

# 地球潮汐データ解析

## ——プログラム BAYTAP の紹介——

統計数理研究所	石	黒	真	木
緯度観測所	佐	藤	忠	弘
〃	田	村	良	明
〃	大	江	昌	嗣

(1984年5月 受付)

### はじめに

この論文の目的は、地球潮汐データ解析のために筆者らが開発したプログラム BAYTAP の原理を解説し、さらに実例によってその使用法を説明することにある。

BAYTAP が基礎としているのは、赤池によって提唱されたベイズ的なデータ処理方法である。このように手の込んだ処理が要求される必然性が、地球潮汐という現象の説明とその解析方法の歴史にあてられた第1節で明らかにされる。

第2節の主題は、ベイズ的な解析方法の紹介である。記述は厳密であるが、全体の見通しを良くするために、不必要な詳細の説明は避けた。

第3節は BAYTAP の初歩的なマニュアルとして役立つことを目指して書かれた節であり、このプログラムを使ったデータ解析の実例は4節に与えられている。

## 1. 地球潮汐データ

### 1.1. 地球潮汐データ解析の目的

月、太陽の起潮力による固体地球の変形現象が地球潮汐で、この変形にともない地盤の傾斜、歪や重力の周期的変化が観測される。その量は場所によって異なるが、それぞれ  $10^{-8}$  radian,  $10^{-8}$  strain,  $10^{-4}$  cm/sec<sup>2</sup> 程度の小さなものである。起潮力ポテンシャルは2次以上の球調和関数で展開され、各次数のポテンシャルに対する地球の応答は Love 数、志田数と言われる無次元数又はそれらの組合せで表現される。非回転地球では Love 数、志田数は地球の内部構造(弾性定数の分布)によって決まるほぼ周波数に依存しない定数となる。しかし地球が自転しているために日周潮汐バンドに顕著な周波数依存性が現われる。これは地球の流体核の日周自由章動と日周潮汐トルクとの共鳴効果(流体核共鳴)によるもので、共鳴の鋭さから求める Q 値は核の運動学的特性、地球の回転運動を考える上で重要なパラメータになっている。

種々の潮汐現象の観測値を解析し地球の内部構造やその時間的变化、又地球回転運動の研究のための資料を得るのが潮汐解析の目的と言える (Munk and MacDonald 1960, Melchior 1978)。

## 1.2. 地球潮汐データ解析上の問題点

地球潮汐データの解析には主に調和解析法が使われてきた。その理由としては、潮汐では他の自然現象と異なり、系（地球、測定器）に対する入力関数（起潮力ポテンシャル）を構成する成分波（分潮）の周期、振巾、位相があらかじめ高い精度で計算できること、また議論が振巾の大きな主要分潮に限られていたことがあげられる。

調和解析法の1つに Venedikov 法 (Venedikov 1966a, b, Melchior and Venedikov 1968) がある。これは毎時の読取り値に多項式で表わされるドリフト成分と潮汐成分とを分離するフィルターを適用し、得られた潮汐成分について理論潮汐との振巾比、位相差を最小自乗法的に求める方法である。理論潮汐としては Cartwright らによるポテンシャル展開表 (Cartwright and Taylor 1971, Cartwright and Edden 1973) が使われている。この方法は欠測を含むデータを扱えること、また 10 年以上の長いデータも高速に処理できる等の利点があり地球潮汐の分野では広く使われてきた。

しかし、計測器の進歩や潮汐理論の進歩にともない主要分潮の 1/10 以下の小さな振巾を持つ分潮も議論の対象になるにともない調和解析法におけるドリフトや雑音の扱いの不備が指摘されるようになった (Munk and Cartwright 1966, Lambert 1974, Meyer 1980, Ooe and Sato 1981)。潮汐の記録には、計測器による雑音の他に自然現象としての気象的な擾乱、地下水や降雨による影響など広い周波数範囲に渡って連続的に分布する雑音が混入している。このためドリフトの変動も時間的にゆっくり変化する成分の上に短時間変動が重なった複雑な様相を示す。また気象の擾乱には潮汐と同じ周波数帯にもエネルギーのピークが存在する。このようなドリフトや雑音をフィルターだけで分離することは難しい。

次節以降ではこのような擾乱を含む潮汐データを解析するために開発された Bayes 型モデルを使った調和解析法 (Ishiguro, et al. 1983) を解説しその具体化としての計算プログラム BAYTAP-G の紹介、2, 3 の計算例、またプログラム使用法についての簡単な説明を与える。

## 2. ベイズ模型

### 2.1. 観測方程式

観測値の系列を  $y_i, i=1, 2, \dots, n$  とすると、これは潮汐波、ドリフト、計器雑音、さらには気圧変動などの影響などを含めた形で

$$(2.1) \quad y_i = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^{J_m} a_{mj} a_{mj}^* \cos(\omega_{mj}^* i + \phi_{mj}^* + \phi_{mj}) + d_i + \sum_{k=0}^K b_k x_{i-k} + \varepsilon_i$$

と表わされる。ここで  $m$  は分潮のグループの番号、 $j$  はそのグループの中での分潮の番号、 $\omega_{mj}^*$ ,  $a_{mj}^*$ ,  $\phi_{mj}^*$  はそれぞれ  $m$  グループの  $j$  番目の分潮の理論値の角速度、振巾、位相である。これらで与えられる理論値が地球というシステムを通ることによって振巾と位相が ( $a_{mj}$  と  $\phi_{mj}$  によって) 変化して、潮汐波として表われると考えるのである。 $d_i$  はドリフトを、 $\varepsilon_i$  は計器雑音などによる不規則な変動を表現する。右辺第 3 項の  $\{x_i\}$  は並行して観測している気圧などの影響を表現する項である。

我々の課題はデータ  $y_i, i=1, 2, \dots, n$  が与えられたときにこれを (2.1) の形に分解することである。

もし  $\{d_i\}$  の項に

$$(2.2) \quad d_i = \sum_{k=0}^K c_k i^k \quad i=1, 2, \dots, n$$

のようなパラメトリゼーションを与えることが許されるなら、この問題はさしてむずかしくない。たとえば  $\{\varepsilon_i\}$  に白色雑音を仮定して最尤法を適用することによって合理的な解が得られるであろう。特に (2.2) における次数  $K$  などの選択には最小 AIC 法 (Akaike, 1973. 坂元ら, 1983) を用いればよい。

しかし一般に  $\{d_i\}$  の項が (2.2) のように単純な形をしているというのはかなりきびしい仮定である。我々が  $\{d_i\}$  の項に期待できるのはたかだかこれが時間的にゆっくりと変動する成分であるということだけである。(2.2) 式もちろん、時間的にゆっくりとした変動の一つの表現の仕方にはちがいがいが、あまり柔軟なモデルとはいえない。

## 2.2. ベイズ手法

我々の課題は、データ  $y_i$   $i=1, 2, \dots, n$  が与えられたときに、これを (2.1) の形に分解することである。

このように与えられた時系列をいくつかの要素に分解する問題は他の分野にもある。経済時系列の季節調整がその一つの典型的な例である。季節調整の目的は与えられたデータ  $\{y_i\}$  をトレンド成分  $\{T_i\}$ 、季節変動成分  $\{S_i\}$  および不規則変動成分  $\{I_i\}$  の和

$$(2.3) \quad y_i = T_i + S_i + I_i$$

の形に分解することである。この場合には、 $\{T_i\}$  が滑らかに変動する成分であること、 $\{S_i\}$  が似たパタンの変動の繰り返しであること等を考慮に入れて解く Bayes 手法が有効であった (Akaike 1980, 石黒 1981)。(2.1) 式と (2.3) 式は似ている。特にドリフト  $\{d_i\}$  は滑らかに変動する成分であるから (2.3) における  $\{T_i\}$  と同様な Bayes 的な扱いが適しているのである。

季節調整の場面で成功したベイズ手法はおおよそ次のようなものであった ( $S_i$  の項がないものとする。詳しくは前出の論文を参照)。

i)  $\{I_i\}$  を分散  $\sigma^2$  の正規白色雑音と仮定してパラメータ  $\theta = (T_1, T_2, \dots, T_n)$  と  $\sigma^2$  の尤度関数  $L(\theta, \sigma^2)$  を構成する。

ii)  $\theta$  に事前分布

$$(2.4) \quad \Pi(\theta | w^2, T_{-1}, T_0) = K \exp \left\{ -\frac{w^2}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n |T_i - 2T_{i-1} + T_{i-2}|^2 \right\}$$

を仮定する。 $w^2$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_0$  はパラメータの分布のパラメータであるから超パラメータと呼ばれる。 $K$  は規格化定数である。

iii) 周辺尤度の対数の  $-2$  倍として定義される

$$(2.5) \quad \text{ABIC} = -2 \log \int L(\theta, \sigma^2) \Pi(\theta | w^2, T_{-1}, T_0) d\theta$$

を最小化する  $\sigma^2$  および超パラメータの値を求める。

iv) 上で求めた超パラメータで決まる事前分布に対応する事後分布の mode として  $\theta$  の推定値を求める。これは  $L$  と  $\Pi$  の積

$$(2.6) \quad L(\theta, \sigma^2) \Pi(\theta | w^2, T_{-1}, T_0)$$

を最大化する  $\theta$  を求めることに等しい。

(2.3) から得られる尤度関数は ( $S_i$  を無視して)

$$L(\theta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} |y_i - T_i|^2 \right\}$$

であるから (2.6) を最大にする  $\theta = (T_1, \dots, T_n)$  はすなわち

$$\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n |y_i - T_i|^2 + \frac{w^2}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n |T_i - 2T_{i-1} + T_{i-2}|^2$$

を最小化する  $\theta$  ということになる。この式は  $\{T_i\}$  の滑らかさを出来るだけ保ちながら残差 2 乗  $|y_i - T_i|^2$  の和がなるべく小さくなるように  $\theta$  を求めることを意味している。

この方法を (2.1) の形の分解に応用してみよう。この場合、 $\{d_i\}$  の他に  $\{(a_{m_j}, \phi_{m_j})\}$  が推定すべきパラメータということになる (簡単のために  $x$  を含む項はないものとする。拡張は容易である)。

まず (2.1) の  $\{\varepsilon_i\}$  を分散  $\sigma^2$  の正規白色雑音と仮定するとパラメータ  $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$  と  $\mathbf{a} = (a_{11}, \phi_{11}, a_{12}, \phi_{12}, \dots, a_{M_M}, \phi_{M_M})$  の尤度関数

$$(2.7) \quad L(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left| y_i - \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^{J_m} a_{m_j} a_{m_j}^* \cos(\omega_{m_j}^* i + \phi_{m_j}^* + \phi_{m_j}) - d_i \right|^2 \right\}$$

が得られる。 $\mathbf{d}$  に事前分布

$$(2.8) \quad \Pi(\mathbf{d} | w^2, d_{-1}, d_0) = K \exp \left\{ -\frac{w^2}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n |d_i - 2d_{i-1} + d_{i-2}|^2 \right\}$$

を仮定して

$$(2.9) \quad \text{ABIC} = -2 \log \int L(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \sigma^2) \Pi(\mathbf{d} | w^2, d_{-1}, d_0) d\mathbf{d}$$

を最小にするように  $\mathbf{a}, \sigma^2$  の値および超パラメータ  $w^2, d_{-1}, d_0$  の値をとれば、求める  $\mathbf{d}, \mathbf{a}, \sigma^2$  の推定値は

$$(2.10) \quad L(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \sigma^2) \Pi(\mathbf{d} | \hat{w}^2, \hat{d}_{-1}, \hat{d}_0)$$

を最大にする値として確定する。ここで  $\hat{w}^2, \hat{d}_{-1}, \hat{d}_0$  は ABIC 最小化で決まった値である。

以上の方法を実行するにあたって尤度関数  $L$  と事前分布  $\Pi$  がともに正規分布型であるために、(2.9) の積分が解析的に求められ、(2.10) の最大化が最小 2 乗法に帰着されるなど計算は容易である (計算に関しては石黒, 荒畑 1982, Ishiguro 1984 を参照のこと)。

### 2.3. 潮汐モデル

(2.1) 式の第一項のパラメータ  $\{(a_{m_j}, \phi_{m_j})\}$  が分潮のグループ内で一定、すなわち  $m=1, 2, \dots, M$  に対して

$$(2.11) \quad \begin{aligned} a_{m1} &= a_{m2} = \dots = a_{mJ_m} = a_m \\ \phi_{m1} &= \phi_{m2} = \dots = \phi_{mJ_m} = \phi_m \end{aligned}$$

とすると、 $\{(a_m, \phi_m)\}$  を新しいパラメータとして (2.1) 式を

$$(2.1)' \quad y_i = \sum_{m=1}^M a_m \sum_{j=1}^{J_m} a_{m_j}^* \cos(\omega_{m_j}^* i + \phi_{m_j}^* + \phi_m) + \sum_{k=0}^K b_k x_{i-k} + d_i + \varepsilon_i$$

とかける。恒等式

$$\cos(s+t) = \cos s \cos t - \sin s \sin t$$

を用いると (2.1)' はさらに

$$(2.12) \quad \begin{aligned} y_i &= \sum_{m=1}^M a_m \sum_{j=1}^{J_m} a_{m_j}^* \{ \cos(\omega_{m_j}^* i + \phi_{m_j}^*) \cos \phi_m - \sin(\omega_{m_j}^* i + \phi_{m_j}^*) \sin \phi_m \} \\ &+ \sum_{k=0}^K b_k x_{i-k} + d_i + \varepsilon_i = \sum_{m=1}^M \{ \alpha_m C_{mi} + \beta_m S_{mi} \} + \sum_{k=1}^K b_k x_{i-k} + d_i + \varepsilon_i \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\begin{aligned}
 \alpha_m &= a_m \cos \phi_m \\
 \beta_m &= -a_m \sin \phi_m \\
 (2.13) \quad C_{mi} &= \sum_{j=1}^{J_m} a_{mj}^* \cos(\omega_{mj}^* i + \phi_{mj}^*) \\
 S_{mi} &= \sum_{j=1}^{J_m} a_{mj}^* \sin(\omega_{mj}^* i + \phi_{mj}^*)
 \end{aligned}$$

である。

(2.12)を潮汐の grouping モデルという。このモデルは潮汐の分潮のグループ分けを指定することによって特定される。(2.11)の形の制約は潮汐の理論値に対する観測値の周波数応答を周波数軸上での区分的一定値関数でモデル化していることを意味している。このモデル自体が‘滑らか’な周波数応答関数の一つの表現になっているが、(2.12)式のパラメータ  $\{(a_m, \beta_m)\}, \{b_k\}$  に‘事前分布’を導入して

$$\begin{aligned}
 (2.14) \quad \alpha_1 &\doteq \alpha_2 \doteq \alpha_3 \cdots \doteq \alpha_M \\
 \beta_1 &\doteq \beta_2 \doteq \beta_3 \cdots \doteq \beta_M
 \end{aligned}$$

を満たす更に滑らかな推定値を得るようにすることも容易である。

### 3. 潮汐解析プログラム BAYTAP-G

我々は与えられたデータ  $y_1, \dots, y_n$  を(2.14)を満足しながら(2.12)の形に分解するベイズ手法を実現する FOTRAN プログラム BAYTAP-G を開発した。近く公表する予定である。プログラム名は BAYesian Tidal Analysis Program (Grouping method) を意味する。

#### 3.1. BAYTAP-G の出力

BAYTAP-G を用いることによってデータ  $\{y_i\}$  から推定できる量を表1にまとめておく。これらの値は結局のところある  $w^2$  と  $v^2$  に対して

$$\begin{aligned}
 (2.15) \quad \sum_{i=1}^n |y_i - \{ \sum_{m=1}^M \alpha_m C_{mi} + \sum_{m=1}^M \beta_m S_{mi} \} - d_i - \sum_{k=0}^K b_k x_{i-k} - h Z_i|^2 \\
 + w^2 \sum_{i=1}^n |d_i - 2d_{i-1} + d_{i-2}|^2 + v^2 \sum_{m=2}^M \{ |\alpha_m - \alpha_{m-1}|^2 + |\beta_m - \beta_{m-1}|^2 \}
 \end{aligned}$$

を最小化するように求められる。 $w^2$  と  $v^2$  は ABIC を最小化するように選ばれる。 $v^2$  が(2.14)の条件に対応する超パラメータである。ここで  $h Z_i$  の項はデータのレベルの跳びを表現する項であり  $\{Z_i\}$  は跳びのある時点までは0、それ以降は1なる系列である。この点における跳びの量が  $h$  である。

(2.15)の形から

- 1) 潮汐の分潮のグループ分けが不適当な場合には  $\{d_i\}$  に潮汐成分が吸収されるであろうこと
- 2)  $(\alpha_m, \beta_m)$ , したがって  $(a_m, \phi_m)$  の推定値は  $x_k$  を含む項を入れるか入れないか、次数  $K$  をどうとるかによって異なること

などが予想される。

$K$  の選択のためには、AIC (Akaike 1973, 坂元 他 1983) と同様に考えてパラメータ数で補正した ABIC, すなわち

$$(2.16) \quad \text{ABIC}^* = \text{ABIC} + 2 \times (K + 1)$$

を用いる。

BAYTAP-G の出力する ABIC の値はこの補正された ABIC である。

表1. BAYTAP-G の出力

記号	内容
$(a_m, \phi_m) \quad m=1, \dots, M$	$M$ 々のグループの振巾係数と位相
$(S_m^a, S_m^\phi) \quad m=1, \dots, M$	その推定の誤差巾の見つもり
$d_i \quad i=1, \dots, n$	ドリフト
$h$	ステップ巾(データのレベルに跳びがある場合, その推定)
$\varepsilon_i \quad i=1, \dots, n$	残差系列
$P(f) \quad 0 \leq f \leq \frac{1}{2}$	ドリフト(の階差系列)のパワースペクトル
ABIC	

我々は ABIC の最小化によって  $K$  を選択することができる。同様に、適当なグループ分けを見つめることも可能である。

BAYTAP-G の出力は表 1 にあげたもので一応尽くされるが、このうち、 $\{d_i\}$  と  $\{\varepsilon_i\}$  の '異常値' のリストを出力する機能がある。本格的な異常値の解析は大変(北川, 1981)なので、時間をくわない。単純なルーチンがつけてある。何かありそうな場所を見つめる手がかりとして役立つ(石黒・田村, 1984)。

### 3.2. プログラムのコントロール——データの解析方法——

BAYTAP-G は、解析の目的に応じて 2 通りの使い方ができる。標語的に言えば、潮汐解析プログラムとしての使い方とトレンド推定プログラムとしての使い方である。

我々の方法は潮汐解析とトレンドの推定が同時にできるのが特徴であるが、計算機の記憶容量の制限から両者は必ずしも両立しない。しかし、潮汐成分の解析に興味があるときに本質的なのは、トレンドの除去であって、トレンドの推定値そのものは必要でないことが多い。逆にトレンド成分の推定に興味の中心があるときには、潮汐成分の推定にさほどの厳密さが要求されないことが多い。BAYTAP-G を使用するにあたって、トレンドの推定に重点を置くのか、潮汐解析に重点を置くかの選択をすることができる。

#### <トレンドの推定>

1 時間ごとのサンプリングで 1 年程度の長いデータのトレンドを求めるとき、BAYTAP-G はデータを互いに重なり合う短い区間ごとに処理して全体のトレンドを出す。たとえば最初から 480 番目までのデータを用いてこの区間のトレンドを推定し、次に 433 番目から 912 番目までを処理するといった具合である。433 番目から 480 番目のデータについては 2 つの異なる推定値が得られるが、2 回目の推定値を最終的な推定値として採用する。こうしても、432 番目と 433 番目のデータの間でのトレンドの推定値は滑らかなつながり方をするようにプログラムは工夫されている。この場合各区間ごとに ABIC の値が求められる。データ全体を通してのその「平均」値は、 $i$  番目の区間で最小となった ABIC の値とその区間のデータ数をそれぞれ  $ABIC_i$  と  $n_i$  と書くことにして、

$$i \text{ 番目の区間のデータ 1 ヶあたりの ABIC} = \frac{ABIC_i}{n_i}$$

$$\text{全区間を通したデータ 1 ヶあたりの平均 ABIC} = \sum_i \frac{ABIC_i}{n_i} \times \frac{n_i}{\sum_j n_j}$$

と考えて、平均 ABIC 値を

$$AVABIC = \frac{\sum_i ABIC_i}{\sum_i n_i} \times n$$

で与えることにする。ここで  $n$  はデータの総数である。

一度に処理するデータの数 (SPAN) と区間をずらす長さ (SHIFT) は、データ全体の長さに応じて自動的に選択されるが、これら SPAN と SHIFT の値を user が任意に設定することもできる。

データの総数  $n$  と SPAN, SHIFT の関係によっては最後の区間の途中で最後のデータが来る。この場合、その区間のトレンドは推定されない。たとえば  $n=1200$ , SPAN=480, SHIFT=432 であるとトレンドの推定値が得られるのは 912 番目のデータまでである。自動選択の場合には、このようなことは起らない。

#### 〈潮汐解析〉

データがあまり長くなければ、潮汐パラメータとトレンドの推定が同時にできる。これがメモリー不足で不可能なときは、トレンドの推定値を求めることをあきらめて、潮汐成分のパラメータのみを推定することになる。この推定値は、メモリーが無限大の計算機を用いて全データのトレンド推定を同時に行なったときに得られる潮汐パラメータの推定値と全く同じものである。

もし何らかの事情で潮汐成分のパラメータが時間変化すると考えられる時には、〈トレンド推定〉を選択すれば、各区間の潮汐パラメータの時間変化を追跡することができる。

#### 4. BAYTAP-G の使用例

ここでは BAYTAP-G を使った具体的な計算例として江刺地球潮汐観測施設 (佐藤, 他 1980) における歪計のデータを解析した結果について述べる。解析には擾乱源として現地で観測されている気圧のデータを使った。

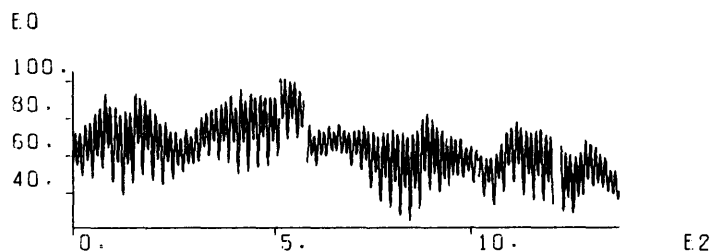


図 1-A 歪計の NS 成分の記録

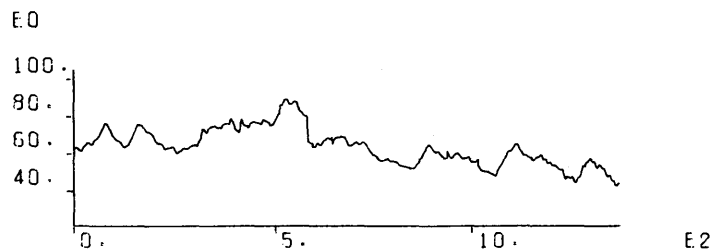


図 1-B トレンドの推定値

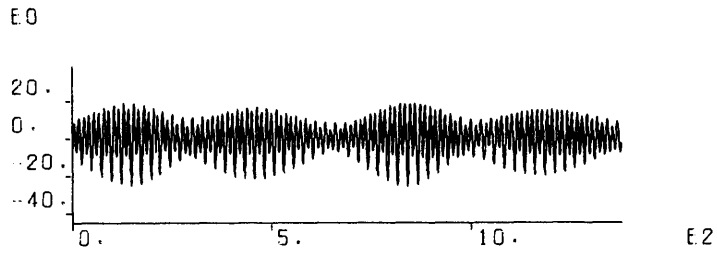


図1-C 潮汐成分の推定値

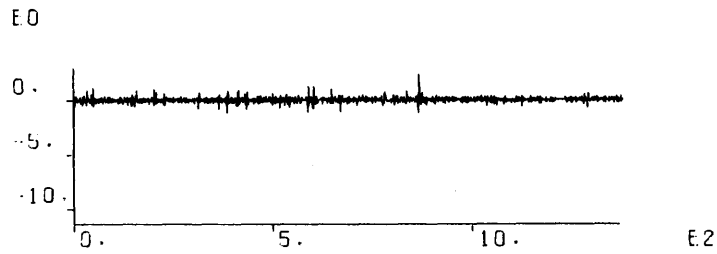


図1-D 残差

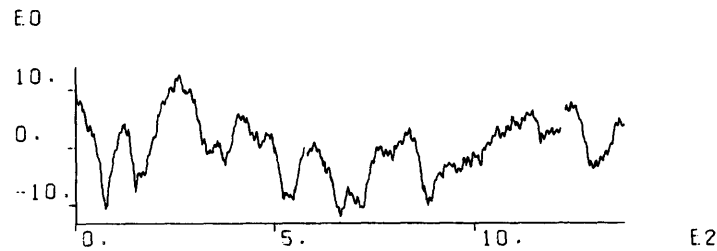


図1-E 気圧変化

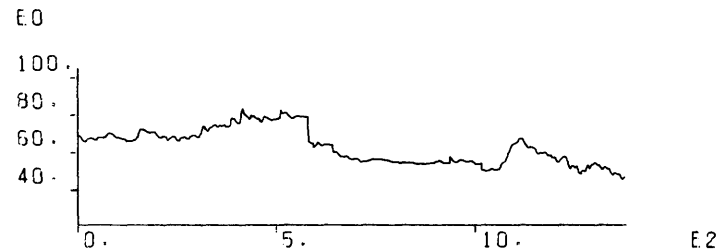


図1-F 気圧変動を考慮に入れたトレンドの推定値

図1-Aに歪計のNS成分の記録の例を示す。この図で縦軸は100目盛が $10^{-7}$ の歪に対応している。また横軸は1時間を単位とする経過時間を表している。このデータをBAYTAPで分析した結果が図1-B, C, Dに示されている。B, C, Dの順にトレンド、潮汐、残差成分の推定値である。図1-Bは気圧を考慮しないモデルで解いたトレンドで、図1-Eの気圧の記録と較べ



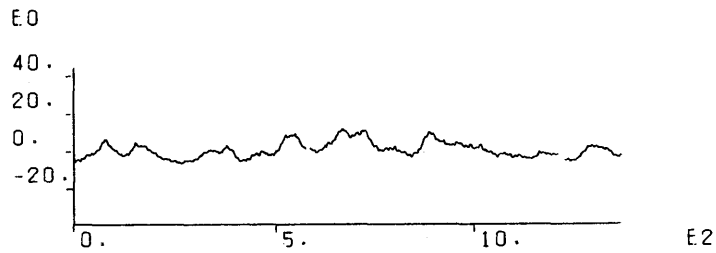


図1-G 気圧変動に対する応答



図1-H 気圧変動を考慮した時の残差

表2. 振巾係数 ( $a_m$ ) の推定値

分潮グループ		主要分潮の角周波数	$a_m$ の推定値		振巾の推定値 Venedikov 法
分潮番号	記号		BAYTAP-G	Venedikov 法	
1-65	Q1	13.399 $^{\circ}/h$	.2419	.2271	.6744
66-91	O1	13.943	.2395	.2468	3.8271
92-113	M1	14.497	.2359	.2260	.2757
114-116	PI1	14.918	.3697	.2746	.1162
117-123	P1	14.959	.2304	.2302	1.6619
124-126	S1	15.000	.5986	3.5166	.6019
127-137	K1	15.041	.1631	.1618	3.5284
138-139	PSI1	15.082	.6479	1.3467	.2338
140-146	PHI1	15.123	.4863	.2772	.0861
147-168	J1	15.585	.2814	.2809	.3425
169-205	OO1	16.139	.2388	.1811	.1210
206-246	2N2	27.895	.5119	.5070	.2968
247-270	N2	28.440	.4733	.4771	2.1102
271-278	ALF2	28.943	.4790*	.3562	.0284
279-288	M2	28.984		.4807	11.1055
289-296	BET2	29.025		.7767	.0547
297-300	LAM2	29.456		.3702	.0631
301-310	L2	29.528		.4708	.3075
311-315	T2	29.958	.6620	.6125	.3858
316-319	S2	30.000	.5318	.5433	5.8395
320-360	K2	30.082	.5120	.5193	1.5190
361-377	M3	43.476	.2174	.2165	.0508

\*ひとつのグループとして計算。

## ATMOSPHERIC TIDE AT ESASHI '80-'81

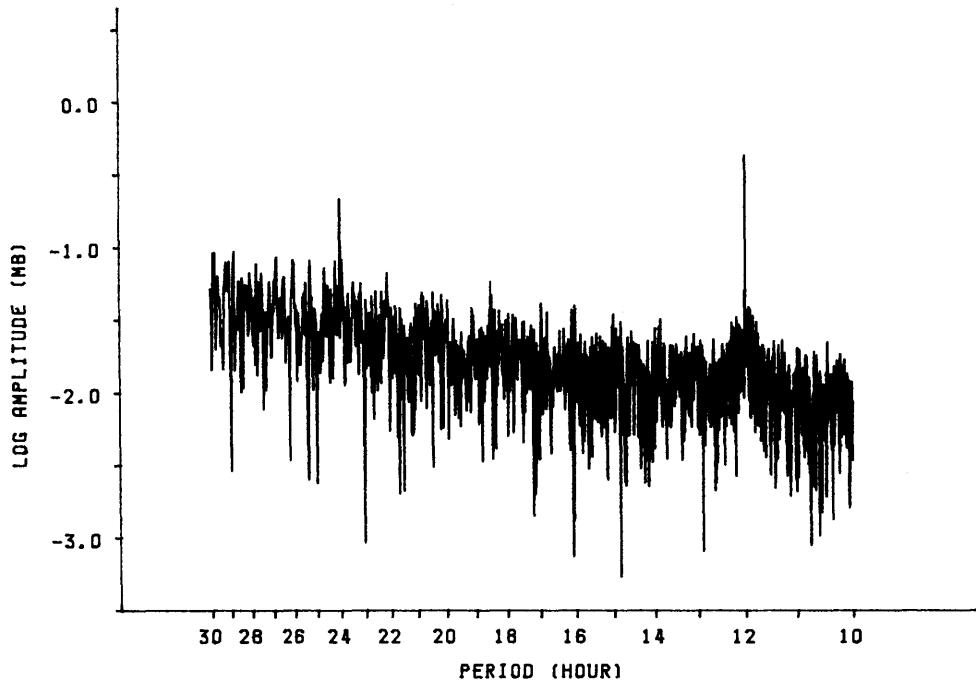


図2.

ると周期が5~8日の気圧変化と良く対応するパターンを示していることがわかる。図1-Fは気圧を含めたモデルで解いた時のトレンドをまた図1-Gは気圧に対するレスポンスパートを示す。これらの図から気圧を含めて解析することによりその影響がレスポンスパートとして有効に吸収されること、それにともないトレンド曲線もなめらかになることがわかる。また1週間程度のゆっくりとした気圧の変化による岩盤の歪が1 mb 当り約  $4 \times 10^{-10}$  であることが知られる。

表2に、1976年6月から1983年6月までの4年間のデータについて各々Venedikov法とBayes法によって解析した結果を示す。Bayes法での解析では気圧に対するラグ数を6(式2.15で  $K=5$ )として気圧の影響を考慮した。データ長が4年間と長いので1年で分離する波は全て別々の分潮群として細く分かれて解析されている。表2において、振巾の大きな  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$ ,  $S_2$  の分潮については2つの方法で得られた振巾係数は2%以内で合っており両者の差はないと言える。図2は江刺での気圧のFFTによる振巾スペクトルを示したもので、気圧のスペクトルは今対象にしているバンドでは短周期から長周期側に向かって増加するバックグラウンドノイズの上に  $S_2$  (12時間周期),  $S_1$  (24時間周期) の所で鋭いピークが立つ構造を持っている。このためVenedikov法の結果では  $S_1$  分潮の振巾係数が桁に較べ著しく大きな値を示しているが、気圧を入れて解析したBayes法ではそのあばれが相当程度吸収されていることがわかる。

このプログラムではトレンド成分の性質を調べる手掛りにするため、そのスペクトルが計算できるようにになっている。一例として図3に解析に使った4年間についてのトレンド成分の平均スペクトルを示す。この図で横軸は角速度で目盛った周波数で、24時間周期の波は角周波数  $15^\circ/h$  の目盛りに対応している。

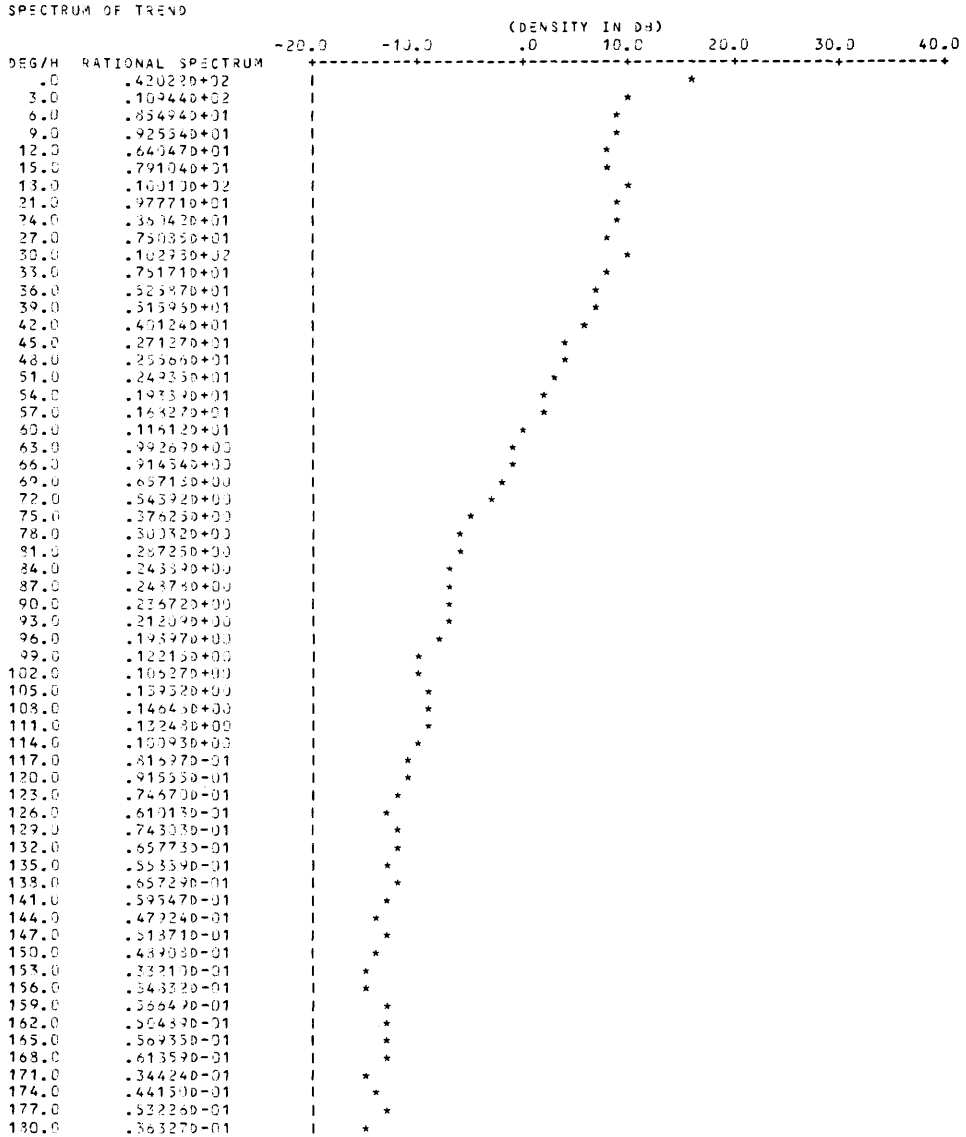


図3.

### 5. おわりに

BAYTAP-G は潮汐の解析ばかりでなく、主として記録に現われる長周期成分や地震時の跳び (strain step や tilt step) を議論の対象とする地殻変動の研究分野にも適用できる。

ここでは示さなかったが、気圧に対する歪データの応答係数  $b_K$  の値はラグの次数  $K$  の取り方に依存する他に、時間的にも変化している。このことは気圧の効果をも帰モデルだけで充分に説明できていないのか、気圧に対する応答が実際に変るのか、又は気圧以外の影響がトレンドや潮汐係数の時間的変化にきいているのか今の所充分に調べられていない。今後より多くの

データにここで使った数学モデルを適用し、モデルの性質を調べてゆく必要があるが、Bayes型モデリングの自由度の大きさ、又判断基準としてのABICの客観性はこのような問題を研究してゆく上でも有効な方法と言える。

## 付 録

### BAYTAP-G への入力データ

#### <データのフォーマット>

このプログラムで処理するためには、データを次の2つのタイプのいずれかの形で用意する必要がある。強いて名付けるとすれば、タイプ0は固定フォーマット、タイプ1は自由フォーマットのデータということになる。いずれにせよ磁気テープかディスクのファイルにしておくとうよい。

#### <固定フォーマット (タイプ0) データ>

レコード

番号	内 容	FORMAT
1.	データのタイトル	(20A4)
2.	北緯, 東経, 標高 <sup>注1)</sup> , 重力値 <sup>注2)</sup>	(4F10.0)
3.	$k$ (キャリブレーションの数)	(I5)
3+1 ⋮ 3+k	年, 月, 日, 時刻 <sup>注3)</sup> , 感度	(3I5, F5.0, F10.5)
3+k+1 ⋮ 3+k+l		
	$d_1, d_2, \dots, d_{12}$ <sup>注6)</sup> , $J$ <sup>注5)</sup> , 年 (下2桁) 月, 日, $m$ <sup>注4)</sup>	(12F4.1, I3, 22X, 3I2, I1)
	(データの本体)	

注1) 単位は m

注2) 単位は  $gal$  ( $cm/sec^2$ ) (分らなければ 0.0)

注3) 世界標準時 (日本標準時-9時間)。次に説明するタイプ1のデータについても同様

注4) 一つのレコードに30分間隔6時間分の12データを収める。したがって一日分は4つのレコードに分れることになる。 $m(1\sim4)$ はその番号。番号  $m$  のレコードの最初のデータは  $(m-1)\times 6$  時のデータとする。

注5) ステップの位置の指定。1レコードに12ケのデータがあるが、その  $J-1$  番目と  $J$  番目のデータの間にはステップがある。

注6) 欠測は4桁のブランクとする。

#### <自由フォーマット (タイプ1) のデータ>

レコード

番号	内 容	FORMAT
1.	データのタイトル	(20A4)
2.	北緯, 東経, 標高, 重力値	(4F10.0)
3.	年 (下2桁), 月, 日, 時刻 <sup>注7)</sup>	(3I5, 2F10.0)
4.	$n$ (データの数), $d$ (サンプリング間隔) <sup>注8)</sup>	
	$r$ (欠測値のマーク) <sup>注9)</sup>	(I5, F5.0, D15.5)
5.	データのフォーマット	(20A4)

6.  $n$  枚のデータを 5 枚目のレコードフォーマットで  
 :

注 7) 最初のデータの時刻

注 8) サンプリング間隔の単位は 1 時間

注 9)  $r$  は正値又は 0 とする.

$r$  が正値の場合: 絶対値が  $r$  より大きいデータは欠測とみなす,  $-r$  より小さいデータの所にステップを仮定する.  $r$  が 0 の場合: 欠測, ステップはないとみなす.

データ  $\{y_i\}$  を解析するにあたって必要な潮汐の理論値を計算するために

1. データのサンプリング間隔
2. 最初のデータの年, 月, 日, 時刻 (世界標準時又は日本標準時)
3. 観測点の北緯, 東経, 標高
4. 理論値の種類と grouping の方法

を指示しなくてはならない. 理論値の種類はどの潮汐現象を観測しているかによって定められるべきものであって,

- a) 重力潮汐
- b) 傾斜潮汐 ( $N-S$  成分)
- c) " ( $E-W$  成分)
- d) 歪潮汐
- e) 海洋潮汐
- f) 潮汐ポテンシャル

の中から選ぶ. 間接的に潮汐効果の加わったデータでどの種類をとるべきか特に指定しない場合には, 潮汐ポテンシャルが採用される. grouping は任意に設定できるが, データの長さに応じた自然な分け方があり, 伝統的な Venedikov の方法でこれが採用されている. BAYTAP-G を使うときも grouping を特に指定しなければこの grouping が採用される.

## 参 考 文 献

- Akaike, H. (1973). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *2nd Inter. Symp. on Information theory* (eds. Petrov, B.N. and Csaki, F.), Akademiai Kiado, Budapest.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification, *IEEE Trans. Automat. Control*, AC-9, 716-723.
- Akaike, H. (1980). Likelihood and Bayes procedure, *Bayesian Statistics*, (eds. Bernardo, J.M., De Groot, M.H., Lindley, D.U. and Smith, A.F.M.), University press, Valencia, Spain.
- Cartwright, D.E. and Taylor, R.J. (1971). New computations of the tide-generating potential, *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, **23**, 45-74.
- Cartwright, D.E. and Edden, A.C., (1973). Corrected tables of tidal harmonics, *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, **33**, 253-264.
- 石黒真木夫 (1981). ベイズ型季節調整モデル, 数理科学, **213**, 57-61.
- Ishiguro, M. (1981). A Bayesian approach to the analysis of the data of crustal movements, *J. Geodetic Soc. of Japan*, Vol. **27**, 4, 256-262.
- Ishiguro, M. (1984). Computationally efficient implementation of Bayesian seasonal adjustment procedure, *J. Time Series Analysis* (to appear).
- Ishiguro, M., Akaike, H., Ooe, M. and Nakai, S. (1983). A Bayesian approach to the analysis of earth tides, *Proc. 9-th international symposium on earth tides*, (ed. J.T. Kuo), E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.

- 石黒, 荒畑 (1982). ベイズ型スプライン回帰, 統計研彙報, 29巻1号, 29-36.
- 石黒・田村 (1984). 潮汐解析プログラム BAYTAP, 第52回統計学会報告集.
- 北川 (1981). 異常値解析ベイズモデル, 数理科学, 213, 62-66.
- Lambert, A. (1974). Earth tide analysis and prediction by the response method, *J. Geodesical Res.* Vol. 79, 32, 4952-4960.
- Melchior, P. (1978). *The tides and the planet earth*, Pergamon Press, Oxford.
- Melchior, P. and Venedikov, A.P. (1968). Derivation of the wave  $M_3$  ( $8^\circ$ . 279) from the periodic tidal deformations of the earth, *Phys. Earth planet*, 1, 363-372.
- Meyer, F.D. (1980). A study of various harmonic analysis methods for earth tides observations, *Marees terrestres bulletin d'informations*, 83, 5187-5235.
- Munk, W.H. and MacDonald, G.J.F. (1960). *The rotation of the earth*, Cambridge University Press.
- Munk, W.H. and Cartwright, D.E. (1966). Tidal spectroscopy and prediction, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, Ser. A, 259, 533-581.
- Ooe, M. and Sato, T. (1981). An extended response method for analysis of disturbed earth tides data, *Proc. 9-th Inter. Sympto. on earth tides*, 299-310.
- 坂元・石黒・北川 (1983). 情報量統計学, 共立出版.
- 佐藤・大江・佐藤 (1980). 江刺地球観測施設における潮汐歪の観測, 測地学会誌, Vol. 26, No. 1, 35-49.
- Venedikov, A.P. (1966a). Sur la constitution de filters numereriques pour le traitement des enregistrements de maree terrestre, *Acad. Roy. Belg. Bull. Cl., Sc. 5*, LII, 827-845.
- Venedikov, A.P. (1966b). Une methode pour l'analyse des marees tereestres a partir d'enregistrements de longueur arbitraire, *Obs. Roy. Belg. Comm. 250*, Sr. Geoph. 71, 437-459.

Tidal Data Analysis  
—an introduction to BAYTAP—

Makio Ishiguro

(The Institute of Statistical Mathematics)

Tadahiro Sato, Yoshiaki Tamura and Masatsugu Ooe

(International Latitude Observatory of Mizusawa)

The purpose of the present paper is to show the construction and the use of BAYTAP, the BAYesian Tidal Analysis Program, which is an implementation of the Bayesian tidal analysis procedure which is already published by Ishiguro et al. (1983), and Ishiguro (1980).

The technique adopted is essentially the same with that adopted in the BAYesian SEasonal Analysis procedure (BAYSEA) developed by Akaike and Ishiguro (1980).

The necessity of such a sophisticated method for the analysis is justified in Section 1 by reviewing the history of the tidal analysis.

The Bayesian method of analysis is compactly described in the second section.

The third section is designed to serve as an elementary manual of BAYTAP, with illustrative examples.