

なる(図4)。このような場合には常時微動に振幅の小さな地震波が混入したと考え

(観測値) = (常時微動) + (地震波) + (観測雑音) という表現を考えるのが自然である。常時微動, 地震波, 観測雑音の成分がそれぞれ適当な時系列モデルで表現できるものと仮定すると次の分離モデルが得られる (Kitagawa (1983b)),

$$y(n) = r(n) + p(n) + w(n)$$

$$r(n) = \sum_{i=1}^m a(i)r(n-i) + u(n)$$

$$p(n) = \sum_{i=1}^{\ell} b(i)p(n-i) + v(n)$$

これより

$$F = \begin{pmatrix} a(1)\cdots a(m) \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}^t$$

を用いると観測値を表現する状態空間表現が得られ各成分への分解が可能となる。図5はこの方法による図4のデータの分解である。地震波形が常時微動から分離され図4よりも地震波の存在が鮮明になっている。データ右端においても地震波が分離されていることも注目値する。

謝 辞

地震記録を提供され, また問題提起をされた北海道大学理学部地震予知センターの高波鉄夫氏に感謝します。

参考文献

Kitagawa, G. (1983a). Changing spectrum estimation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 89, No. 4.

Kitagawa, G. (1983b). State space modeling of nonstationary time series and smoothing of unequally spaced data, *Proceedings of*

the Symposium on Time Series Analysis of Irregularly Observed Data, Lecture Notes in Statistics, Springer-Verlag.

Ozaki, T. and Tong, H. (1976). On the fitting of non-stationary autoregressive models in time series analysis, *Proc. of 8th Hawaii Int. Conf. in System Sciences*, Western Periodical Company, 224-226.

坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎(1983). 情報量統計学, 情報科学講座 A.5.4, 共立出版.

横田 崇, 周 勝奎, 溝上 恵, 中村 功(1981). 地震波データの自動検測方式とオンライン処理システムにおける稼働実験, 地震研究所集報, 55, 449-484.

Screening Out Micro Earthquakes
—Automatic Detection by Time Series Models—

Genshiro Kitagawa

The following three topics arisen in the analysis of micro earthquake data are shown ;

- (1) Automatic detection of the arrival time of P and S waves.
- (2) Estimation of the changing spectrum.
- (3) Extraction of the micro earthquake from noisy data.

The analysis is based on the nonstationary time series modeling by the minimum AIC procedure. The state space representation of the models and Kalman filter/smoothing methodology are exploited for the efficient computation of the likelihood functions and the state estimation.

なわばりのパターンを測る

種 村 正 美

1. はじめに

森や林の中に足を踏み入れるとき耳にする小鳥たちのさえずりは, 天気の良い日にはいかにもどこかである。しかし, これはたいていの小鳥たちにとって, それぞれ自分の「なわばり」を宣言す

るための示威行動であって、自己の生存に欠かせない必死の行動なのである。なわばりとは、少しげんみつに言えば、「ある動物個体や動物の群れが、餌をとったり、子孫を増やしていくなどのために必要とする領域で、公然とした防衛行動や示威行動を通じて排他的に占有する領域」である。ある小鳥Aのなわばりに他の小鳥Bが近づいてくると、Aのさえずりは激しくなり、BがAのなわばりの中に入ろうとすると、AはBを追い払おうとする行動に出る。BがAのなわばり中心に近づけば近づくほど、この反応は激しさを増す(図1参照)。これに似た現象は、多くのなわばり性動物で実際に観察報告がなされている。

さて、このようななわばり行動の結果、同種の動物集団が生息地につくるなわばりのパターンはどうなるだろうか? 図1の曲線によれば、侵入者は結局はなわばりの外へ追い出される。どのなわばりにもこのような作用が働くから、隣りあう二つのなわばりの中心は互いに距離を保つようになる。したがって生息地全体においては互いに間隔の保たれたなわばりのパターンが起き上がることになる。それでは、なわばりのパターンが観察されたとき、その動物のなわばり行動様式に関してどんなことがいえるだろうか、あるいはなわばりパターンの形成プロセスに関してどんな事がいえるだろうか?

この問題について、生態学の分野で重要な研究課題の一つとして捉えられ、従来から研究が続けられてきている(これには我が国の研究者の貢献

が大きいことを付け加えておきたい)(森下(1976))。しかし、統計学の分野で、これを空間におけるパターンの統計の問題として扱われるようになったのは比較的最近である(例えばRipley(1981))。

2. 個体間相互作用と配置パターン

われわれは以下では生息地は十分広く、地形などの環境条件は一樣という状況を想定して議論をすすめる。このとき一つのなわばりが単独で存在するとき、その形は円形となるであろう。そこで個体群の密度(単位面積あたりの個体数)が十分低いときには、生息地に円形のなわばりがそれぞれほぼ独立に確保されることになる。しかし密度が高くなると、個々のなわばりは互いに独立でありえず、一つのなわばりの存在が他のなわばりの配置に影響する。このことが、はじめに述べたような図1の相互作用のもとでは、互いに間隔をおいた配置パターンをもたらすのである。

さて、なわばり性動物の間でも種類によって、なわばり行動の激しさ、すなわち個体間相互作用の程度が違っていると考えられる。そのような実例として、スナガニにおける観察例を挙げよう。スナガニの数種について、それぞれの種の個体群ごとに各巣穴からそれにもっとも近い巣穴までの距離が測られた(Ono(1965))。これから得られた頻度分布曲線について、二つの種については密度の増大とともに最短距離の減少がみられたが、別の二種では最短距離の減少がみられず、分布曲線の傾きの増大のみがみられた。このことは、スナガニにおいては、前の二種では相互作用が柔らかいのに対し、他の二種では固い相互作用をもっていることを意味している。

この例では、いくつかの密度における配置パターンから相互作用の違いが定性的に見い出された。しかし、ある密度における個体配置パターンにおいて、それがある程度の大きさの標本であれば、相互作用の違いがその中にすでに反映されているはずである。そして、パターンに関するデータから相互作用に関する情報をとり出すことができるであろう。どの程度の情報が得られるかは配置データのタイプにも依存する。われわれは、すべての個体の位置座標が与えられたとき、個体間相互作用を距離の関数として求める統計手法を提示し、その応用を試みている(Ogata・Tanemura

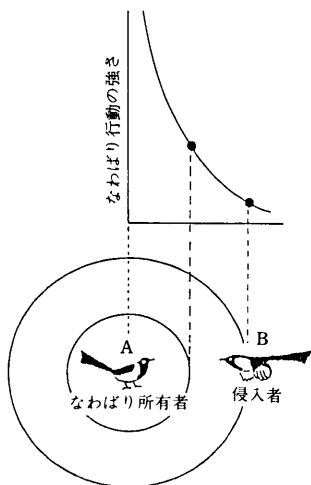


図1.

(1981, 1983), 種村・尾形(1981)). 以下では, それをとくになわばりのパターンを測ることに眼目をおいて紹介する.

3. 配置パターンから相互作用を推定する

問題を定式化するために, まず, 十分広い生息地 V の中に N 個体が生息しているものとして, それらの位置座標を x_1, x_2, \dots, x_N としこれらをまとめて X で表わす. X は与えられた配置パターンに関するデータで, われわれの統計解析の出発点となる.

いま, 個体相互作用を二つの個体間の距離 r に依存するポテンシャル関数 $\Phi(r)$ とよばれるもので表現する. そして, 配置パターンは関数 $\Phi(r)$ のもとで, 全ポテンシャル $U_N(X) = \sum_{i < j}^N \sum_{i < j}^N \Phi(r_{ij})$ ($r_{ij} = |x_i - x_j|$) が出来るだけ低くなるようにお互いの位置が十分調整された平衡な配置の一つであると仮定する. そうすると X を確率変数と考えるとき, その確率密度は

$$(1) \exp(-U_N(X))/Z(\Phi; N, V)$$

となる. ここで分母の $Z(\Phi; N, V)$ は規格化因子である.

さて, 推定しようとする $\Phi(r)$ の形とスケールはパラメータ θ で規定されるとして, ポテンシャル関数の族を $\{\Phi_\theta(r)\}$ で表わす. すると, 問題は, 「与えられた X はどんなパラメータ値 θ をもつポテンシャル関数の下での平衡配置と考えるのが

一番尤もらしいか?」を問うことに帰着される. この θ を求めるための評価関数(対数尤度関数)は (1)式から

$$(2) L(\Phi_\theta; X) = -\sum_{i < j}^N \sum_{i < j}^N \Phi_\theta(r_{ij}) - \log \bar{Z}(\Phi_\theta; N, V)$$

で与えられる. 最適のパラメータ値 $\hat{\theta}$ は $L(\Phi_\theta; X)$ を最大にする θ である. ただし, \bar{Z} は相互作用が全くない場合 ($\Phi_\theta \equiv 0$), すなわち, Poisson パターン(あるいは理想気体)に対して, $L \equiv 0$ となるように, 選んだ規格化因子である. 評価関数 L を最大にするためには, \bar{Z} がパラメータの関数として与えられていなければならないが, これは一般には困難である. しかし, ポテンシャルの関数形を限定すれば, これが可能となる.

われわれはポテンシャル関数として, スケールパラメータ σ のみをもつ $\Phi_\sigma(r) = \Phi_1(r/\sigma)$ のタイプに限定し, 図2に示すような, 柔らかいものから固いものに至る種々のモデルについて, $\log \bar{Z}$ を近似的に求めた. そして, 与えられた配置について, おのおののポテンシャルモデルをあてはめるときに最適となる σ が得られるようになった. 次に, あてはめたモデルのうち, どのモデルを選択すべきであるかを評価するために, われわれは最小 AIC 法を用いた. 以上の手続きの妥当性はシミュレーションでチェックされた.

ここで実際のデータへの適用結果を一つ示そう. 図3はカモメの一種, Gray Gull の巣の配置

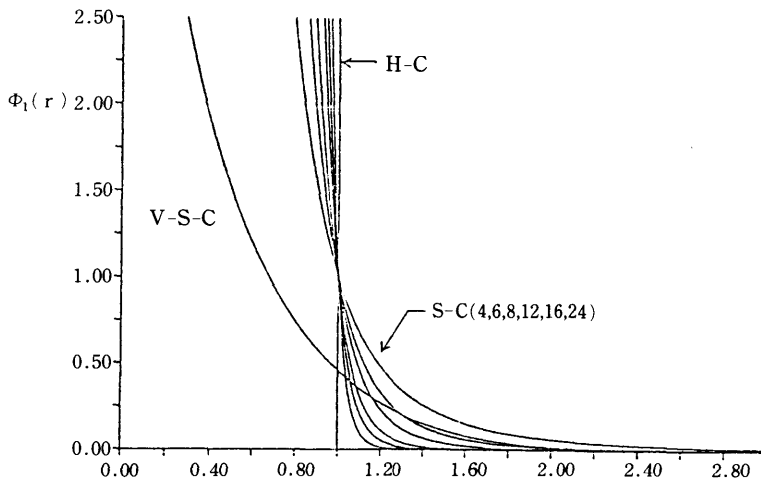


図2.

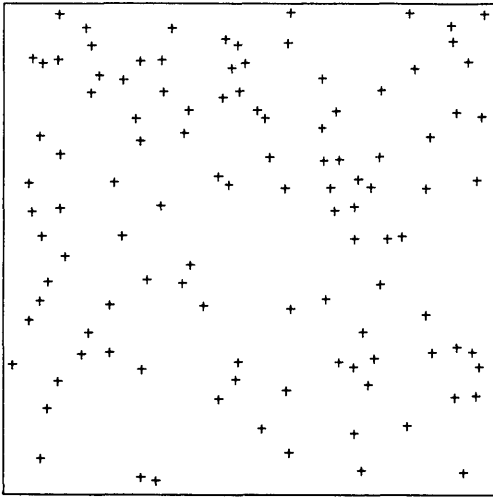


図3.

パターンである ($V=100$ メートル $\times 100$ メートル, $N=110$) (Howell・Araya・Millie(1974)).

このカモメはなわばり性動物であって、個々のなわばりは、それぞれ、巣のまわりに確保されている。この営巣地には草木は生えておらず、地形も一様で、均質な環境条件下にあるとみなされる。上の手続きによって推定したポテンシャルはあてはめたモデル族の中では中程度の固さであった。この結果がどの程度データを再現するかを見るために、得られたポテンシャルとスケールパラメータ値から平衡配置を生成して、動径分布関数(RDF)を比較したのが図4である(●はデータのRDF; △△△は推定されたポテンシャルに対する200個の平衡配置から得たRDFの平均)。結果は良好であることがわかる(講演ではその他のいくつかの適用例についても説明)。

謝辞

相互作用推定法の共同研究者である尾形良彦氏に感謝します。

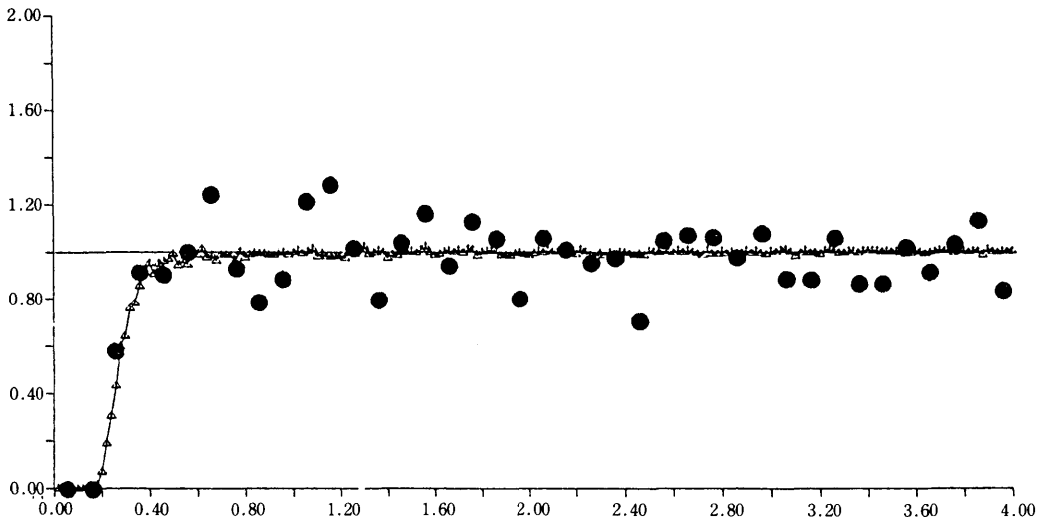


図4.

参考文献

- Howell, T.R., Araya, B. and Millie, W.R. (1974). Breeding biology of the Gray Gull, *Larus modestus*. *Univ. Calif. Publ. Zool.*, **104**, 1-57.
 森下正明(1976). 「動物の社会」, 生態学講座 19, 共立出版.
 Ogata, Y. and Tanemura, M. (1981). Estimation

of interaction potentials of spatial point patterns through the maximum likelihood procedure, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **33B**, 315-338.

Ogata, Y. and Tanemura, M. (1983). Likelihood analysis of spatial point patterns, *J. Roy. Stat. Soc. (to appear)*.

Ono, Y. (1965). On the ecological distribution of ocyroid crabs in the estuary, *Mem. Fac.*

Sci. Kyushu Univ. Ser. E (Biol.) 4, 1-60.
Ripley, B.D. (1981). *Spatial Statistics*, Wiley, New York.

種村正美・尾形良彦 (1981). 点の空間配置パターンを測る——なわばりの生態学——, 数理科学, No. 213, 11-16.

Analysis of Spatial Patterns of Territory

Masaharu Tanemura

Territories of animals often show a regular or a spaced-out pattern owing to a repulsive interaction which comes from territorial aggressions between individuals. The difference in the degree of repulsiveness between different animal species may be reflected on the spatial patterns of territory. The likelihood procedure for estimating such interactions as potential functions developed by Ogata and Tanemura is briefly reviewed. The mapped data of gull's nests are analyzed as an example and a potential is estimated from a certain family of repulsive interaction potentials using approximated log likelihoods which are valid up to a rather high population density.

算術平均についての極限定理

一渡辺孫一郎と A.A. マルコフの業績—

清水良一

互いに独立でない確率変数列について先駆的な仕事をした, この二人の研究者の業績の一部を紹介したい。

A.A. マルコフ (1856—1922) は A.M. リアプノフ (1857—1918) らと共に, St. ペテルスブルグ派の創始者 P.L. チェビシエフ (1821—1894) の弟子である。そのチェビシエフは, 数論, 解析学, 力学など多方面で活躍した人で, 確率論関係では,

【C1】 1867 平均値について (チェビシエフの不等式と, 大数の弱法則の導出)

【C2】 1887 確率論における 2 つの定理 (独立な変数列の中心極限定理)

など 4 つの論文を書いている。マルコフがこの分野で遺した仕事は, 主としてこの 2 つの論文の発展, とくに, 独立でない場合への拡張である。【C1】でチェビシエフは次のことを証明している。

“ X_1, X_2, \dots, X_n は互いに独立な確率変数で, それぞれの X_k は平均値 μ_k と有限の分散 σ_k^2 をもつとする。 $\bar{X} = (X_1 + \dots + X_n)/n$, $\bar{\mu} = (\mu_1 + \dots + \mu_n)/n$ とおく。このとき, もし

$$(1) \sigma_k^2 \leq C < \infty, k=1, 2, \dots, n$$

ならば

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \Pr\{|X - \bar{\mu}| \leq \varepsilon\} = 1, \varepsilon > 0$$

が成り立つ。”

チェビシエフの証明をみればすぐ分るように, 条件 (1) はもっと弱い

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sigma_k^2 = 0$$

でおきかえることができる。マルコフは

【M1】 1907 互いに独立でない変数列についての大数の法則

の中で, 次のように述べている。“チェビシエフの条件 ((1) あるいは (3)) は, 独立変数の場合に限定してさえ, 大数の法則が成立するすべての場合をつくしているというにはほど遠いものである。私はこの論文で, 大数の法則が成立するための必要十分条件を導こう, と考えている訳ではない。そうではなくて, 変数が互いに独立ではない場合であっても, 十分に一般的な条件のもとでチェビシエフの結論が成り立ち得ることを示したいのである。”

さて, 条件 (3) は, もっと一般に

$$(4) \lim E(\bar{X} - \bar{\mu})^2 = 0$$

でおきかえることができる。それは, チェビシエフの不等式から明らかであろう。チェビシエフの場合は変数の間の独立性を仮定しているので, (4) と (3) が同等な条件になっているに過ぎない。マルコフは (4) が成り立つような範囲で, X_1, X_2, \dots, X_n の間の独立性の条件がどこまでゆるめられるかを検討したのである。いいかえれば, マルコフは独立性の条件をはずすに当って, 条件 (4) が満足されるような構造を変数列 X_1, X_2, \dots, X_n のなかに導入したのだ, といってよい。最も簡単な場合としてマルコフがまず取りあげたのは, 条件 (1) が成り立つ場合である。

$$E(\bar{X} - \bar{\mu})^2 \leq \frac{1}{n^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \sigma_k^2 \right.$$