

グラフィカルモデルを利用したアンサンブルカルマンフィルタ

上野 玄太 モデリング研究系 准教授

【動機は偽の相関】

アンサンブルサイズが小さい(N = 32) と、アンサンブル共分散行列の対角要素が小さくなる。そのため、非対角要素は相対的に大きくなる。つまり、偽の相関が推定されてしまう。

対処法: 標本共分散行列を局所化

- 従来法: 台がコンパクトな関数を乗算する
- 提案法: ガウスグラフィカルモデルを当てはめる

【変数と力学モデルの因果関係】

状態変数間の依存性はある力学モデルで記述されるものとする。一例として、ローレンツ96モデルを考えよう。状態変数のj番目の要素の時間発展は、j+1, j-2, j-1, j 番目の要素で決まる。この式は、2近傍要素のみがj番目要素に直接影響することを示している。

$$\frac{dx_j}{dt} = \left(x_{j+1} - x_{j-2} \right) x_{j-1} - x_j + f$$

【グラフベース・アンサンブルカルマンフィルタ】

アンサンブルカルマンフィルタ $x_{t|t}^{(n)} = x_{t|t-1}^{(n)} + \hat{K}_t \left(y_t + w_t^{(n)} - H_t x_{t|t-1}^{(n)} \right)$

カルマンゲイン $\hat{K}_t = \hat{V}_{t|t-1} H_t \left(H_t \hat{V}_{t|t-1} H_t' + R_t \right)^{-1}$

偽の相関を減らすためにグラフ構造を仮定する。グラフ構造は逆行列の疎な構造で表現できる。そこで、カルマンゲインの代替表現を利用する。

カルマンゲイン (代替表現) $\hat{K}_t = \left(\hat{V}_{t|t-1}^{-1} + H_t R_t^{-1} H_t' \right)^{-1} H_t' R_t^{-1}$

$\hat{V}_{t|t-1}^{-1}$ にガウスグラフィカルモデルを当てはめて、疎な $\hat{V}_{t|t-1}^{-1}$ を推定し、カルマンゲインの代替表現に代入する。

【状態推定の結果】

図4は、真の状態(左上)、観測(右上)、従来のEnKFによる推定値(左下)、GENKFによる推定値(右下)を示す。GENKFにより、EnKFよりよい推定値が得られる。

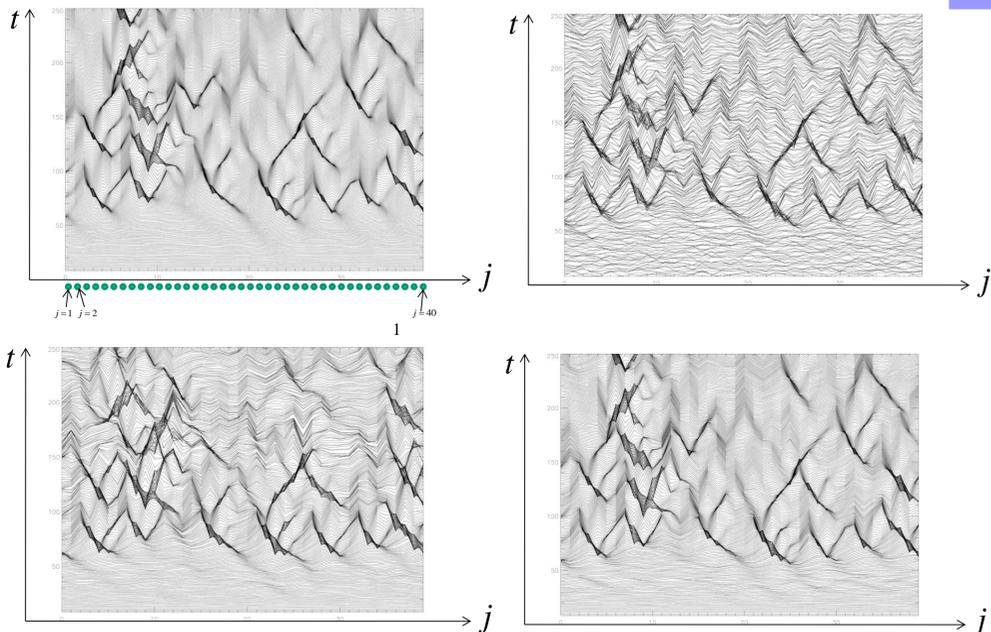


図4. グラフベース・アンサンブルカルマンフィルタを用いた状態推定

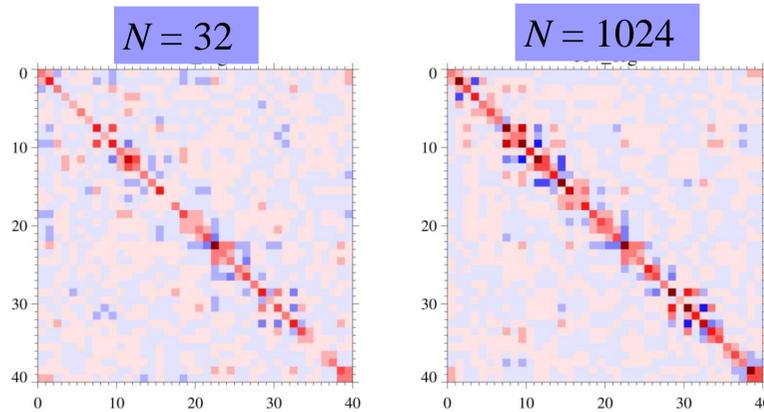


図1. 状態変数の標本共分散行列。アンサンブルサイズを N = 32 および 1024 としている。

【ガウスグラフィカルモデル】

この因果関係は、図2のようなグラフィカルモデルで表現される。さらに、状態変数はガウス分布に従うと仮定すると、共分散行列の逆行列(精度行列)は疎になる。精度行列は対角要素と2近傍要素についてのみ非ゼロ値をとり、残りの要素はゼロとなる。

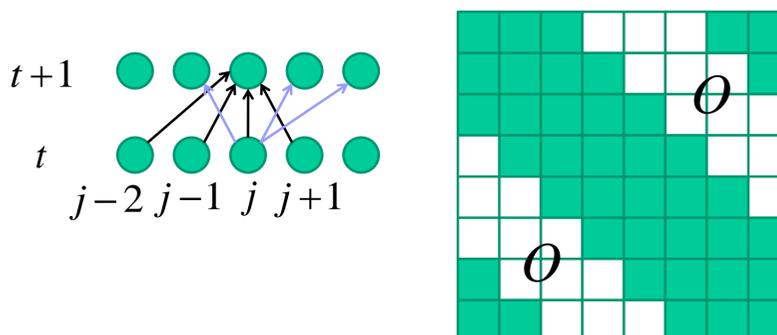


図2. j 番目の要素のグラフ表現と、それに対応する共分散行列の逆行列。

【数値実験】

図3では、左上は N=32 でのアンサンブル共分散行列、右上は推定した共分散行列の逆行列である。これをカルマンゲインの算出に用いる。さらに逆行列をとると、もとの空間の共分散行列の推定値を得る(右下)。こちらは、偽の相関が減っており、N=1024 と似たパターンを示す(左下)。

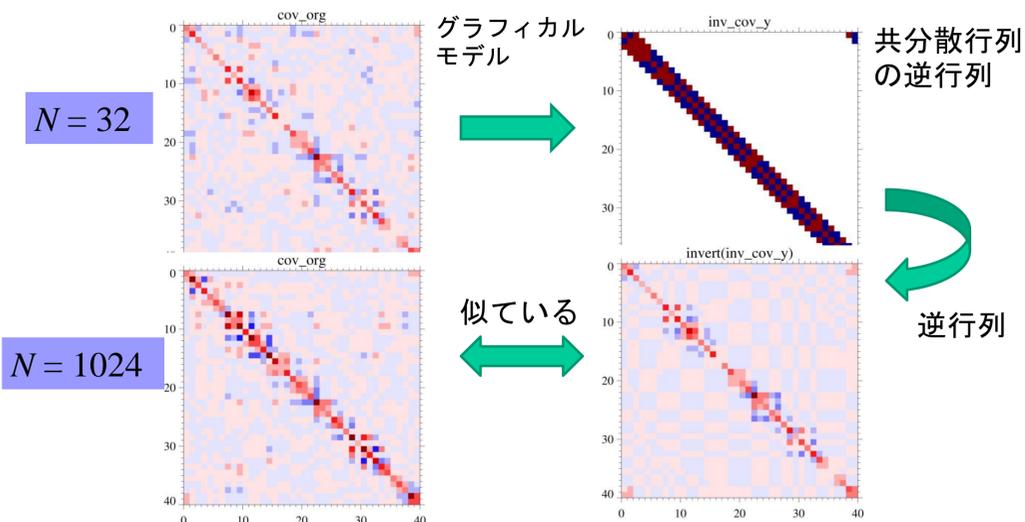


図3. 疎な共分散行列の逆行列の推定。

【まとめ】

少数アンサンブルのためのアンサンブルカルマンフィルタの改良版を提案した。偽の相関を減らすため、力学モデルで規定されるグラフィカルモデルを適用した。グラフベース(Graph-based)のアンサンブルカルマンフィルタ(EnKF)、略称GENKFと呼ぶことにする。ローレンツ96モデル(状態変数の数40)を用いたアンサンブルサイズ32での実験を行い、GENKFにより確かに偽の相関を減少させることが可能で、妥当な推定値が得られることがわかった。