各部分級の度数が比例的でない場合の差の検定

兼所員　増山元三郎

甲, 乙二工場の製品の寿命が毎月夫々 M_i, N_i 個づつ抜取られて検定をされてゐる時, 両工場の製品の寿命の差が有意か否かを調べる問題を考へよう。i は月番号を表し, i についての和を1から k まで取る時之を Σ で表す。同じ月の中で夫々 M_i N_i 個抜いた時, この製品番号は α, β で表す。即ち α は1から M_i 迄, β は1から N_i 迄動く。α, β に関する和は S で表さう。第 i 月の甲, 乙二工場の, 夫々 α, β 番目の製品の寿命を夫々 $x_{i\alpha}$, $y_{i\beta}$ で表さう。

$$\bar{x}_{i\cdot} \equiv S x_{i\alpha}/M_i \qquad \bar{y}_{i\cdot} \equiv S y_{i\beta}/N_i$$

と置く。帰無仮説として"之等が同一の正規母集團の無作為標本である"を採ると, 母分散 σ^2 の不偏推定量は

$$u^2 = \Sigma\{S(x_{i\alpha}-\bar{x}_{i\cdot})^2 + S(y_{i\beta}-\bar{y}_{i\cdot})^2\}/\{\Sigma(M_i+N_i)-2k\}.$$

次に $(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{y}_{i\cdot})$ は正規分布をなし, 母平均は零, 母分散は $(\sigma^2/M_i+\sigma^2/N_i)$ であるから

$$\Delta_i = (\bar{x}_{i\cdot}-\bar{y}_{i\cdot})\sqrt{M_iN_i/(M_i+N_i)}$$

も亦正規分布をなし, 母平均は零, 母分散は σ^2 となる。従って問題とする差の検定は

$$\bar{\Delta} \equiv \Sigma \Delta_i/k$$

とおけば

$$t \equiv \bar{\Delta}/(u/\sqrt{k}), \qquad DF \equiv \Sigma(M_i+N_i)-2k$$

とおいて, t 分布表に依ればよい訳である。

M_i/N_i が i に依らない場合は, 比例的な場合としてよく

知られてゐるが、依る場合の一般的取扱ひ方は知られてゐないので、茲に取上げた。石田保士氏と討論した際得た解である。この方法でσ^2の推定には各ヶ月の總ての月の値を用ゐる必要はない。從ってある月はx yの個々の値が分らず箇数と平均とだけが分ってゐる時でもよい。勿論夫に應じて自由度は減るけれども。