巻§2.10，昭8：岩波），フーリエ級数の各項に~~未知常数~~お含むので、この形のものわ実用にならないからである。

尚おこの式でわ，Dtの積しか決まらないが，一定時間低温にして分裂お押さえて拡散お行い、後に孵卵器に入れると，tはその時間だけ大きくなるから，fの値が変るので，D，tお別々に推定できることになる。但しDが絶対温度に比例して変ることお考えに入れる必要がある。溶血性連鎖状球菌について従来他の方法で知られているDの値お使うと，ペニシリンが1.5%の血液寒天培地お拡散する速さわ、普通の有機物が1.5%の寒天中を拡散する速さと同じ程度であることが分る。この方法わ抗菌性物質が陽性に帯電していると，寒天によく吸着されるのでそのまゝでは使えないが、錯塩か何かにして利用すべきことゝ思う。

最後に最初の間全く直観だけで使って来た公式わ，理論式と比較すれば直ぐ分るように，$k=e^{-a}$ とは

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{\frac{y}{f}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt \quad を \quad \left(1-\frac{y}{c}\right)^{\frac{1}{2}}$$

で置換えたものである。

11、円内有界正則函数の極限の存在について

所員　慰返　正

次の定理を辻先生が証明された

定理、$f(z)$を$|z|<1$で有界正則な函数とすれば$|z|=1$上の almost everywhere でその点で適当に円に切する曲線でかこまれた領域から、その点にzが近づくとき $\lim f(z)$が

存在する

この定理の曲線は積分論の Lebesgue の定理を用ひて定義するのではつきりしない、そこで條件を强くして次の定理を證明します。

定理 $f(z)=\sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu$ を $|z|<1$ で有界正則とし更に

$\sum_{\nu=n}^{\infty} \nu|a_\nu|^2 = O\left(\frac{1}{\log n}\right)$ とすれば $|z|=1$ 上の almost every where でその点と中心とを直徑とする円に沿うてその点に近づくとき $\lim_{z\to e^{i\varphi}} f(z) \left(=\lim_{r\to 1} f(z)\right)$ が存在する。

證明 $f(z)$ が有界故 Fatou の定理から almost all φ に対して $\lim_{r\to 1} f(re^{i\varphi})$ が存在する。更に $\sum_{\nu=0}^{\infty} \nu|a_\nu|^2$ が收斂するから 等角寫像論の Fejer の定理の證明そのまゝを用ひて $\sum a_\nu e^{\nu i\varphi}$ が almost all φ に対して收斂することがわかる。[1]

今 $\sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu$ が收斂すると假定する $(\varphi=0)$ 更にその和が 0 としても一般性をうしなはぬ。

$$S_n = a_0 + \cdots + a_n$$

とおけば
$$\lim_{n\to\infty} S_n = 0$$

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu - \sum_{\nu=0}^{n} a_\nu = \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu (z^\nu - 1) + \sum_{\nu=n+1}^{\infty} a_\nu z^\nu$$
$$= I_1 + I_2$$

---

1) M. Tsuji : On Fatou's Theorem on Poisson integral Japanese journal of Mathematics, Vol XV 1938
黒河正 : Fatou の定理について
　講究錄 第二巻第三号

とおくと

又 $\frac{1}{n}\sum_{\nu=0}^{n-1}|S_\nu| = \varepsilon_n$

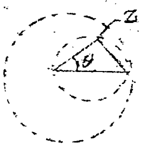
とおけば $\lim_{n\to\infty}\varepsilon_n = 0$ である

Abelの変換を用ひて

$$|I_1| = \left|(1-z)\sum_{\nu=0}^{n-1} S_\nu z^\nu + (z^n-1)S_n\right|$$

$$\leqq |1-z|\sum_{\nu=0}^{n-1}|S_\nu| + 2|S_n| = |1-z|\times n\varepsilon_n + 2|S_n|$$

今 $z = re^{i\theta}$ とおけば $r=\cos\theta$ である故 $|1-z| = |\sin\theta| = O(\theta)$ $(\theta\to 0)$ 従って



$$|I| \leqq O(\theta)\times n\cdot\varepsilon_n + 2|S_n|$$

今 $n=\left[\frac{1}{\theta}\right]$ とおけば

$$|I_1| \leqq O(\varepsilon_n)+2|S_n| \quad \therefore \lim_{\theta\to 0}|I_1|=0$$

一方 $|I_2| \leqq \sum_{\nu=n+1}^{\infty}|a_\nu| r^\nu \leqq \sqrt{\sum_{\nu=n+1}\nu|a_\nu|^2 \sum_{\nu=n+1}^{\infty}\frac{r^{2\nu}}{\nu}}$

$$\leqq \sqrt{o\left(\frac{1}{\log n}\right)\log\frac{1}{1-r}}$$

$$1-r = 1-\cos\theta = O(\theta^2) \quad (\theta\to 0)$$

$$|I_2| \leqq o(1) \quad \therefore \lim_{\theta\to 0}|I_2| = 0$$

$$\lim_{\substack{r=\cos\theta \\ \theta\to 0}} \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu r^\nu e^{\nu i\theta} = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu$$

1) 小松勇作　等角写像論 P.353－P.354