}} \rho\, dx_n$$

$$= \int_0^{x_1} \rho \cdot \frac{(L-x_1)^{n-1}}{(n-1)!} dx_1$$

条件 $\int_0^L \rho \cdot \frac{(L-x_1)^{n-1}}{(n-1)!} \equiv 1$ を考慮すると

$$f_n(x_1)dx_1 = \frac{n}{L^n}(L-x_1)^{n-1}dx_1 \quad \text{------------} \quad (B.1)$$

$(B.1)$式で $\frac{L}{n} = \sigma$ を一定にしたまゝ $n \to \infty$ とすると一般に

$$f(x)dx \doteqdot \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x}{\sigma}} dx \quad \text{---------} \quad (B.2)$$

となる。 $n = 30$以上では，$(B.1)$と$(B.2)$との差は小となる。（註3） 故に一本の繊維が把持点からkだけ離れた位置において尚把持されてゐる確率は

$$\int_k^{+\infty} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x}{\sigma}} dx = e^{-\frac{k}{\sigma}} \quad \text{------------------} \quad (B.3)$$

結局nが大なるときは，把持点からkの距離にある断面における繊維群（本数n）の中で $ne^{-\frac{k}{\sigma}}$ が尚把持されてゐると期待されるのである。繊維群が把持点の左側に出る確率と右側に出る確率とは等しいと考へられるから $\lim_{n\to\infty} \frac{L}{n} = \sigma$ は繊維の平均長の $\frac{1}{2}$ と考へられる。

條内の纖維の配列が亂れると σ と實際の値は小となる。以上纖維長の平均のみによって把持本数が計算されることを示した。時に纖維長の分布の型，分散等が既知のときの理論については御教示頂き度いと思ふ。

(III) 牽伸域に於る纖維群の速度

Front Roller と Back Roller との間で各纖維は同一の速度で移動するわけではない。牽伸理論が案外複雑なのもこの爲である。夫で先づ移動速度に依って分類して見よう。

(A) Front Roller から距離 k に於ける断面の纖維群を考へるにその移動速度から次の如く分類される。但し V_f は Front Roller の円周速度で V_b は Back Roller の円周速度である。

(i) Front Roller に把持されて高速度 V_f で移動する高速度纖維群，断面 k に於ける本数を $n_f(k)$ とする。

(ii) Back Roller に把持されて低速度 V_b で移動する低速纖維群，断面 k における本数を $n_b(k)$ とする。

(iii) Front Roller にも Back Roller にも把持されず他の纖維群の影響を受けて中間速度 $v(k)$ なる平均速度で移動する浮遊纖維群，断面 k における本数を $n_m(k)$ とする。

(IV) Front Roller 及び Back Roller に同時に把持されて Front Roller に引き抜かれ（普通 Front Roller には weight が掛されてゐて纖維を引き抜き得るよ

うにしてある。）高速度 V_f で移動する繊維群をも考慮しなければならない。之を干渉繊維群と呼び断面 k におけるこの本数を $n_p(k)$ とする。

任意の断面における本数は

$$nk = n_f(k) + n_b(k) + n_m(k) - n_p \text{ ---- (B.4)}$$

である。

（B） 任意の断面における各繊維群の本数と速度との積の和を牽伸移動量と呼び牽伸が正常に行はれてゐるときは、各断面で等しい筈である。
（（単位時間に任意の断面を通過する繊維の本数はどの断面でも等しい筈である。））

$$n_f(k)V_f + n_b(k)V_b + n_m(k)V(k) - n_p V_b = Const. \quad (B.5)$$

（C） $$\frac{V_f}{V_b} = \frac{n_b(g)}{n_f(0)} = D \text{ ---------- (B.6)}$$

但し，g は Back Roller と Front Roller との距離である。このDを牽伸常数と呼ぶ。

（Ⅳ） 牽伸理論

（B.3）から断面 k における高速繊維群の本数は

$$n_f(k) = n_f(0)\int_k^{+\infty}\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{x}{\sigma}}dx = n_f(0)e^{-\frac{k}{\sigma}} \text{ ----- (B.7)}$$

又，低速繊維群の本数は

$$n_b(k)=n_f(0)D\int_{g-k}^{+\infty}\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{x}{\sigma}}dx=Dn_f(0)e^{-\frac{g-k}{\sigma}} \quad \text{----(B.8)}$$

一方（B.5）から

$$n_f(0)V_f=n_f(k)V_f+n_b(k)V_b+n_m(k)V(k)-n_pV_b \quad (B.9)$$

浮遊繊維群の本数 $n_m(k)$ は Front Roller の断面では0であるから（B.9）に $k=0$ を代入すると n_p を得る。

$$n_p=Dn_f(g)=Dn_f(0)e^{-\frac{g}{\sigma}} \quad \text{-----------(B.10)}$$

即ち，単位時間に移動する干渉繊維の本数は

$$Dn_f(0)e^{-\frac{g}{\sigma}}\cdot V_b=n_f(0)e^{-\frac{g}{\sigma}}\cdot V_f$$

である。

（B.9）に（B.7）（B.8）及び（B.10）を代入すると

$$n_m(k)V(k)=n_f(0)V_f\left\{1-e^{-\frac{k}{\sigma}}-e^{-\frac{g-k}{\sigma}}+e^{-\frac{g}{\sigma}}\right\} \quad (B.11)$$

及び

$$n(k)=n_f(0)\left[e^{-\frac{k}{\sigma}}+De^{-\frac{g-k}{\sigma}}-De^{-\frac{g}{\sigma}}+\frac{V_f}{V}\left\{1-e^{-\frac{k}{\sigma}}-e^{-\frac{g-k}{\sigma}}+e^{-\frac{g}{\sigma}}\right\}\right] \quad (B.12)$$

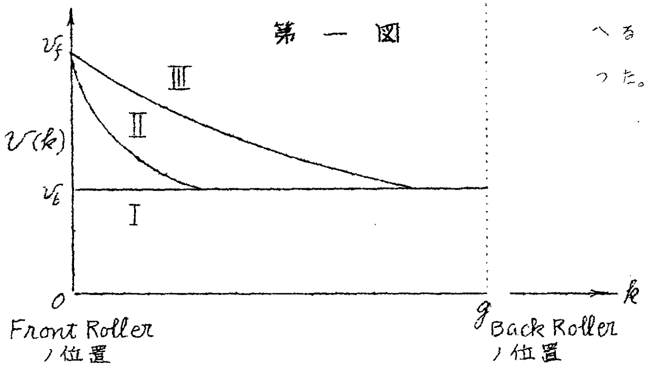
を得る。（B.12）が牽伸理論の基礎公式である。

(V) 牽伸曲線と浮遊繊維群の速度

横軸に k，縦軸に $n(k)/n_f(0)$ をとって得た曲線を牽伸曲線と呼ぶ。

牽伸曲線の形は実際の牽伸工程が良好であるか否かを研究する場合極めて重要である。

(IV) の理論的解析から浮遊繊維群の速度がこの曲線に主な影響を與へることが分った。



簡単に図示すると第一図，浮遊繊維群の平均速度

(I) 低速繊維群の速度と等しいとした場合

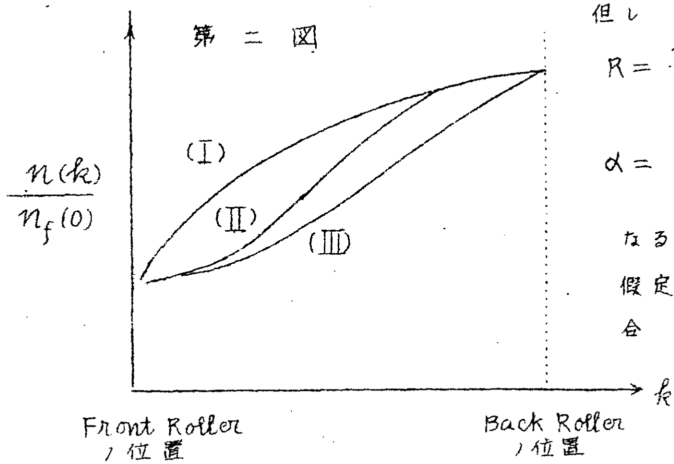
(II) $\ln \alpha = e^{-R} \ln D$ -------------------- (B.13)

但し

$$R = \frac{n_b - n_p}{n_f}$$

$$\alpha = \frac{v(k)}{V_b}$$

なる公式を假定した場合



(III) $v(k) = V_f e^{-t}$ -------------------- (B.14)

但し
$$t = \frac{k}{g} \ln D$$

なる公式を假定した場合

実驗との比較では，2対の Roller を用ひるときは，(II)の公式（B.13）が好く適合する。中間に Roller を置く場合には直観的に考へて牽伸曲線は(III)のやうな形であることが望ましいから(III)の公式（B.14）に從つて中間 Roller の円周速度を定めると好い。

牽伸理論は未だ実驗的に充分確かめられてゐないが指數分布の一例として興味あると思はれるので紹介したわけである。（註.4）

（註1）Johansen　：Handbuch der Baumwollspinnerei
（註2）石川章一　：纖維学会誌　昭19-2,1, 100～111
（註3）増山元三郎　：科学　昭19-8,14. 266～272
（註4）成田裕　：纖維学会誌　昭23-2,4, 25～27

(C) 引揃糸の切断強伸度の推定

(1) 前書き

何本かの糸を引揃へて成る糸群の強さを考へる場合に最も普通に用ひられる方法は糸群を構成する個々の糸の

強さの和即ち糸の強さの平均値に系数を乗じたものであるとしてゐる。この考へ方は極めて簡単ではあるが構成する糸に強度の斑が多い場合には実際の値と相当異ってくることが実験的にも理論的にも認められてきた。

東京工業大学内田，青木両氏に依ると（註1）引揃糸の切断強度は伸度 λ_γ と荷重との函数関係を $\phi_\gamma(\lambda)$ で示すと（$P_\gamma = \phi_\gamma(\lambda)$）

$$\sum_{\gamma=m}^{\gamma=n} \phi_\gamma(\lambda_m)$$

の最大値であり　切断伸度はそのときの伸度であることを示し次表の如き機械的作表法に依る計算を提示されてゐる。

群＼伸度 %	λ_1	λ_2	λ_3	……	λ_n
1	$\phi_1(\lambda_1)$				
2	$\phi_2(\lambda_2)$	$\phi_2(\lambda_2)$			
3	$\phi_3(\lambda_1)$	$\phi_3(\lambda_2)$	$\phi_3(\lambda_3)$		
4	$\phi_4(\lambda_1)$	$\phi_4(\lambda_2)$	$\phi_4(\lambda_3)$		
⋮	⋮	⋮	⋮		
n	$\phi_n(\lambda_1)$	$\phi_n(\lambda_2)$	$\phi_n(\lambda_3)$	……	$\phi_n(\lambda_n)$
$\sum\phi_\gamma(\lambda)$	$\sum_{\gamma=1}^{\gamma=n}\phi_\gamma(\lambda_1)$	$\sum_{\gamma=2}^{\gamma=n}\phi_\gamma(\lambda_2)$	$\sum_{\gamma=3}^{\gamma=n}\phi_\gamma(\lambda_3)$	……	$\phi_n(\lambda_n)$

但し，群1の糸はλ_1にて切断する。群2の糸はλ_2にて切断する。上の表で $\sum\phi_\gamma(\lambda)$ の値が最大値となるときの値

が切断強度を示し，その時の伸度が切断伸度である。思想的に非常に優れてはおるがこの計算は相当繁雑であり切断伸度を正確に求めることが困難であるので，成可く実用的な理論式を求めてみた。（註２）

(Ⅱ) 理 論 公 式

假 定 1. 引揃糸にある伸度を與へる荷重は，個々の糸にその伸度を與へる荷重の総和で示される。

假 定 2. 切断附近では糸の伸度と強度とは直線関係をなす。

假 定 3. 切断は at random に生ずる。

以上の３つの假定に基く。

引揃糸に荷重を加つた場合糸の切断が起ろうとする直前では荷重は次式で示される。

$$P = n(k\lambda + C) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (C.1)$$

但し，λはその時の伸度，k, CはPとλとの直線関係を示す常数である。切断が起り初めると（C.1）式で示される値よりも小となる。

$$G = n(k\lambda + C)\{1 - F(\lambda)\} \quad \cdots\cdots\cdots (C.2)$$

但し，F(λ)はλまで伸す迄に糸が切断する確率を示す。（C.2）はnが大なる程正確に成立する。

一般にGはλの函数であつて，λが大なるに従ひ増加し、ある値に達すると以后減少する。このGが極大にな

つたときの値が引揃糸の切断強度を示すのである。

$$\frac{dG}{d\lambda} = 0$$ とおいて極大の條件を求めると

$$\frac{1-F(\lambda_0)}{F'(\lambda_0)} = \frac{C+k\lambda}{k} \qquad (C,3)$$

なる條件を満足するλ_0が切断伸度を示し、このλを(C,2)に代入すると切断強度が求められる。

以上の式は無論切断伸度の分布の型に無関係に成立するが特に切断伸度が正規分布するときは統計数値表第12表を用ひて簡單に計算出来る。

即ち、
$$t = \frac{\lambda - a}{\sigma}$$

とおき
$$\frac{1-F}{Z} = \frac{C}{k} + a + t_0\sigma \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (C,4)$$

なる條件を満足するt_0を求めると，之から切断伸度λ_0，切断強度P_0が得られる。

但し，a及σは夫々糸の切断伸度の母平均 母標準偏差を示し

$$F = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t_0} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{t^2}{2}}$$

である。(C.4)の計算は左辺を図示しておいて右辺の直線との交点を求めれば充分正確に得られる。

a，σ，k，C，は標準検査に依つて推定すれば好い。従つて引揃糸の切断強伸度の推定には当然信頼限界の思

想を含まなければならない。

上述の理論はその点まだ充分解けてゐない。然し切断の起る以前の強度の推定はオ分布で簡単に解ける（註3）

この引揃糸の問題は，撚糸や織布の強伸度の研究の基礎となるので實際上の價値もあり，数学的にも面白いと思はれるので相当粗雑な理論であるが述べることとした。

唯實驗に案外好く適ってゐることを附記しておく。（註2）

（註1）内田豊作，青木朗；
繊維学会誌　昭19-7,1　461～467

（註2）成田總：繊維学会誌　印刷中

（註3）成田總：繊維学会誌　昭22年—15.3、75