198

195

比色に依る溶血曲線の近似推定法

増山元三郎

補体の濃度Kの対数をXとした場合の溶血率 P，食塩の濃度Kの対数をXとした場合の溶血率Pは何れも

(1) $P=\int_{-\infty}^{Y} Z\,dY, \qquad Z=f(\alpha+\beta X)$

型の方程式を満足してゐることを前に報告した。勿論 P は單調非減少函数で $P(+\infty)=1$ である。

この式から，α 及 β の二母数を以て，補体や赤血球の特性を表しうることが分るが，実際問題としてPを推定する場合に問題がある。夫は実測に依つて得られるのは

(2) $H=MP$ 　　Mは常数

である様なHであり，而も正確なHでなく大凡の値に過ぎないからである。具体的に云へば，溶血率を測るには100％（0％以外の何％でもよい）溶けた溶液と比色するか，溶けない赤血球数を数へるか何れかに依るのであるが，前者では基準液と被験液とで全く同数の赤血球を含むと云ふ保證は與へられないし，又仮りに與へられたとしても，比色する場合の誤差があり，後者で

は溶液中の残存赤血球の全数を残らず数へることは実際問題として不可能である。従ってHに相当する実測値yはHを母平均とする変量と考へるべきであり，実際問題としてはα，βのみならずMをも推定する必要があるのである。

この形式にして見ると，尚ほ他にも同じ型の問題が沢山ある。例へば三價鉄剤を貧血患者に投與した場合のザーリHの実測値yは

$$(3) \qquad H = M\left(1 - e^{-Gx}\right)$$

母平均として或る分布をしてゐるが，[2] 之は上式で$\alpha = 0$，$\beta = G$，$Z = e^{-Y}$と置いたものに他ならない。この式でxは投與後の日数，Gは増加の速さ，Mは血色素量の達しうる上限を示してゐる。（3）式はxを時間とした場合，赤血球沈降速度，創傷面積等にも適用できる。

茲ではyがHを母平均とし，母分散σ^2の正規分布をなし，σ^2はxに依らないとして，M，α，βの最尤解を近似的に求めて見よう。

σ^2がxに依らないと云ふ仮定は此色の場合は大体満足されてゐ

2）増山未発表　$dH \propto (M-H)dx$より実測とよく一致す．

ることを実験で確め得たからである。方針は 古屋茂氏の綜説（統計数理研究 1，昭17，131頁）中の一定理を三変量に擴張して使ふだけである。従って解は或る確率で收斂するに過ぎない。M，α，β の或る一致推定量を，夫々 m，a，b とすれば，

$$(4) \qquad \Delta m = M - m, \quad \Delta a = \alpha - a, \quad \Delta b = \beta - b,$$

の満す第一近似式は，σ^2 には依らず次の形になる。

$$(5) \qquad \begin{array}{cccc}
\Delta m & \Delta a & \Delta b & 1 \\
-\Sigma p^2 & \Sigma(yz - 2Mzp) & \Sigma(yzx - 2Mzpx) & \Sigma(y - Mp)p \\
 & \Sigma(yMz' - M^2z^2 - M^2z'p) & \Sigma(yMz'x - M^2z^2x - M^2z'px) & \Sigma(y - Mp)pz \\
 & & \Sigma(yMz'x^2 - M^2z^2x^2 - M^2z'px^2) & \Sigma(y - Mp)pzx
\end{array}$$

Δm，Δa，Δb に関する聯立一次方程式の未知数の係数は対称なので半分は省略した。茲に $z' = dz/dy$.

Δm，Δa，Δb の値が充分小さいなら

$$(6) \qquad \begin{array}{cccc}
\Delta m & \Delta a & \Delta b & 1 \\
\Sigma p^2 & \Sigma Mzp & \Sigma Mzpx & \Sigma(y - Mp)p
\end{array}$$

$$\Sigma M^2 Z^2 \qquad \Sigma M^2 Z^2 x \qquad \Sigma (y-Mp)pZ$$
$$\Sigma M^2 Z^2 x^2 \qquad \Sigma (y-Mp)pZx$$

と置ける。之は

$$p\Delta m + MZ\Delta a + MZx\Delta b + (y-Mp) = 0$$

の両辺へ順に p, MZ, MZx を掛けて加へたものに等しい。

実際には目の子でMを推定し之をM_1とし，[3)]

$y/M_1 = P_1$ とし，

$$P_1 = \int_{-\infty}^{Y_1} Z\,dY$$

なるY_1を求めると，M_1の推定がよければ，Y_1とx間に一次式が成立する筈であるから，xに対するY_1の回帰式

$$Y_2 = a_1 + b_1 x$$

を求め，xとa_1，b_1とからY_2を計算し，次に

$$Z_2 = f(Y_2)\,, \qquad P_2 = \int_{-\infty}^{Y_2} Z\,dY$$

を求め，之等のP_2，y，M_1，Z^2，xから，上の联立方程式に依り，解 Δm，Δa，Δb，を求め，

---

3) 若し不安なら，(5)式でΔm，Δa，Δbを總て零と置いて得られる $M = \Sigma yP/\Sigma p^2$ を用ゐて，どの程度確かなものか調べてみればよい。

202

199

$$M_2 = M_1 + \Delta m_1, \quad a_2 = a_1 + \Delta a_1, \quad b_2 = b_1 + \Delta b_1$$

と修正し，更に必要ならば

$$Y_3 = a_2 + b_2 x$$

から出発して

$$Z_3 = f(Y_3), \quad P_3 = \int_{-\infty}^{Y_3} Z\,dY$$

を求め，再び上と同じ形式の聯立方程式を解いて，Δm_2，Δa_2，Δb_2 を求めればよい。

この近似法は大標本論的なものであるから，精密なものに改めたい。その機緣ともなれば幸ひである。