標本検査の一方式

(昭和二十一年十月二十六日受付)

東京繊維専門学校

成田　祐

製品のある特性が数量的に表示出来るとき、ある任意の仕切の各個体の特性の分布の Parameters を標本から推定してその値がある範囲にある場合には合格、他の場合には不合格とするといふ型の問題は日常屢々遭遇するし又理論的にも実際的にも多くの研究がなされてゐる。

多くの場合特性の分布は normal 型であるとみなされるが標本検査として次の三つの立場が考へられる。

① 母分散のみを検査の対象とする。

② 母平均のみを対象とする。

③ 母平均母分散を同時に推定する。

統計論の立場から云へば③が厳密で入検定法その他が既に得られてゐる。然し現場に應用する場合にはそ等は複雑すぎる缺点があり、製品の種類検査の目的に依つては①又は②の立場に依る検査の方が望ましい場合がある。

この小文では①の立場から単一、複合、重複検査方式を取扱ふ。但し直観的な結果である。根本の思想は先づ Dodge にならつて

仕切における裕度分散 σ_M^2 (maximum allowable variance)

仕切における標準分散 $\bar{\sigma}^2$ (Process average variance in a lot)

を先ず考へて、実際に仕切の分散が σ_M^2 以上であるにも拘らずこれを合格とする確率を ε、実際に仕切の分散が $\bar{\sigma}^2$ 以下であるにも拘らずこれを不合格とする確率を α とする。σ_M^2, ε は消費者側の要求から $\bar{\sigma}^2$, α, は生産者の立場から大略定つてゐるものとする。

(A) 単一検査方式 (Simple Sampling Inspection)

次の條件から成り立つ。

1. 標本を仕切から一回任意抽出して合格不合格を定める。
2. ε をある数におさへる。
3. α をある数におさへる。

χ^2 ―分布の簡単な應用から

$$\sigma_M^2 \chi_{n-1}^2 (1-\varepsilon) = \bar{\sigma}^2 \chi_{n-1}^2 (\alpha) = S_0$$

とするとこの式から標本個数 n が得られ、又標本平方和が S_0 未満ならば合格他は不合格とすれば上の三つの條件を満足する。

(B) 複合検査方式 (Compound Sampling Inspection)

之は假名である。

この検査の條件としては

1. 標本を同一の仕切から二回任意抽出して合格不合格を定める。
2. ε をある数におさへる。
3. α をある数におさへる。
4. 品質管理が不充分であるとみなされる仕切を危険率 β で不合格とする。

標本個数を夫々 n_1, n_2 標本平方和を夫々 S_1, S_2 とする合格範囲は次の二つの式から求まる。

$$S_0 = \sigma_M^2 \chi^2_{n_1+n_2-2} (1-\varepsilon) = \bar{\sigma}^2 \chi^2_{n_1+n_2-2} (\alpha)$$

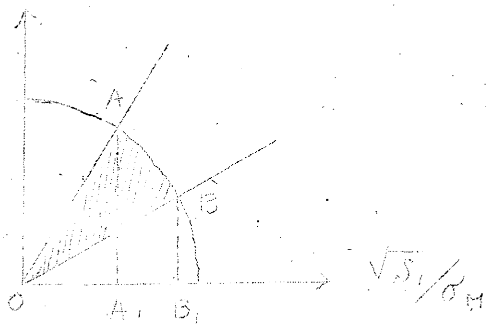
S_1 は S_2 が S_0 未満で且つ

$$\frac{S_1(n_2-1)}{S_2(n_1-1)} < F^{n_1-1}_{n_2-1} \quad (\beta)$$

又は

$$\frac{S_2(n_1-1)}{S_1(n_2-1)} < F^{n_2-1}_{n_1-1} \quad (\beta)$$

なる條件を滿足する仕切を合格とすれば好い。この領域は第一図の如くなる。



(オ一図)

縦軸、横軸を夫々 $\sqrt{S_2}/\sigma_M$, $\sqrt{S_1}/\sigma_M$ に選べば、合格領域は扇形AOBとなる。即ち $(\sqrt{S_1}/\sigma_M, \sqrt{S_2}/\sigma_M)$ がこの範囲に落ちれば合格とし他は不合格とする。この場合はオ一次検査と第二次検査と第三次検査の知識を同時に使ふわけである。

(C) 重線検査方式 (Double Sampling Inspection)
(その Ⅰ)

品質管理が良好に行はれてゐることが豫め判つてゐるとき (生産者側から管理図を提示するといつたやうなとき)

$(\sqrt{S_1}/\sigma_M, \sqrt{S_2}/\sigma_M)$ なる標本点の多数(約95%。)

が半直線 oA oB にはさまれた領域に落ちると期待できるから $\sqrt{S_1}/\sigma_M$ が A_1 未満ならば無条件合格(第二次検査をすることなく) B_1 以上ならば無条件合格 他の場合に二次検査を施行し $\left(\sqrt{S_1}/\sigma_M,\ \sqrt{S_2}/\sigma_M\right)$ が第一図の扇形の内部に落ちたときは合格他は不合格とする。之で(B)の場合の2、3、4、の條件を満足すると考へた。然し理論的に曖昧な点を、小川、坂本両所員から御注意を受けた。それで次の検査方式を考へた。

(D) 重復検査方式(その2) 母分散 σ^2 が与へられれば S_1/σ^2 S_2/σ^2 が夫々独立に χ^2 分布をすることから Bivariate χ^2-square distribution を考へた。

即ち

$$F(\xi,\eta)=P_2\left(\chi_1^2\leqq\xi,\ \chi_2^2\leqq\eta\right)$$

$$=\int_0^{\xi}\int_0^{\eta}f_{n_1-1}(\chi_1^2)\,f_{n_2-1}(\chi_2^2)\,d(\chi_1^2)\,d(\chi_2^2)$$

勿論 $F(+\infty\ +\infty)\equiv 1$

又 $F(0,\ 0)\equiv 0$ である。

σ_M^2 が与へられて、標本個数 n_1 n_2 を定めると、この分布は定まってくる。$F(\xi,\eta)=\varepsilon$ なる点の軌跡Rは第2図の如くなると思はれる。この漸近線は夫々

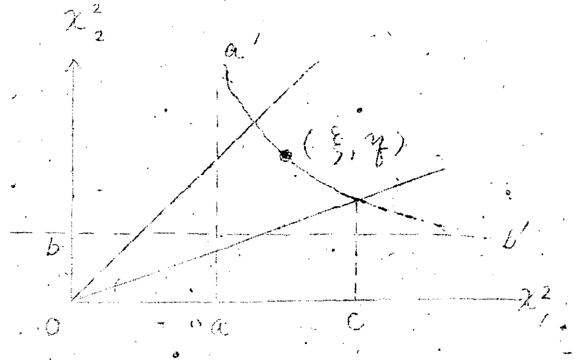
$$F(a,+\infty)=\int_0^{a}\int_{0}^{+\infty}dF=\varepsilon$$

$$F_0(+\infty, b) = \int_0^{+\infty}\int_0^{b} dF = \varepsilon$$

に依つて考へられる。

但し $\chi_1^2 = S_1/\sigma_M^2$

$\chi_2^2 = S_2/\sigma_M^2$



第２図

実際には数値計算に依つて点を plot してゆけばよ(註) BC と同様に品質管理良好なる範囲を OA OB' 両半直線で定める。

第一次検査で S_1/σ_M^2 が a 未満であるときは無条件合格 c 以上であるときは無条件不合格、他は二次検査を施行する。第二次検査で斜線の範囲内に落ちるものを合格、他を不合格とする。(B)の２, ４, の条件を満足する。

一方生産者の立場を支持するならば

$$\varphi(\xi, \eta) = Pr(\chi_1^2 \geqq \xi, \chi_2^2 \geqq \eta)$$
$$= \int_{\xi}^{+\infty}\int_{\eta}^{+\infty} f_{n_1-1}(\chi_1^2)\, f_{n_2-1}\, d(\chi_1^2)\, d(\chi_2^2)$$

とすると、

$\varphi(\xi, \eta) = \alpha$ なる点の軌跡 R' が R と同様に求められる。R' の漸近線は

(385)

$$\varphi(d, +\infty) = \int_a^{+\infty}\int_0^{+\infty} dF = \alpha$$

$$\varphi(+\infty, e) = \int_0^{+\infty}\int_e^{+\infty} dF = \alpha$$

に依って得られる。尚 $\chi_1^2 = S_1/\sigma^2$　$\chi_2^2 = S_2/\sigma^2$ である。標本個数を適当に増減することに依って R' と R とを成可く近づけることが出来ると考へる。

尚数学上多くの問題が残されてゐると思ふがこの思想は Bivariate t-distribution を考へることに依って②の場合の Double Sampling inspection を考へることが出来るし、又 Bivariate Poisson distribution を考へることに依って Dodge とは異った領域が考へられると思ふ。御批判、御指導を願いて数学的に一層厳密で而も実際に適用され易い検査方式の出来るのを切望してゐる。

終りに増山、小川、坂本、各所員の方々から種々と御懇切な御指導を頂いたことを心から感謝する次第である。

尚この方式を生糸の製品検査に適用し度いと考へて居る。（註）χ_1^2、χ_2^2 は互に独立に分布するから別々に確率を計算して掛ければよい。