

田口の精密累積法の再評価と修正

椿 広計

データ科学研究系・リスク解析戦略研究センター・サービス科学研究センター 教授

【田口(1962)「新版実験計画法」, 丸善 の精密累積データと精密累積法】:すべてのデータは座標変数(ω因子、座標因子)上で、0-1表現することが可能

田口(1962)の寿命試験データ

20サイクルに記載されているA1の3件、A2の1件は、右側打ち切りデータと見なす

要因Aは2種類のマグネットワイヤー

サイクル	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	1	0	2	3
A2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	1	1	2	1	0	1

A1はポリエチレン被覆、A2はシリコン被覆

↓ 精密累積データへ変換して分割法分散分析: X=14の場合

サイクル: ω因子 (21水準として仮に扱っている)

サイクル	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1

Box, Bisgard and Fung(1988)の精密累積法批判

【Lindsay(1997)のParametric Multiplicative Intensity Model】:

↓ Poisson Model適用のための修正精密累積データ

修正精密累積法というべき一般化線形モデリングの萌芽

一連の0, 1データが平均λ_kのポアソン分布に独立に従うと仮定

第m単位時刻 (m ≤ K) に事象が生起し、精密累積データが1

⇒ 尤度関数: exp(-∑_{k=1, ..., m-1} λ_k) (∏_{k=m, ..., K} λ_k) exp(-∑_{k=m, ..., K} λ_k)

分布のハザード関数: λ(t), 累積ハザード関数A(t)とすれば,

修正精密累積データ行列 (一部表示)

行番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...	341	342	343	344	345	346
event	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	0
cycle	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...	15	16	17	18	19	20
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	1	1	1	1	1	1

上記尤度関数はλ(t_m) exp(-A(t_m))の離散近似. 右側打ち切りデータは、打ち切り単位時刻を0とすれば良い⇒ exp(-A(t_m))の離散近似

n個の修正精密累積データ C_{it} と各時点に依存する共変量x_{it} からなるデータ(C_{it}, x_{it}), i=1, ..., n, t=1, ..., t_i に対する

近似統計モデルは、C_{it} が、期待値E[C_{it} | x_{it}] = μ_{it} のポアソン分布に従うとして、Lindsayは、log μ_{it} = λ(t) + x_{it}^Tβ と表現し、λ(t)にt やlog tに関する多項式モデルを当てはめた一般化線形モデル(PMIM)を提唱(tの一次式モデルならばゲンベル分布モデル, log tの一次式ならばワイブル分布モデルに対応)。

【修正精密累積法: 田口(1962)の原思想を再評価し、PMIMを拡張】:

PMIMの3つの拡張:: ① λ(t)をK-1水準の要因として分析、あるいはスプライン回帰を用い一般化加法モデルで分析

② 時間と要因効果との交互作用を検討, ③ 分割法(Multilevel Model)としての解析(現時点で未検討)

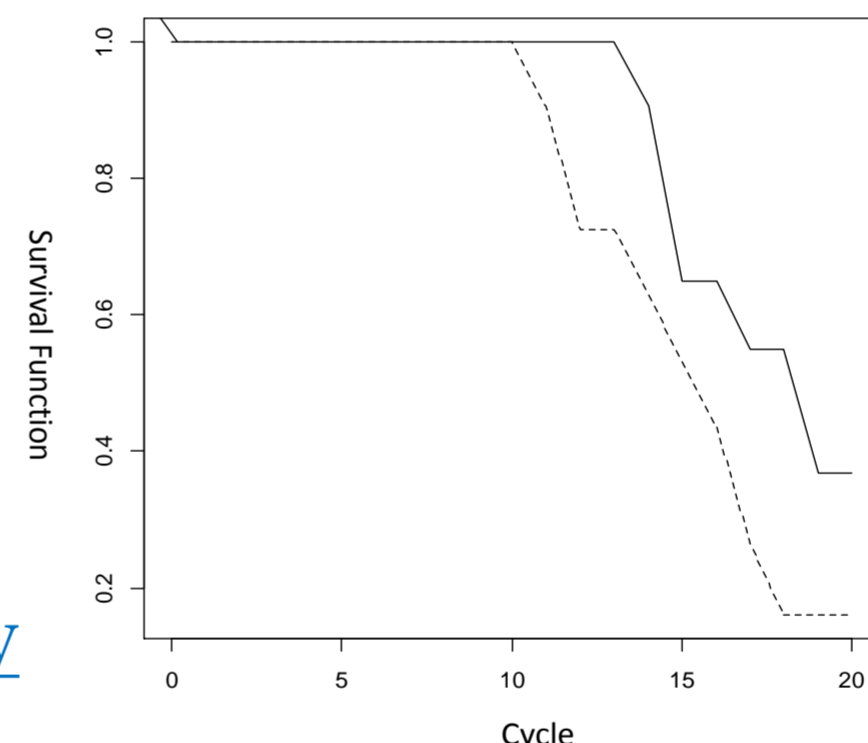
修正精密累積法1: 田口(1962)データへの単純分散分析モデル適用: log μ_{it} = μ + t_i + a_j + (t × a)_{ij} i=1, ..., 21, j=1, 2

修正精密累積法2: PMIMのλ(t) をノンパラメトリック項とした一般化加法モデル(GAM)の適用

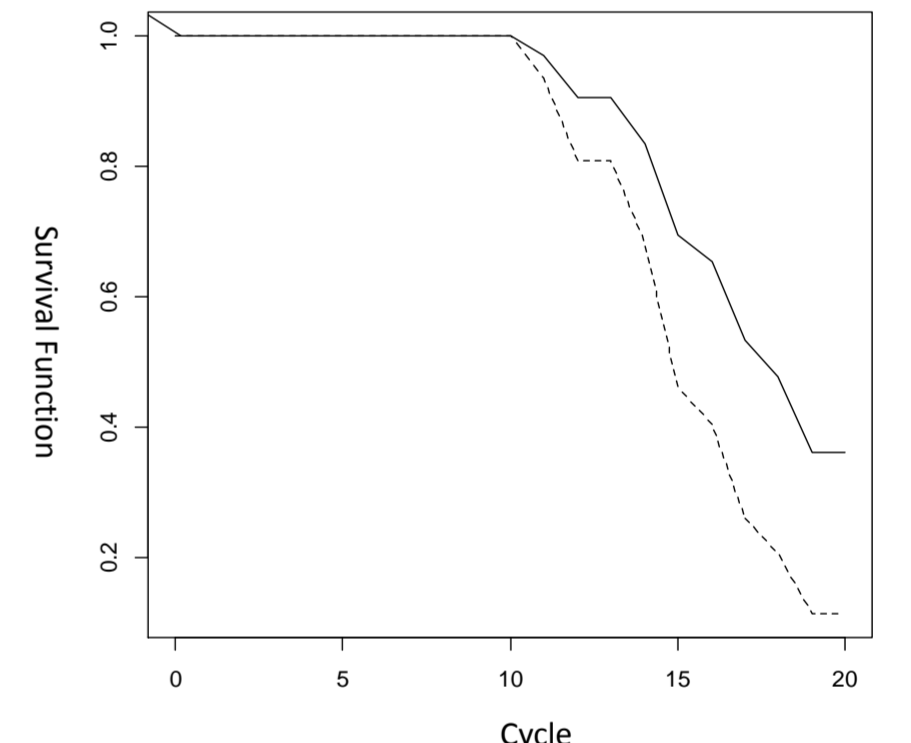
【田口(1962)の再解析】

修正精密累積法1のANODEV(Analysis of Deviance)

	Df	Deviance	Resid. Df	Resid. Dev	AIC
NULL			345	98.363	132.363
factor (cycle)	20	43.926	325	54.437	128.437
A	1	2.171	324	52.265	<u>128.265</u>
factor (cycle) : factor (A)	20	8.345	304	43.920	159.920



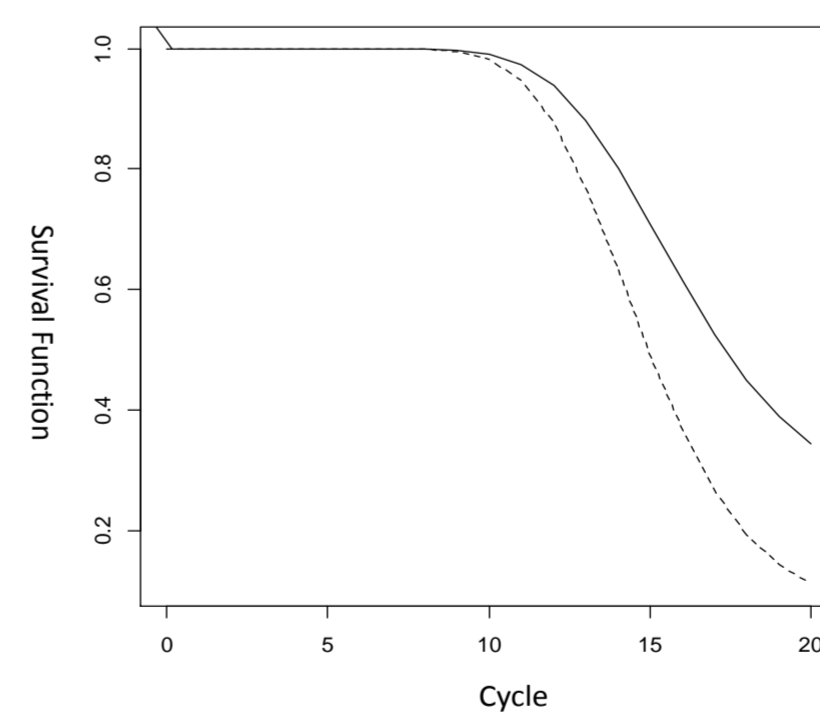
修正精密累積法1: 含交互作用の推定生存関数



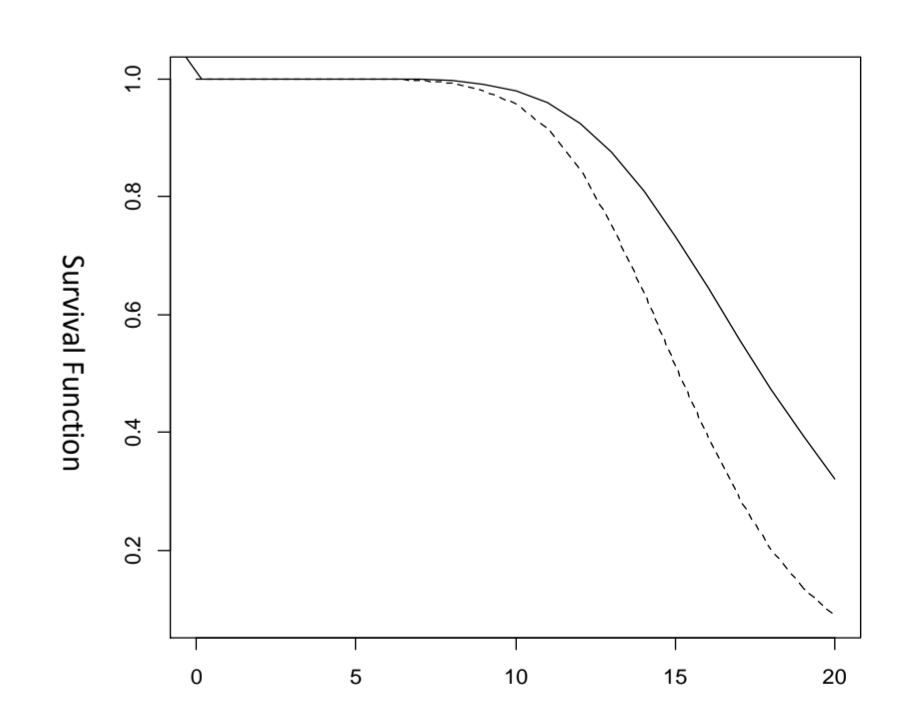
修正精密累積法1: 主効果の推定生存関数

Lindsay (1997)のPMIM: log(Cycle+0.5)の多項式モデル当てはめのANODEV

	Df	Deviance	Resid. Df	Resid. Dev	AIC
NULL			345	98.363	132.363
log (cycle + 0.5)	1	31.788	344	66.575	102.575
I (log (cycle + 0.5) ^2)	1	3.569	343	63.006	101.006
A	1	2.024	342	60.982	<u>100.982</u>
A * log (cycle + 0.5)	1	0.861	341	60.121	102.121
A * log (cycle + 0.5) ^2	1	0.910	340	59.211	103.211



Min AIC PMIMの推定生存関数



修正精密累積法2: 主効果の推定生存関数

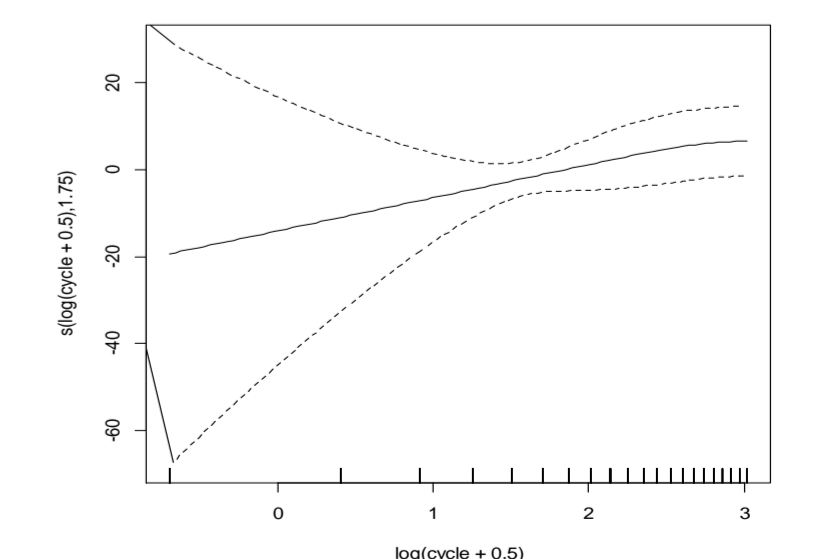
最小AIC PMIMの最尤推定量

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	-93.8375	58.8546	-1.594	0.111
log (cycle + 0.5)	63.7459	43.3832	1.469	0.142
log (cycle + 0.5) ^2	-11.0450	7.9782	-1.384	0.166
A	0.7221	0.5100	1.416	0.157

修正精密累積法2の当てはめ結果: log μ_{it} = μ + λ(log(t+0.5)) + a_j

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	-8.2616	4.0093	-2.061	0.0393
A	0.7595	0.5113	1.486	0.1374
edf Ref. df Chi. sq p-value				
s (log (cycle + 0.5))	1.748	2.188	3.341	0.212

AIC=101.395



修正精密累積法2ハザード関数(ノンパラメトリック項)の推定横軸のノッチがサイクルに相当

藤田(1998)は地震生起間隔分布に対して修正精密累積法2を適用し、様々な知見を得ている。

【参考文献】

Box, G. E. P., Bisgaard, S. and Fung, C., (1988) An explanation and critique of Taguchi's contributions to quality engineering, *Quality and Reliability Engineering International*, 4, 123-131

Lindsay, J. K. (1997) Parametric multiplicative intensities models fitted to bus motor failure data, *Applied Statistics*, 46(2), 245-252.

田口玄一(1962) 32.2 精密累積法, 新版実験計画法下, 丸善.

藤田正彦(1998) 寿命分布における故障率関数の推定—地震生起間隔への適用, 慶應義塾大学理工学部数理科学科椿研卒業論文