抽取リ検査ニ就テノ二、三ノ考察

佐藤良一郎

（昭和十九年七月十日受附）

1、考察ノ対象

一定規格デ生産サレタ製品ガ2,000個トカ3,000個トイッタヤウニ一定個数ヅツ仕切ラレテ検査場ニ送ラレ、検査場デハソノ一ツ一ツノ仕切カラ50個トカ100個トカ、之モ亦一定個数ノ試料ヲ一回又ハ数回抽取ッテ、ソノ試料中ニ於ケル不適格品、即チ不良品ノ個数ヲ検ベ、コノ個数ノ如何ニ依ッテソノ試料ヲ抽取ッタ仕切ノ合格、不合格ヲ決定シテヰル工場トカ役所ノヤウナトコロヲ想定スル。約言スレバ、抽取リ検査ヲ行ッテソノ結果ニヨリ製品ノ一ツ一ツノ仕切ノ合格 不合格ヲ判定スル場所ヲ想定スル。サウスルト之ニ関聯シテ色々ノ問題ガ浮ビ上ッテ来ルガ、中デモ合格圏ヲ定メル問題、即チ検査ヲ受ケル仕切カラ抽取ッタ試料中ニ現ハレル不良品ノ個数ガドノヤウニアッタラソノ仕切ヲ合格サセルカトイフコトヲ定メル問題ガ一ツノ根本的ナ問

題デアルデアラウ。ソレデコノ問題ニツキ二、三ノ考察ヲ進メテ見ヤウト思フ。

2. 合格圏ヲ定メル立場

検査ノ目的ハ 不良品ヲ多数ニ含ム仕切ヲ阻ケ、不良品ガ全然無イカ、或ハ有ツテモ成ルタケ少イ仕切ヲ合格通過サセルニアルカラ、試料トシテ抽取シタ50個ナラ50個ノ中カラ不良品ガ例ヘバ2個以上出タラ合格サセナイデ他ノ場合ハ合格サセルトイツタヤウニ 試料中ニ含マレル不良品ノ歩合ノ小サナ方ヲ通シテ大キナ方ハ通サナイヤウニスレバソレデ合格圏ハ定ツテシマフノデ、別ニ問題ニハナラナイトイフヤウニ一応ハ思ハレルノデアルガ 試料トシテ抽出シタ50個ナラ50個ノ品ヲ、例ヘバ二群ニ分ケテ、各群ニ於ケル不良品ノ個数ヲ検ベ、ソノ個数ノ或ル組合セハ合格圏ニ属スルトシ、他ハスベテ合格圏ニ属シナイトイフヤウニ、二群ニ於ケル不良品ノ個数ノ組合セデ、合格、不合格ヲ判定シタラドウイフコトニナルカトカ、或ハ又前後二回、50個ナラ50個ヅツ抽取シタ試料ノ中ニ不良品ガドノヤウニ含マレテヰタナラバ合格サセ、ドノヤウニ含マレテヰタラ不合格ニスルカトイフヤウナコトヲ考

ヘテ来ルト、事ハソレホド簡單デハナイ。ノミナラズ、不良品ヲ含ム歩合即チ不良率ノ0ニ近イ仕切ヲ通シテ他ハ斥ケルトイフ検査ノ目的自体モコレヲ数学的ニ明確ニ述ベヤウトスルト見掛ホドニハ單純デナイコトガワカル。

ソシテ筆者ノ考ヘルトコロデハ、合格圏ヲドノヤウニ定メルカトイフ問題ヲ解決スルニハ、先ヅ検査ノ目的トイフモノニツイテ数学的ニ明確ナ定義ヲ与ヘナケレバナラナイト思フノデ、最初ニコレヲ取上ゲテソノ要点ヲ論ズルコトニスル。検査ノ目的ニ対シテ数学的ナ定義ヲ与ヘルコトハ、合格圏ヲ定メル立場ヲ明ニスルコトデアルトイツテモヨイカラ、次ニ論ジヤウトスルコトハ合格圏ヲ定メル立場ニツイテデアルトイツテモヨイ。

僴ニモ述ベタヤウニ、抽取リ検査ノ目的トスルトコロハ、仕切ノ中ニ於ケル不良品ノ歩合即チ不良率ノ0又ハ0ニ近イモノダケヲ採択シテ、他ハスベテ斥ケルニアルガ、仕切ノ不良率トイフモノハ未知デ既知ナノハ唯試料ニ於ケル不良率ダケデアル。故ニ既知ナル試料ノ不良率ニ基イテ仕切ノ合否ヲ決定シナケレバナラナイ。従ツテ或ル不良率以下ノ仕切ハ合格サセ、他ハスベテ不合格ニシヤウト欲シテモ不可能デアル。可能ナノハ、試料ニ於ケル不良率ガド

ノヤウナ場合ニ仕切ヲ合格サセ　ドノヤウナ場合ニ不合格ニスルカトイフコトヲ定メルコト、即チ試料ニ於ケル不良率ノ如何ニ依ッテ合否ヲ決定スルコトダケデアル。サテコノ決定ヲスルノニ色々ノ方式が考ヘラレルノデアルが、大別シテ三ツノモノが考ヘラレル。換言スレバ合格圏（試料ニ於ケル不良率デ定義セネバナラナイ。仕切ノ不良率デ定義シテモ実効がナイ）ヲ定メルノニ、三ツノ立場がアルヤウニ思ハレル。

第一ハ検査ヲ受ケル一ツ一ツノ仕切ニ関心ノ中心ヲオイテ合格圏ヲ定メルトイフ立場デアッテ、期スルトコロハ、ソレニヨッテ定メラレタ合格圏ヲ用ヒテ合格不合格ヲ定メルナラバ、或ル不良率ノ仕切、例ヘバ、不良率5%ノ仕切が合格セシメラレル確率ハ98%デ、不良率20%ノ仕切が合格セシメラレル確率ハ10%デアルトイッタヤウニ、検査ヲ受ケル仕切ノ不良率ニ応ジテソレが合格セシメラレル確率が予メ定メラレタ値ヲ有スルヤウニ合格圏ヲ定メルノデアル。即チ或不良率ヲモッタ仕切ヲ合格サセル（或ハ不合格ニスル）確率ニ目標ヲ置イテ合格圏ヲ定メルトイフノが第一ノ立場デアル。

コノ立場ハ真実、不良率ノ低イ仕切ヲ誤ッテ不合格ニスルコトハアッテモ、サウイフコトハ少クシタ

イ。或ハ眞実不良率ノ高イ仕切ヲ合格サセルコトハアッテモ　サウイフコトハ出来ルダケ少クシタイトイッタヤウナ場合ニ採ラレル。

第二ハ、試料ニ於ケル不良率ニ基イテ仕切ニ於ケル不良率ヲ推定シ、ソノ推定サレル不良率ノ値ガコレコレノ範囲ニアルカラ合格サセル（或ハ不合格ニスル）トイッタヤウナ方式デ合格圏ヲ定メルノデアッテ　コノ立場デハ　或ル不良率ノ仕切ガドレホドノ確率デ合格セシメラレル（或ハ不合格ニナル）トイフコトハ問ハナイ。関心ノ中心ハ、眞実ノ不良率ガ合格セシメラルベキ範囲ニアル仕切ヲ不合格ト判定シ、眞実ノ不良率ガ不合格ニサルベキ範囲ニアル仕切ヲ合格ト判定スル。ソノ判定ノ誤リヲ犯ス確率或ハ眞ニ不良率ガ合格セシメラルベキ範囲ニアル仕切ヲ合格ト判定シ、眞ニ不良率ガ不合格ニサルベキ範囲ニアル仕切ヲ不合格ト判定スル確率ニ置クノデアッテ　或ル不良率ノ仕切ガドレダケノ確率デ合格セシメラレルカトイフコトハ問ハナイノデアル。合格ト判定シ、不合格ト判定スルソノ判断ノ的中確率トイフコトニ目標ヲ置イテ合格圏ヲ定メルノガ第二ノ立場デアル。

第三ノ立場トシテ考ヘラレルノハ、既ニ検査ノ結果合格セシメラレタ仕切ノ中ニ　或ル不良率ノ仕切

ガ如何ナル割合デ含マレテキルカ、換言スレバ既ニ合格セシメラレタ仕切ガ或ル不良率ヲ有スル確率トイフコトニ関心ノ中心ヲ置ク立場デアツテ、例ヘバ定メラレタ合格圏ヲ用ヒテ仕切ノ合否ヲ定メルナラバ、既ニ合格セシメラレタ仕切ノ中カラ、或不良率ノ仕切ノ現レル確率ガ豫メ指定サレテアル値α＝等シイトカα以下（或ハ以上）デアルトイフヤウニ合格圏ヲ設ケヤウトスルノガ第三ノ立場デアル。

第三ノ立場デハ、既ニ合格セシメラレタ仕切ガ或不良率ヲ有スル確率ト云フコトヲ関心ノ目標トスルガ、コノヤウナ立場ハ既ニ合格セシメラレタ仕切ニ対スル信頼度トイフコトヲ問題ニスルトキニハ当然採用サルベキトコロノ立場デアル。

要スルニ合格圏ヲ定メルノニ

(1) 或ル不良率ヲモツタ仕切ガドノヤウナ確率デ合格セシメラレルカトイフヤウニ、検査ヲ受ケル仕切ノ方ニ関心ノ中心ヲ置イテ合格圏ヲ定メル立場

(2) 合格ト判定シ、不合格ト判断スルソノ判断ノ的中スル（或ハ的中シナイ）確率如何トイフヤウニ判定ノ信頼度ニ関心ノ中心ヲ置イテ合格圏ヲ定メル立場

(3) 既ニ合格セシメラレタ仕切ノ中カラ或不良率ノ仕切ノ現レル確率如何トイフヤウニ、既ニ合格セ

シメラレタル仕切ニ対スル信頼度ニ関心ノ中心ヲ置イテ合格圏ヲ定メル立場

トイフ三ツノ立場ガ区別サレ、夫々或ル実用上ノ要求ニ対応スルコトガ認メラレル。即チ

(1) ノ立場ハ、不良率ノ低イ仕切ヲ誤ツテ不合格ニスル危険、又ハ不良率ノ高イ仕切ヲ誤ツテ合格サセル危険ヲ出来ルダケ小サク制シヤウトイフ場合ナドニ、

(2) ノ立場ハ検査者ガ各仕切ノ合否ノ判定ヲ誤ルコトガアツテモ、ソノ過失ヲ犯ス危険ヲ或ル一定ノ程度ニ止メヤウトスル場合ニ、

(3) ノ立場ハ、不良率ガ或ル程度ヲ超エタ仕切ガ合格品ノ中ニ殆ド入ツテ来ナイヤウニトカ、或ハ不良率ガ或程度以下ノ仕切ガ或ル程度以上、例ヘバ90%以上入ツテ来ルヤウニシヤウトイツタヤウナ場合ニ、

採用サレル。

3. 第三ノ立場ニヨル合格圏ノ定メ方ニツイテ

前述ノヤウナ三ツノ立場ノ各ニ於テ、更ニ色々ノ立場ガ考ヘラレ、従ツテ各ノ立場ニ対応シテ互ニ異ル多様ノ合格圏ガアリ得ルノデアルガ、今ソレラニ

ツイテ議論スルコトハ避ケテ他ノ機会ニ譲ルコトヽシ、第三ノ立場ニヨル合格圏ノ定メ方ニツイテ述ベルコトヽスル。

事柄ヲ明ニスル便宜上、試料ハ各仕切ニツキ唯一組ダケ抽取ルモノト仮定シ且次ノヤウナ一ツノ模型ヲ想定スルコトヽスル。

(イ) 各仕切ノ大サハ Nデ、Nハ 5.000 トカ 1.000 トイツタヤウニ相当ニ大キイ.

(ロ) 各仕切ニ於ケル不良率（θトシヤウ）ハ非常ニ小サイ.

(ハ) 各仕切カラ抽取ル試料ノ大サ n ハ 100個程度トカ 200 個程度トイツタヤウニ凡ソノ程度ガ定ツテキルダケデアルガ、n個ノ品ガ確率論ノ意味デ互ニ独立ト看做サレル程度ノモノデアル。（コノ仮定ハ、次ニ述ベル μ ナルモノヲ連続変数ト看做サウトスフ下心ニ外ナラナイ）

(ニ) $n\theta \equiv \mu$ ハ 0ト1トノ間ニアル値ダケヲ取リ且ツ連続変数ト看做サレテ、ソノ確率法則 $P(\mu)$ ハ次ノ式デ与ヘラレル）*

---

* コノ仮定ニハ何等根拠ハナイ。単ニ説明ノタメニトツタノデアル。

$$P(\mu) = A(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}, \quad 0<\mu\leq \quad \text{ニ対シテ}$$
$$= 0 \qquad\qquad \mu\text{, ソノ他ノ値ニ対シテ}$$

A ハ $\int_0^1 P(\mu)\,d\mu = 1$ トナルヤウニ定メラルベキ定数デ、σ ハ正ノ定数デアル。

上述ノ模型ニ於テハ n 個ノ中カラ x 個（コノ x モ実際問題デハ n ニ比シテ可ナリ小デアルノヲ普通トスル）ノ不良品ノ出ル確率ハぽあそんノ法則即チ

$$\frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

デ表ハサレルモノト考ヘテヨイカラ　今 $x \leq x_1$ ナルトキハ仕切ハ合格セシメラレ $x > x_1$ ナルトキハ仕切ハ不合格ニサレルモノトスルナラバ、合格セシメラレタ仕切ノ中カラソノ μ ノ値ガ或ル値 μ' 以下デアルヤウナ仕切ノ現レル確率（之ヲ $P\{\mu\leq\mu'\}$ デ表ハサウ）ハ次ノヤウニ表セルデアラウ。

$$P\{\mu \leq \mu'\} = \sum_{x\leq x_1}\int^{\mu'} \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}\,d\mu$$
$$\div \sum_{x\leq x_1}\int_0^1 \frac{\mu^{x}e^{-\mu}}{x!}(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}\,d\mu$$

ソコデ若シ確率 $P\{\mu\leqq\mu'\}$ ノ値ヲ例ヘバ予メ指定サレタ値 α ヨリ小ナラシメマイト欲スルナラバ

$$\sum_{x\leqq x_1}\int_0^{\mu'}\frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}d\mu\Big/\sum_{x\leqq x_1}\int_0^{1}\frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}d\mu \geqq \alpha \qquad (3)$$

ガ成立ツヤウニ x_1 ノ値ヲ定メレバヨイ。コノヤウニシテ得タ x_1 ノ値ヲ以テ定義サレタ x ノ区域 $x\leqq x_1$ ヲ合格圏トスルナラバ合格サセラレタ仕切ノ中カラ μ ノ値ガ μ' 以下デアルヤウナ仕切ノ出ル確率ハ α 以上デアル。コノヤウナ仕方デ合格圏ヲ定メヤウトスルノガ第三ノ立場ニヨル合格圏ノ定メ方デアル。

説明ノタメ数値ノ例ヲ次ニ示サウ。

$n\theta\equiv\mu$ ガ(1)ニ示スヤウナ確率法則ニ従フモノトスルト(コノ仮設ハ前ニ注意シタ通リ単ニ想定サレタモノデアッテ何等ノ基礎ヲモ有シナイ。唯ダ μ ガ0ト1トノ間ノ値ヲ取ッテソレ以外ノ値ヲ全然取ラナイトイフ仮設カラ便宜仮想シタモノデアル) μ ノ数学的期待即チ平均(コレヲ $\tilde{\mu}$ デ表ハサウ)ハ次ノやうニ書ケル.

$$\tilde{\mu}=\int_0^1 \mu(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}d\mu \Big/ \int_0^1 (1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}d\mu \qquad (3)$$

今 仮ニ $\tilde{\mu}=0.01$ デアルトイフコトガ何等カノ根據デ分ッテヰルトシヤウ。即チ検査場ニ持ッテ来ル各仕切カラ100個程度ノ試料ヲ抽取シタトキ平均シテ1個程度ノ不良品ガ出ルトイフコトガ何等カノ根據デ判ッテヰルトシヤウ サウスルトコノトキノ σ ノ値ハヤハリ 0.01 ト看做シテモ差支ナイトイフコトガ計算サレルカラ 若シ μ' ノ値ヲ例ヘバ 0.02、α ノ値ヲ例ヘバ 0.85 ニ定メルナラバ

$$\sum_{x\leq x_1}\int_0^{0.02}\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}}d\mu \Big/ \sum_{x\leq x_1}\int_0^1\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}(1-\mu)e^{-\frac{\mu}{\sigma}} \geq 0.85 \qquad (4)$$

ガ成立ツヤウニ x_1 ノ値ヲ定メレバヨイ。トコロデ実際ニコノヤウナ x_1 ノ値ヲ求メテミルト、x_1 ノ値ハ何デアッテモヨイトイフコトガワカル（第1表参照）コレハイフマデモナク μ ガ(1)デ示サレルヤウナ確率法則ニ従ヒ且ツ $\tilde{\mu}=0.01$ ナルコトガワカッテヰルトキハ抽取リ検査ヲ行ハナクトモソノマヽ合格サセレバ要求ガ充サレルトイフコトヲ示スニ

外ナラナイ。

上ノ場合若シ $\alpha=0.90$ ナラシメヤウトスルナラバ x_1 ノ値ハドウナルカ。実際ニ計算シテミルトコノヤウナ値ハ存在シナイ(第一表参照)。コノヤウナ訳デアルカラ、註文通リノ合格圏ガ常ニ定マルトハ限ラナイ。

参考ノタメニ $\sigma=0.01$ ナルトキニ於ケル積分

$$\frac{A}{x!}\int_0^{\mu}\mu^x(1-\mu)e^{-(1+\frac{1}{\sigma})\mu}d\mu$$

ノ値ハ次表ノヤウニナル。

第一表

$\mu \backslash x$	0	1	2	3
0.01	0.63376	0.00264	0.00001	–
0.02	0.86150	0.00587	0.00003	–
0.03	0.94380	0.00786	0.00006	–
0.04	0.97348	0.00887	0.00008	–
0.05	0.98417	0.00934	0.00009	–
0.06	0.98803	0.00955	0.00009	–
0.07	0.98942	0.00964	0.00009	–
0.08	0.98992	0.00968	0.00010	–
0.09	0.99010	0.00969	0.00010	–
0.10	0.99016	0.00970	0.00010	–
1.00	0.99020	0.00970	0.00010	–

$(\sigma=0.01)$

又 $\sigma=0.05$ トシテ積分(4′)ノ値ヲ計算シテミルト次ノヤウニナル。コノトキニハ $A=21.05263$ デアル。

$\mu \backslash x$	0	1	2	3	4
0.01	0.18897	0.00091			
02	34061	316	0.0002		
03	46228	618	6		
04	55990	958	12		
05	63820	1308	20		
06	70102	1653	29		
07	75138	1979	40	0.00001	
08	79178	2281	51	1	
09	82416	2556	63	1	
10	85013	2802	74	2	
11	87095	3021	86	2	
12	88763	3212	97	2	
13	90100	3379	107	3	
14	91171	3524	117	3	
15	92030	3648	126	4	
16	92717	3754	134	4	
17	93269	3845	142	5	
18	93710	3922	148	5	
19	94064	3988	154	5	
20	94345	4043	160	6	
22	94754	4128	169	6	
24	95014	4188	175	7	
26	95182	4229	181	7	
28	95290	4258	185	8	
30	95357	4278	187	8	
32	95400	4291	189	8	
34	95429	4301	191	8	
36	95446	4307	192	8	
38	95458	4311	193	8	
40	95465	4314	193	9	
42	95470	4316	194	9	
44	95472	4317	194	9	
46	95474	4318	194	9	
48	95475	4318	194	9	
0.50	0.95476	0.04319	0.00194	0.00009	
1.00	0.95477	0.04319	0.00195	0.00009	

4. 仕切ニ於ケル不良率ノ分布法則

前節デ説明ノタメニuノ確率法則ヲ(1)デ示スヤウナモノト想定シタ。イフマデモナク検査ノ対象トナルトコロノ各仕切ノ不良率θハ未知ノモノデアルカラ、コレデ定義サレルトコロノ$n\theta \equiv u$モ亦未知デアル。ソレ故ソノ確率法則ハ未知デアル。コノ意味ニ於テ、第三ノ立場デ合格圏ヲ定メルトイフ問題ハ不可能ノ問題デアルトイッテヨイガ、唯ダ何等カノ根據即チ先験的ナ理由デカ、或ハ過去ノ理由ニヨッテデカトニカクuノ確率法則ガ仮定サレルナラバ、ソノ仮定ノ許サレル限リニ於テ、第三ノ立場ニヨル合格圏設定ノ問題ハ可能デアルトイヘヤウ。

若シ過去ノ経験ニ基イテuノ確率法則ヲ仮定シヤウトスルナラバドウスレバヨイカ、コレニハ色々ノ道ガアラウガ、吾々ノコヽデ想定シテヰル抽取リ検査ノ場合ニハ試料トシテ取ル品ノ個数n及ビソノn個ノ中ニ於ケル不良品ノ個数xガ既知デアリ、從ッテ若シ検査場ニ来ル各仕切ガ統計的ノ意味デ恒常性ヲ持ッテヰルト仮定シテヨイナラバxノ確率法則ハ推定出来ルトイフコトニ目ヲツケルノガ一ツノ道デアラウ。

然ラバコノヤウナxノ確率法則カラ、uノ確率法

則ヲ引出スニハドウスルカ。

今過去ノ経験ニ基イテ仮定スルトコロノxノ確率法則ヲ$F(x)$、導キ出サウトスルμノ元確率法則ヲ$p(\mu)$トスルト μヲ連続変数ト看做シテ差支ナケレバ$p(\mu)$ハ方程式

$$\int_0^M \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} p(\mu)\, d\mu = F(x)$$

$$(x = 0, 1, 2, \cdots\cdots) \qquad (4)$$

ヲ満足スルヤウニ定メラレヽバヨイ。但シMハμノ取リ得ル最大ノ値ヲ示ス。

$F(x)$ヲ与ヘテ$p(\mu)$ヲ定メル一般的ナ問題ハ今ハ取扱ハナイコトニシテ、$F(x)$ガ特ニ

$$F(x) = (1 - e^{-\lambda}) e^{-\lambda x} \quad (x = 0, 1, 2, \cdots) \qquad (5)$$

（但シλハ正ノ既知数デアル）

デ与ヘラレ 且μガアラユル正ノ値ヲトル、即チ$M = \infty$ト仮定シテヨイ。

コノ場合ノ結果ヲ示スト次ノヤウニナル。

$$p(\mu) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{\mu}{\alpha}} \qquad (6)$$

但シ $\alpha = \dfrac{1}{e^{\lambda} - 1}$

実際

$$\int_0^\infty \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}\left(\frac{1}{\alpha}e^{-\frac{\mu}{\alpha}}\right)d\mu$$

$$= \frac{(1+\frac{1}{\alpha})^{-x-1}}{x!\alpha}\int_0^\infty t^x e^{-t}\,dt$$

$$= \frac{1}{\alpha}\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)^{-x-1}$$

トナルカラ

$$1+\frac{1}{\alpha} = e$$

従ツテ $\alpha = \dfrac{1}{e-1}$

ト置ケバ

$$\int_0^\infty \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}\left(\frac{1}{\alpha}e^{-\frac{\mu}{\alpha}}\right)d\mu$$

$$= e^{-\lambda}(e^{\lambda}-1)$$

$$=(1-e^{-\lambda})e^{-\lambda x} \qquad (7)$$

トナルカラ、(6) ハ確ニ求メル函数ノ一ツデアル。

サテ (7) ノ右辺ヲ μ ニ関スル函数

$$\phi(\mu) = e^{-\mu}\left(\frac{1}{\alpha}e^{-\frac{\mu}{\alpha}}\right) = \frac{1}{\alpha}e^{-(1+\frac{1}{\alpha})\mu} \qquad (8)$$

ノ第x次モーめんとヲx!デ割ッタモノトミレバ

$$\int_0^\infty \mu^k e^{-\mu} p(\mu)\, d\mu = \int_0^\infty \mu^k \phi(\mu)\, d\mu \qquad (9)$$

$$(k = 0, 1, 2, \cdots)$$

ガ成立ツ、然ルニ(9)ノ積分ヲ M_k デ表ハスト。Crámer-Wold* ニヨリ

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ M_{2k} \right\}^{-\frac{1}{2k}} \qquad (10)$$

ガ発散スルトキ、$e^{-\mu} p(\mu)$ ト $\phi(\mu)$ トハ殆ド到ルトコロデ相等シイト云ヘルカラ、級数10ガ発散スルコトヲ示セバ(6)ヲ以テ求メル函数デアルト断定シテヨイ。

トコロデ各々ノ場合ニハ級数(10)ハ次ノヤウニ書ケル.

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} \left\{ (2k)!\,(1-e^{-\alpha})\, e^{-2k\alpha} \right\}^{-\frac{1}{2k}} \qquad (11)$$

---

* H. Cramér and H. Wold, Jour. London Math. Soc. Vol. 11 (1936) P. 291

故ニ結局

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left\{(2k)!\right\}^{-\frac{1}{2k}}$$

ガ発散スルコトヲ示セバヨイノデアルガ　コレハ

$$(2k)! < (2k)^{2k}$$

ナルコトニ目ヲツケレバ明デアル.

依ッテ殆ンド到ルトコロニ於テ

$$e^{-\mu}p(\mu) \equiv \frac{1}{\alpha}e^{-\mu\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}$$

従ッテ

$$p(\mu) \equiv \frac{1}{\alpha}e^{-\frac{\mu}{\alpha}} \qquad (12)$$

但シ　$\alpha = (e^{\lambda}-1)^{-1}$

上述ノヤウナ次第デアルカラ、モシ過去ノ記録ガアッテ、ソレニヨリ(5)デ示スヤウナ λ ニ関スル確率法則ガ推定サレルナラバ、コレニ基イテ $p(\mu)$ ヲ求メルコトガ出来、従ッテ第三ノ立場ニヨル合格圏ヲ定メテ抽取リ検査ヲ行フコトガ出来ル．カウ云ッタヤウナコトハ歴史ガ古ク且ツ多数ノ品ヲ生産スル工場デハ実行可能デアラウ。

コノヤウナトコロデハ、過去ノ記録ガ相当ニ沢山アルト想像サレルカラデアル。尤モ与ヘラレタ任意ノ函数 $F(x)$ ニ対シテ (4) ヲ満足サセルヤウナ函数 $p(\mu)$ ヲ求メルトイフ問題ガ解ケタトシテノコトデアル。

$P(\mu)$ ヲ推定スル上ニ何等頼ルベキ経験モナク又 $P(\mu)$ ニ関シテドノヤウナ仮定ヲオイテヨイカノ理論的根拠ヲ有シナイトキニハ第三ノ立場ニヨル合格圏ノ設定ハ不可能デアルコトハイフマデモナイ。

5、$P(\mu)$ ガ指数函数デアルトキノ合格圏ニツイテ

$n\theta \equiv \mu$ ノ元確率法則 $p(\mu)$ ガ

$$p(\mu)=\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{\mu}{\sigma}} \qquad (\mu \geq 0)$$

デ表ハサレルトキ、既ニ合格セシメラレタ仕切ノ中カラ μ ノ値ガ μ' 以下デアルヤウナ仕切ノ現レル確率ガ予メ与ヘラレタ値 α 以上デアルヤウナ合格圏ヲ定メルニハ唯一組ノ試料ヲ抽取ル場合ナラバ

$$\sum_{x \leq x_1}\int_0^{\mu'}\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}e^{-\frac{\mu}{\sigma}}d\mu \Big/ \sum_{x \leq x_1}\int_0^{\infty}\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}e^{-\frac{\mu}{\sigma}}d\mu \geq \alpha \qquad (14)$$

ヲ満足サセルヤウニ x_1 ヲ定メレバヨイ。$x \leqq x_1$ ガ所要ノ合格圏デアル。

サテ μ ノ元確率法則ガ(13)デ表ハサレルトキ μ ノ平均 $\tilde{\mu}$ ハ次ノヤウニナル。

$$\tilde{\mu} = \int_0^\infty \mu p(\mu) d\mu = \frac{1}{\alpha}\int_0^\infty \mu e^{-\frac{\mu}{\alpha}} d\mu = \alpha$$

今説明ノタメニ $\tilde{\mu} = \alpha = 0.01$ トシテ μ ガ例ヘバ 0.002 以下ノ仕切即チ不良品ガ100ニツキ2程度以下含マレル仕切ガ合格シタ仕切ノ中カラ、例ヘバ90%以上出ルヤウナ合格圏ヲ求メテミヤウ。即チ

$$\sum_{x \leqq x_1}\int_0^{0.02} \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!\alpha} e^{-\frac{\mu}{\alpha}} d\mu \Big/ \sum_{x \leqq x_1}\int_0^\infty \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!\alpha} e^{-\frac{\mu}{\alpha}} d\mu \geqq 0.90$$

ヲ満足サセルヤウナ x_1 ノ値ヲ求メヤウ。

実際計算ニヨルト $\alpha = 0.01$ ノトキニハ積分

$$\frac{1}{x!\alpha}\int_0^\mu \mu^x e^{-(1+\frac{1}{\alpha})\mu} d\mu$$

ノ値ハ第三表ノヤウニナル

$$\frac{1}{x!\alpha}\int_0^{\mu}\mu^x e^{-(1+\frac{1}{\alpha})\mu}d\mu$$ ノ表

$(\sigma=0.01)$

$\mu \backslash x$	0	1	2
0.01	0.62949	0.00263	0.00001
0.02	0.85875	0.00588	0.00003
0.03	0.94226	0.00789	0.00006
0.04	0.97267	0.00893	0.00007
0.05	0.98375	0.00942	0.00009
0.06	0.98779	0.00964	0.00009
0.07	0.98926	0.00974	0.00009
0.08	0.98979	0.00978	0.00010
0.09	0.98999	0.00979	0.00010
0.10	0.99006	0.00980	0.00010
∞	0.99010	0.00980	0.00010

故ニ(16)ノ左辺ノ積分値ハ 0.87 ニ達シナイコトガ分ルカラ不要ノ合格圏ハ存在シナイ。

若シ上ノ場合 0.90 ノ代リニ 0.85 トスルナラバ抽取リ検査ヲ行ハナクトモヨイコトニナル。トイフノハ(16)ノ左辺ニアル積分ノ比ハ $x\to\infty$ ナヨ

シメルトキ 0.85 ヲ超エルカラデアル。

尚参考ノタメニ $\sigma = 0.05$ トシタトキノ積分(17)ノ値ヲ表示スルト次ノ通リデアル。

$$\frac{1}{x!\sigma}\int_0^{\mu} \mu^x e^{-(1+\frac{1}{\sigma})\mu} d\mu \text{ ノ表}$$

$(\sigma = 0.05)$

$\mu \backslash x$	0	1	2	3
0.01	0.18039	0.00087		
02	32662	304	0.00002	
03	44514	598	6	
04	54123	933	12	
05	61910	1282	19	
06	68224	1628	29	
07	73341	1960	40	0.00001
08	77489	2270	51	1
09	80850	2555	63	1
10	83575	2813	76	2
11	85785	3045	88	2
12	87575	3251	100	3
13	89027	3432	111	3
14	90203	3590	122	3
15	91157	3729	132	4

u \ x	0	1	2	3
16	91930	3848	141	4
17	92556	3952	149	5
18	93065	4040	157	5
19	93476	4116	164	6
20	93810	4181	171	6
22	94300	4284	181	7
24	94621	4358	190	8
26	94833	4410	196	8
28	94932	4448	201	9
30	95063	4474	205	9
32	95123	4493	208	9
34	95163	4506	210	10
36	95189	4515	212	10
38	95206	4521	213	10
40	95217	4526	214	10
42	95225	4529	214	10
44	95229	4531	215	10
46	95232	4532	215	10
48	95234	4533	215	10
0,50	0,95235	0,04534	0,00216	0,00010
0.6	0,95238	0,04535	0,00216	0,00010

6. 結　ビ

以上述ベテ来タコトヲマトメルト次ノヤウニナル。即チ、

I］　抽取リ検査ヲ行ッテ仕切ノ合格不合格ヲ決定スルノニ

(1) 与ヘラレタ不良率 θ ノ仕切ヲ如何ナル確率デ合格サセル（或ハ不合格ニスル）カト云フ立場デ合格圏ヲ定メルカ

(2) コノ仕切ノ不良率 θ ハコレコレノ範囲ニアルト推定サレルカラ合格（或ハ不合格）ト判定スルソノ判断ノ的中スル確率ヲドレダケニスルカト云フ立場デ合格圏ヲ定メルカ

(3) 合格ト判定サレタ仕切ノモツ不良率 θ ガ或ル値 θ' 以下デアル確率ヲドレダケニスルカト云フ立場デ合格圏ヲ定メルカ

ト云フ三ツノ道ガアル。［コノ各々ハ更ニ幾ツカニ分ケテ考ヘラレルガ、ソノ理論ハ他ノ機会ニユヅル］

II］　I］ノ(3)デ述ベタ立場デ合格圏ヲ定メヤウトスルト θ ノ確率法則又ハ $n\theta=\mu$（n ハ試料ノ大キサ　θ ハ仕切ノ不良率）ノ確率法則ガ必要ニナルガ、コレハ一般ニハ未知デアルカ

ラ、コノ場合ニハ合格圏ハ求メラレナイ．唯ダコノ確率法則ガ何等カノ根據デ仮定サレ而カモソレガ実用上使用ニ耐エルモノデアルナラバソノトキニハ所要ノ合格圏ハ定メラレル．

III］ μ ノ確率法則ヲ仮定スル際　若シ試料トシテ取ッタ n 個ノ品（n ハ §3 デ述ベタヤウナ條件ニ從ッテヰレバ必ズシモ一定シテヰルコトヲ要シナイ）ノ中ニ含マレル不良品 x ノ分布ニツイテ過去ノ記録ガアリ，且仕切ヲ作ルトキノ操作ガ統計的ニ恒常性ヲモット信ゼラレルナラバ　之ニ基イテ x ノ分布法則 $F(x)$ ヲ推定シ $F(x)$ ヲ既知函数トシ μ ノ確率法則ヲ表ス函数 $p(\mu)$ ヲ未知函数トスル積分方程式*(4)．ノヤウナモノヲトクコトガ一ツノ方法デアル。

IV］ 所要ノ合格圏ハ常ニ定マルトハ限ラナイト仝時ニ又抽取リ検査ヲ要シナイ（過去ノ記録ガ信頼スルニ足リ　又仕切ヲ作ル操作ガ恒常性ヲ持ッテヰル限リ）コトモ起リ得ル。

V］ 尚ツイデニ一二附言スルナラバ、上ニ云フ第三ノ立場デ合格圏ヲ定メル場合、仕切ニ於ケ

---

* n ガ不連続ノ場合ハソレニ対応スル適当ナ方程式

ル不良率θハ非常ニ小サク、試料ノ大キサnハ$n\theta$ガ相当ナ大キサヲ有スル程度ノモノ、仕切ヲ構成スル品ノ箇数Nハ抽取ツタn個ノ品ガ確率論ノ意味デ互ニ独立ト考ヘラレル程度ニ大キイト云フ仮説ガ成立ツテヰルナラバN、nハ必ズシモ一定シテオクコトヲ要シナイ。例ヘバNハ正確ニ5000デナクテ5000程度、nハ正確ニ100デナクテ100程度トイフヤウニナツテヰテモ差支ナイ。ソレ故仕切ヲツクルトキニ正確ニ5000ナラ5000ト数ヘ、試料ヲ抽キ取ルトキニ正確ニ100ナラ100トカゾヘナクトモ凡ソソノ程度デアレバ差支ナイトイフ実情ニアルトキニハサウシテモ何等妨ゲルトコロハナイ。即チN、nガ動搖シテモ合格セシメラレタ仕切ノ中カラuノ値ガ或ル値u'以下デアルヤウナ仕切ノ出ル確率ハ、定メタ合格圏ガ動カサナイ限リハ一定ナノデアル。コノコトハ実用上利用シテ或ハ便利ナコトガアラウカト思フ。

（昭和十九年七月六日脱稿）