

ウミネコの生態調査Ⅱ

—巣の配置の地図作成—

統計数理研究所 樋 口 伊佐夫
" 種 村 正 美
" 小山田 和 枝
" 長谷川 政 美

(1980年9月受付)

An Ecological Survey on Japanese Gulls, II —Methods of Mapping of Nests—

Isao Higuti, Masaharu Tanemura, Kazue Oyamada
and Masami Hasegawa
(The Institute of Statistical Mathematics)

In this part of our successive reports are described some techniques of mapping the nests of Japanese Gulls under investigation. Our study covers both field works and data processings. The main sources of our data are the photographs taken from a balloon and the informations about the local topological relations and the distances between nests obtained by field works on land.

As for the methods of estimating the positions of nests from the incomplete data of inter-nest distances, 6 different methods are tried to be put in calculations; among them 2 are those described by ROHLF and ARCHIE [2] and others are contrived by us to meet the purpose of the present study. These are described and classified by means of the concept of graphs, in order to clarify the combinatorial character of the data collecting and analysis. Coincidence of the results of the different methods is discussed by evaluating some statistical quantities, which represents the average of longitudinal differences between the estimated points for the same nest, as well as some other quantities which show the change of the local topological structure of the configuration of nests by using different methods.

1. はじめに

この報告ではウミネコの巣の配置の地図作成について述べる。巣の地図はなわばりの研究の基礎資料となるので、地図作成は生態研究における重要な作業である。まだ経験が浅く、最良の方法を確立するには到っていないが、これまでに試みたいくつかの方法について、測定の現場作業とデータ解析との両面にわたって概要を述べる。それらの中で、巣間距離を推定することによって巣の位置の推定を行う部分は、測定手段、データ処理、誤差評価、定性的情報の利用など、いろいろの問題が含まれていて興味深い。この論文ではグラフの概念によって測定推定方式のパターンを記述してみた。この種の構造に対してきわめて自然で、筋道を明確にしたり、分類をしたりするのに役立つと思われたからである。特に方式の系統的研究や理論的分析を意図したわけではない。また今回用いたデータは特定年度の一地点のものである。異なる年度、地点のデータの比較検討も方法の検討と共に、今後の課題である。

2. 方法の概略とデータの質

巣は直径10数cmの浅い円形の窪みである。それは成鳥一羽が安定よく坐れる円座のようなもので、営巣する番いは交替でそこに坐って卵を温めている（文献[1]参照）。巣の中心は一応円の中心と定義するが、完全な円になっているわけでもなく、測定誤差を別にしても1cm程度のあいまいさは附隨しているものと考えねばならない。

測定領域は比較的起伏の少ない、一辺10~20mの長方形領域とし、その四隅とその他の数ヶ所に柱を立てて限定する。これらの柱の位置は巣の配置のマッピングにおいて基準点となる（文献[1]の図1参照）。

マッピングの手段としては、次の二つを考え試みた。

A. 営巣地に入って巣間距離を巻尺で実測し、それから巣の位置を計算して出す。

B. 気球からの空中撮影の写真における巣の位置を方眼紙にうつして座標を測定する。ただしこの場合は、巣の同定のために、実地踏査による情報（地上写真および方法Aの情報）を併用する必要がある。

方法A, Bの双方を行うことにより、エラーチェック・カリブレーションを相互に行うことができる、巣の位置の確度、推定精度を格段に高めることができる。方法Bでは勿論のこと、方法Aでも巣の同定は巣間距離の測定におとらず重要である。このため営巣地を踏査する際、巣につづつ番号を指定し、各巣のそばにその番号を記した竹製の立て札をたてた。また地上ではあちこちの角度からインスタンス写真を撮り、その場でそれに巣番号を書き入れた。

かくてマッピングのための基礎情報としては、(1)柱の位置、(2)巣間距離の実測値、(3)地上における状況写真（巣番号が記入されている）、(4)空中からの鳥瞰写真がある。まずこれらのデータの質について述べておく。

(1) 柱の場所は一点から出発し、トランシットと巻尺を用いて長方形の四隅を順々にまわるようきめていったものである。最後にまわってもとに戻ったときに、最初の出発点とは10cm以内のくい違いしかなかった。これは相対誤差が1%以内ということを意味し、地形には起伏があるので、この方法でこの程度の誤差はやむを得ない。

(2) 最初に柱に近い一つの巣を巣番号1の巣とし、 P_1 であらわす。 P_1 の近くに他の巣をつけ、巣番号2を与え P_2 とし、 P_1 と P_2 の距離を測定する。つぎに第3の巣 P_3 をみつけ、 P_1 と P_3 、 P_2 と P_3 の距離を測定するとともに、 P_3 が P_1 、 P_2 を通る直線のどちら側にあるかを記録しておく。 P_3 を選ぶときは、 P_1 、 P_2 、 P_3 のつくる三角形が扁平にならないよう、なるべく正三角形に近くなるよう配慮する。つぎに第4の巣 P_4 をみつけ、 P_1 、 P_2 、 P_3 との距離をそれぞれ測定する。これをすゝめてゆく。一般に第*i*番の巣 P_i を指定したとき、*i*よりも前に既に指定された巣の中の3個乃至5個との間の距離をそれぞれ測定する。この際 P_i からの方向がなるべく同一直線上にないようなものを選ぶ。また P_i のまわりに一定の向き（たとえば反時計まわり）にまわるような順で測定値を記録しておく。柱と巣の位置関係を確定するため、柱を巣のごとく扱い、巣番号の何番が柱であるかがわかるよう備忘を書き添えておく。

この測定の作業は、営巣地に人間が立入って行うため、大きな動物の侵入により、鳥の集団は一大パニックを起し、喧噪をきわめ、時には襲撃してくる。そうした中の測定であり、しかも地形、雑草の障害もあって、精密な測定は期し難い。それにもかゝわらず、くりかえしの測定の相対誤差は1%程度である。また測定距離は長めに出る傾向があり、系統的誤差を含む。これは恐らく地面の凹凸のためと思われる。

(3) 地面に立って鳥瞰的に眺め下した写真からは、数mの範囲にある巣の位置関係がわかる。

(4) 空中写真による方法では、誤差の累加がないだけに、巣の同定が間違いなく行われさえすれば、巣の位置について、巣間距離から計算するよりも、むしろよい推定値が得られるものと考えられる。

さてこのような諸データを用いて巣の配置の地図を作成する手続きを述べよう。まず前述の方法 B、すなわち航空写真的方法では、方眼紙から読みとった座標に対し、柱間距離の実測を考慮して適当にアフィン変換を施すだけなので、これ以上詳しくは述べないが、結果は他の方法の際に用いたり比較したりされるので、これを“方法 0”と呼ぶことにする。

問題は巣間距離の測定値から巣の相対位置を推定することである。F. J. Rohlf と J. W. Archie は森林の樹間距離の測定値から樹の位置を推定する方法について記述している [2]。方法は二つあって、一つは三角形法と呼ばれるもので、三角形を解くという初等計算をもとにして、逐次一つづつ（測定順に対応して）、巣の位置をきめてゆくものである（方法 1 と呼ぶ）。いま一つは、J. B. Kruskal が多次元尺度構成に使った最小二乗法 [3] を少し修正したものを適用し、一挙に全部の巣の位置をきめる方法である（方法 6 と呼ぶ）。われわれはまずこれらの方法を試みた。

三角法では誤記などによる全く誤ったデータがあると、少しあとから不整合の影響が拡大されて出てくるので、データスクリーニングに役立つ。しかし誤差の累加も大きく、終りの方ではまざいデータの発見にもあまり役立たない。方法 6 ではまざいデータが混っていると、全体が変な結果となるが、その原因を探る手がかりが得にくい。

そこで、まず測定に対応した順序で一つづつ巣の位置を最小二乗法できめて行くことを考えた。（これを方法 2 とする）。データの訂正が完全でない段階では、方法 1 と方法 2 の結果の差異が大きかったため、差異の原因を追求するため、最小二乗法で逐次きめた点をもとにして、三角形法で次の点を推定してみた（方法 3）。

方法 1～3 では各 P_i の位置の推定に際し、まわりの全部の点の情報は利用していない。また柱を基準点にするためには、一たん計算した上で、適当なアフィン変換を行わねばならないが、その変形は場所的に公平でない。また方法 6 のように一挙にきめると、前述のような欠点が生じる。このような欠点をなくし柱が基準点に自然に落着くようにという目的で、次の方法を試みた。逐次一つづつ推定してゆくことは方法 1～3 と同じであるが、ある P_i を推定しようとする際、 P_i との距離の測定された相棒の点すべてを基準点として、最小二乗法を適用する。最初は他の方法で得られた値を基準点を座標に用いるが、推定されるたびに次々に推定値と取かえてゆく。そして最後の P_n が終ってもやめず、それまでを 1 ラウンドとして始めからくりかえす。何ラウンドか行って収束したように見えた所でやめる。この際柱の位置は 1 ラウンドごとに少しづつ移動させて目的のところにもってゆく（これを方法 4 とする）。

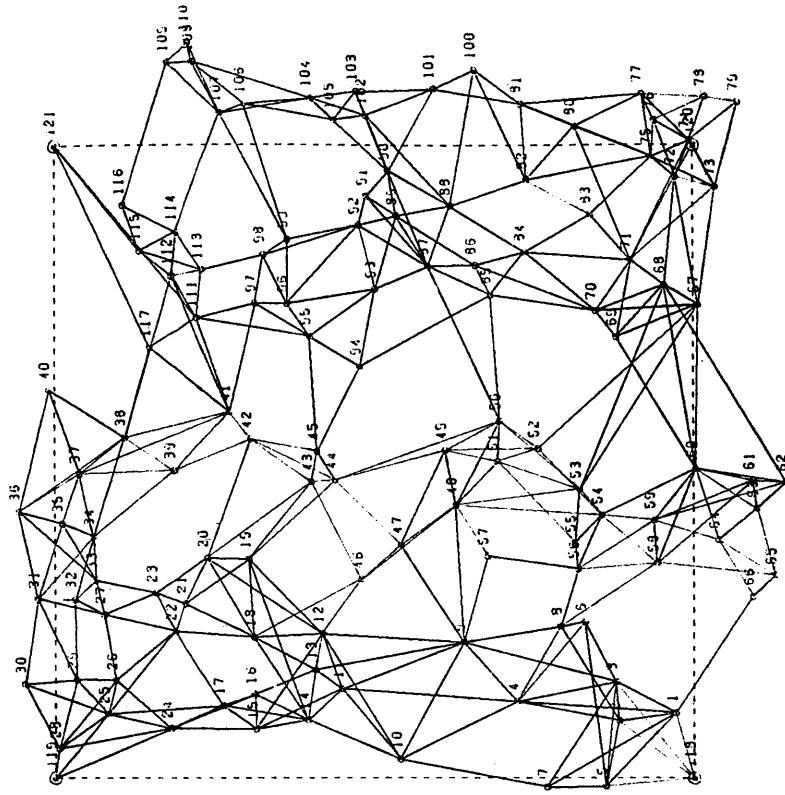
Rohlf らの方法（方法 6）では、普通の最小二乗法と少し異り、Kruskal のストレス係数を修正したもの（ S と記す）を最小にする。方法 2～4 では目的関数は推定座標を用いて計算した距離と実測距離の差の二乗和（ Q と記す）である。それで方法 6 で目的関数だけを Q に変えたものも試みた（方法 5）。

このようにいろいろ試みたが、まだ“完全に正しい地図”と自信をもって言えるものを作りあげるには到っていない。ここではこれらの方の羅列と比較にとどめる。

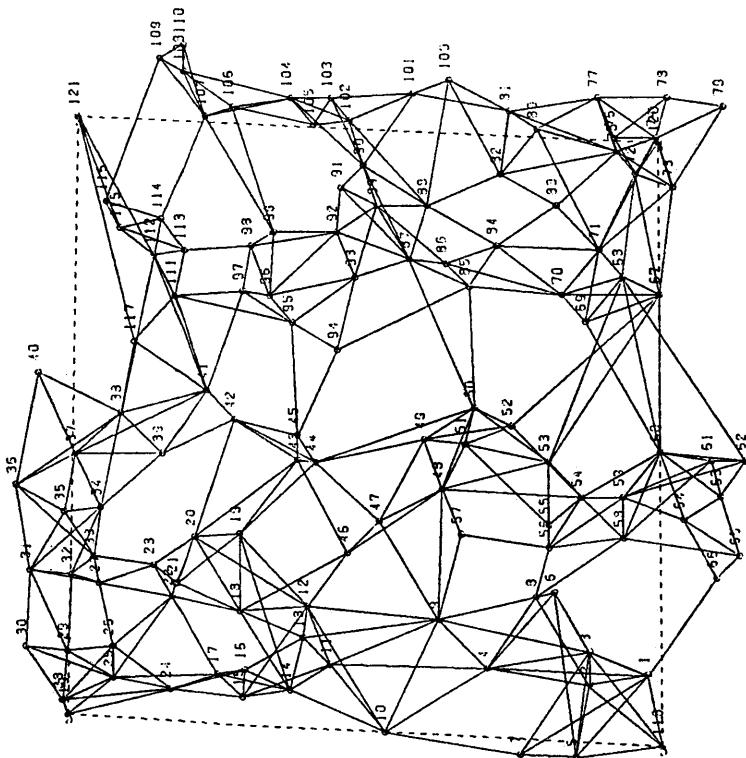
これらの方法のなお具体的な詳細についてはあとで補足説明する。

3. 結果の概要

われわれはこれまでに、昭和 54 年、55 年の 2 年度にわたり、2 地区ずつ測定を行ったが、ここではデータを昭和 54 年度測定の B 地区（巣の数：121、柱の数：4）に限り、これに上記の諸



1



2

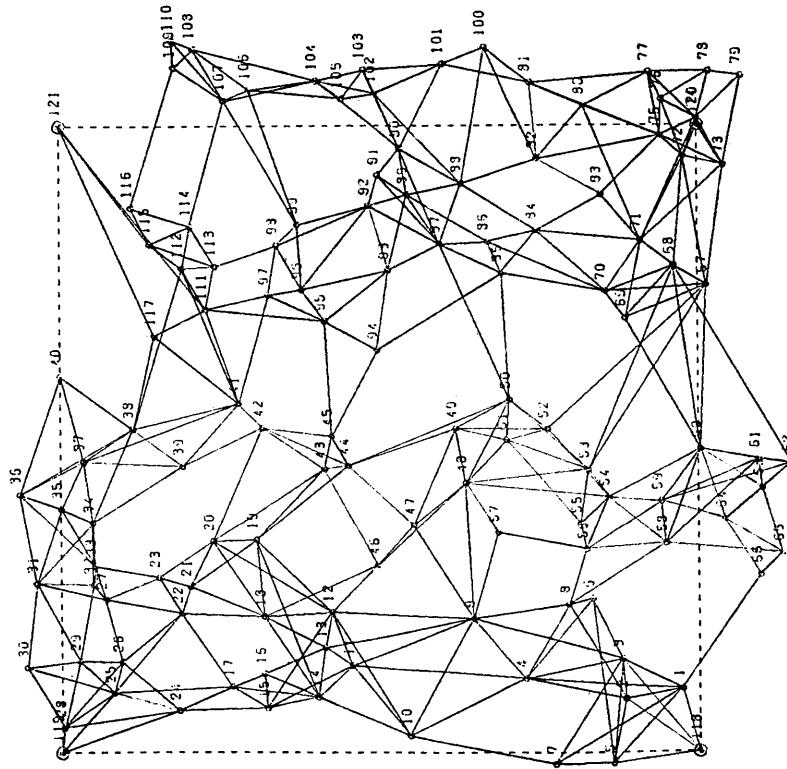


図 3

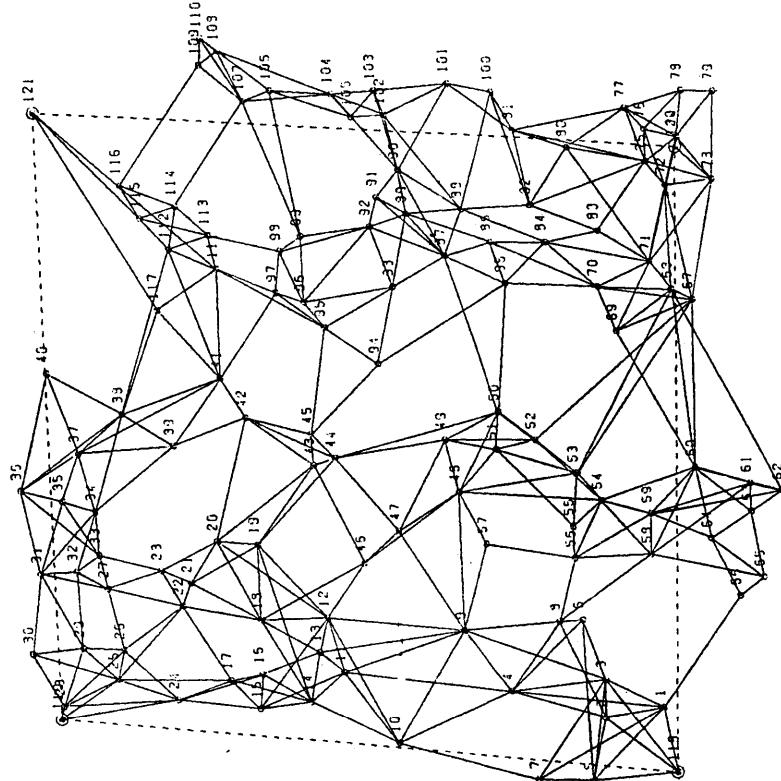


図 4

方法を適用した。図1, 2, 3, 4はそれぞれ、航空写真測定データ（方法0）、方法1による推定値、航空写真データを初期値にした方法4の結果、同じく航空写真データを初期値にして方法6で計算した結果を地図にしたものである。図の実線は対応する巣間距離が実測された線分であることを示す。

図は省略したが、方法5と方法6は殆んど同じ結果を生じる。ただし用いる初期値に依存してかわる。これは目的関数よりはむしろ方法5と6に共通のスキームに問題のあることを示唆している。関数 Q や S は n が少し大きいと非常に多くの極小点をもつ。そしていろいろの原因で、最小値を見つけるために、 P_i を同時に動かしても、どこかの極小点の近くで停留してしまうようである。非常に多くの次元の空間の中で真の最小値をみつけることはむつかしい。しかも地図作成の究極目的からするとただ目的関数の値を小さくしさえすればよいとは言いきれない。

方法2, 3においても初期値を与える必要があるが、結果は初期値に殆んどよらない。最小値に到達しているからであって、そのことはいくつかの例について徹底的に調べた結果確信できる。

方法4は、方法2と方法5, 6との中間的性格をもっている。方法4と方法5とは、もし共に真の最小点に到達しているなら同じ結果を生じる筈であるが、現実は異った値となる。しかし方法4の結果を初期値として方法5を行うと、結果はその初期値とあまり異らない。ということは方法4を行ったとき、最小点とはいひ難いが、ある程度いい所に停留することを暗示しているように思われる。

最小残差だけを目標にするわけにゆかない一つの理由は、なわばりの研究などでは、巣の局

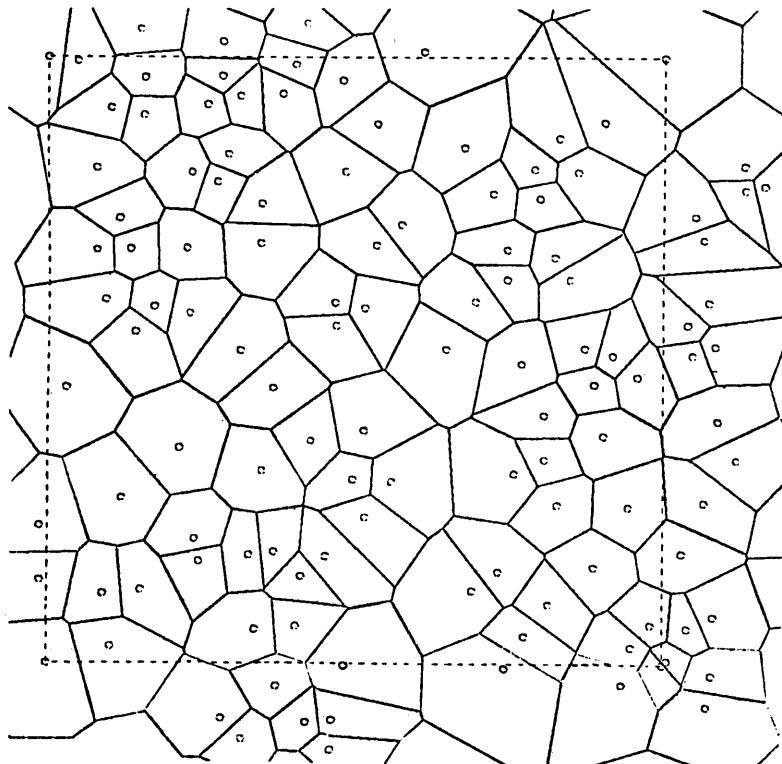


図 5

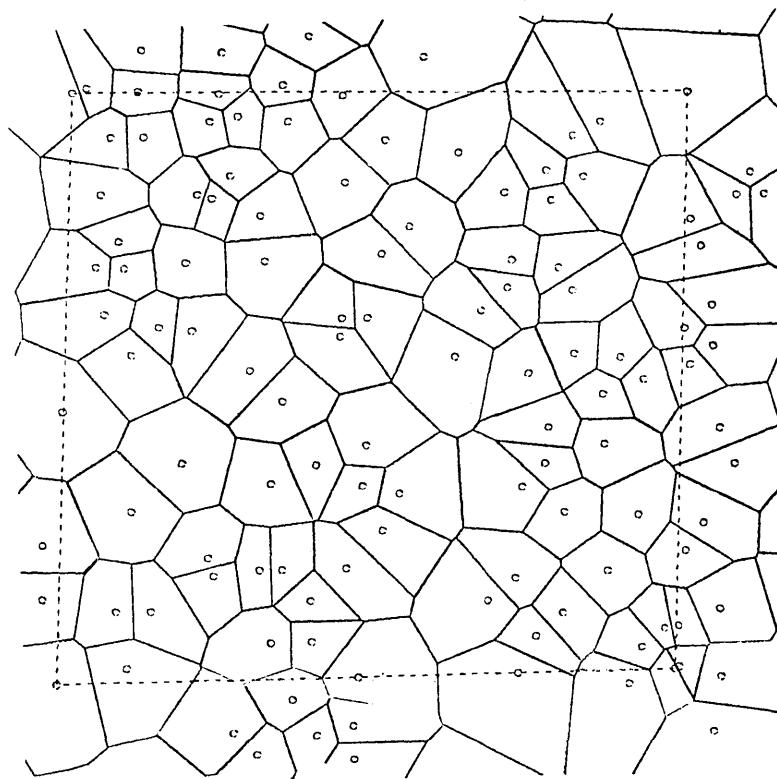


図 6

所的配置構造が重要で、これが眞のものとかけ離れることがあっては困るからである。局所的配置構造を示すものの一つに Voronoi 多角形がある。図 5 および図 6 はそれぞれ図 1 および図 3 の巣の点に対する Voronoi 図形である（周期的境界条件を用いて書いてある）。これらの図は一見差がなさそうであるが、よく調べると初期値のものに比べて計算した結果の図では同じ巣に対する多角形の辺の数が変化しないものは半数ほどしかないのである。これは柱を基準点に合わせたための歪みが全体に及んだためと思われる。数値的な検討はあとで述べる。

4. 計算過程の構成について

前々節で述べた諸方法のスキームを正確に記述しておく。

測定領域における巣および柱の数をそれぞれ n_s, n_p とし、 $n = n_s + n_p$ とする。巣および柱の全体から成る集合を \mathbf{G} とする。すなわち $\mathbf{G} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 。 \mathbf{G} のうち柱全体から成る部分集合を \mathbf{L} 、巣全体のつくる部分集合を \mathbf{N} とする。

測定領域には柱の一つを原点とした適当な座標系が導入されているものとする。点 P の座標は $z(P)$ であらわす。 \mathbf{G} の各 P_i に対しては単に z_i と略記する。 z は複素数の意味で、その実数部と虚数部で平面上の点の座標をつくると考える。

\mathbf{G} の点すべてを結んでつくられる図形、すなわち \mathbf{G} の要素を頂点とする位数 n の完全単純グラフを G であらわす。 G の辺の中で実際には長さを測定しなかった辺を除去して作られた G の部分グラフを Γ とする。われわれの測定においては同一の点対に対する繰返しの測定値

はないので、 Γ の各辺には測定値が一つずつ対応する。 Γ の各辺はその二つの頂点 P_i, P_j の番号が $i < j$ のとき、 P_i を始点、 P_j を終点とするように方向づけられているものとする。言うまでもなく、このように方向づけを行うことにより、実質的には測定順序が完全に考慮されていることになる。

さて、われわれの計算目的は、いくつかの基準点の座標を与えた上で、 Γ の辺の長さの計測データ $\delta(\Gamma)$ を用いて、与えられていない Γ の頂点の座標をすべてきめる（推定する）ことである。前々節で紹介した方法 1~6 は全体のスキームという観点からは、つぎの 3 通りにわけられよう。（I）計算の一段階ごとに z_i を一つづつきめてゆく（方法 1~3）。（II）一度全部の z_i についての計算が終わっても、そこでやめず、得られた結果を第一近似として第 2 ラウンドの計算を行う。それを何ラウンドか繰り返して近似を高める（方法 4）。（III）一段階の計算で全部の z_i を同時にきめてしまう（方法 5, 6）。ここで一段階というのは、同時に何個かの z_i をきめる過程のこと、同時にというのは計算された z_i のいくつかを用いて他の z_j の推定を行うことのないことを言う。

一段階の計算では Γ のある単連結な部分グラフ Γ' が関与する。 Γ' の頂点の全体は、基準点としてこの計算に先立って与えられているものと、この計算によって座標が推定されるものの二種類にわかれれる。前者の全体を V' とし、後者の全体を V'' とすると、一段階の計算は象徴的に

$$\hat{z}(V'') = \mathfrak{M}\{\Gamma'; \delta(\Gamma'), z(V')\}$$

とあらわされる。 \hat{z} は座標の推定値、 δ は測定値をあらわし、() の中に集合やグラフの記号を書いたものは、それらの集合やグラフに属する点や辺のその量の値の全体をあらわすものとする。 \mathfrak{M} は計算方法をあらわす。

とくに基準点の座標だけでなく、推定すべき $\hat{z}(V')$ の初期値（近似値）が重要な意味をもつとき、縦線を用い

$$\hat{z}(V'') = \mathfrak{M}(\Gamma'; \delta(\Gamma'), z(V') | z(V''))$$

のように、縦線のあとに初期値をあらわす記号を書くことにする。

計算の関与する部分グラフ Γ' について注意を述べておく。2つの点に対し座標が与えられると、その2点を両端とする辺の長さは自動的にきまるから、 Γ' の中には V' の点の間の辺は含まれていないものとする。（もしも含まれているなら、それを除いたものを Γ' とすればよい）。

Γ' にはいろいろのものがあり得るが、われわれの方法 1~4 では連鎖のない放射状グラフである。方法 1~3 におけるものは P_i と P_j を終点とする辺の全体およびその端点とから成る。これを γ_i^- とあらわす。方法 4 の場合には P_i に向う辺のみでなく、 P_i から出てゆく辺とそれらの頂点も合わせた全体である。これを γ_i とあらわす。 γ_i^- の P_i でない方（放射線の尖端の方）の頂点の集合を g_i^- とし、 γ_i のそれを g_i とする。 g_i^- , g_i の要素の個数をそれぞれ m_i^- , m_i とする。

実は、われわれの解析では、異なる方法で算定した結果を比較したり、ある方法で得た結果を他に用いたりする。方法による計算結果の区別は $z_i^{(1)}, z_i^{(2)}, \dots$ のように肩つき括弧に入れた番号で示すことにする。 \wedge は省略する。また計算スキームを示すには、値庫（メモリー）の概念を使うのが便利である。値庫をあらわすのには、対応する大文字を用いることとする。右辺に与えられた値（値の集り）、右辺の計算結果を左辺とし、その左辺の量の属する値庫に入れることをあらわす記号として $:=$ を用いる。すなわちたとえば $z_i^{(1)} := z_i$ とすると z_i を値庫 z'' にその第 i 要素として入れることを意味する。初期値や基準値として用いる値の集りが値庫

$Z^{(*)}$ から引き出されたことを示すためには $z(\Gamma' \setminus z^{(*)})$ と書くこととする。初期値の場合は単にどの値庫から取り出したものかを指定すれば充分なことが多い。その場合単に値庫の記号だけを記すものとする。

つぎにこれらの記法を使って方法 1~6 の計算手続きを記すが、その前に方法の一覧表をあげておく(表 1)。計算法の \mathfrak{M}_1 は三角形法をあらわし、 \mathfrak{M}_2 と \mathfrak{M}_3 は最小二乗法をあらわす。 \mathfrak{M}_2 と \mathfrak{M}_3 の相違は、われわれの場合、たまたま推定すべき点が一個か多数かということになつたが、それは本質的ではない。本質的な相違は、推定すべき V' の点の間の辺が Γ' ないか、あるかである。前者の場合が \mathfrak{M}_2 、後者が \mathfrak{M}_3 である。

表 1

	全体のスキーム	計算方法	目的関数	備忘
方法 1*	I	\mathfrak{M}_1		UMINE 2 (METHOD 3)
方法 2	I	\mathfrak{M}_2	Q	UMINE 2 (METHOD 1)
方法 3	I	\mathfrak{M}_1 & \mathfrak{M}_2	Q	UMINE 2 (METHOD 2)
方法 4	II	\mathfrak{M}_2	Q	UMINE 5
方法 5	III	\mathfrak{M}_3	Q	UMINE 4
方法 6*	III	\mathfrak{M}_3	S	UMINE 3 及び UMINE 6

* は文献 [2] に記載された方法と同じ。備忘はわれわれのつくったプログラム名でここ
の議論と直接関係はない。

方法 1

- ① z_1, z_2 を与える。 $z_1^{(1)} := z_1, z_2^{(1)} := z_2$
- ② $z_i^{(1)} := \mathfrak{M}_1\{\gamma_i^-; \delta(\gamma_i^-), z(g_i^- \setminus Z^{(1)})\}$
段階②を $i=3$ から $i=n$ まで行う。

注意：ある柱を原点にえらび、柱と柱を結ぶ直線を座標軸にとってあるので、 z_1 と z_2 はそのことを考慮してきめる。 z_1 と z_2 の間の距離が P_1 と P_2 の間の距離の実測値に等しくなるよう与える： $\delta(\gamma_2^-) = |z_1 - z_2|$ 。

P_1, P_2 を固定しているので、最初座標軸をきめるときに選んだ柱も、計算の結果必ずしも座標軸に乗っているとは限らない。それを修正するためには適当なアフィン変換を行う。これらのこととは方法 2、方法 3 にも共通している。

方法 2

- ① z_1, z_2 を与える。 $z_1^{(2)} := z_1, z_2^{(2)} := z_2$
- ② $z_i^{(2)} := \mathfrak{M}_{2g}\{\gamma_i^-; \delta(\gamma_i^-), z(g_i^- \setminus Z^{(2)})\}$
段階②を $i=3$ から n まで行う。

注意：下つきの Q は目的関数を示す。Q については後で説明する。 $m_i^- = 2$ のときは \mathfrak{M}_1 と \mathfrak{M}_2 は同等になる。従って基準値の等しい $z_3^{(1)}$ と $z_3^{(2)}$ とは同じ値である。 \mathfrak{M}_{2g} の実際の計算では γ_i^- のある値を初期値にして、Q が小さくなるよう逐次動かすが、方法 1 で得られた $z_i^{(1)}$ の近辺にいくつかの点を選んで、初期値をかえても同じ $z_i^{(2)}$ が得られるかどうかが確かめられるようにプログラムを組んだ。

方法 3

- ① z_1, z_2 を与える。 $z_1^{(3)} := z_1, z_2^{(3)} := z_2$
- ② $z_i^{(3)} := \mathfrak{M}_1\{\gamma_i^-; \delta(\gamma_i^-), z(g_i^- \setminus Z^{(2)})\}$
段階②を $i=3$ から n まで行う。

注意：基準値に用いる $z(g_i^-)$ の値庫は $Z^{(2)}$ である。

方法 4

最初にすべての z_i に対して近似値を与える必要がある。先に方法1などで計算した値でもよし、空中写真的測定値 $Z^{(0)}$ でもよい。どれかで値庫 $Z^{(4)}$ をみたしておく。柱については目標とする基準座標と、何ラウンドでそれに到達させるかを示す数 l とをきめておく。

- ① たとえば $z_i^{(4)} := z_i^{(0)}$ ($i=1, \dots, n$) (データの移しかえ, $z_i^{(0)}$ は航空写真からの測定値)
- ② $P_i \in \mathbf{L}$ に対し z_i^0 を $z(P_i)$ として与える。

$$\text{③ } \begin{cases} P_i \in \mathbf{N} \text{ のとき} \\ z_i^{(4)} := \mathfrak{M}_{2Q}[\gamma_i; \delta(\gamma_i), z(g_i \setminus Z^{(4)})] \\ P_i \in \mathbf{L} \text{ のとき} \\ z_i^{(4)} := z(P_i \setminus Z^{(0)}) + (z_i^0 - z(P_i \setminus Z^{(0)})) \cdot \min(1, r/l) \end{cases}$$

段階③はつぎのように繰返す。まず $r=0$ として $i=1$ から n まで行う。 r を1ずつ増して各 r に対して $i=1$ から n まで行う。適当な収束判定条件によって停止させる。

方法 5

真の値に近い初期値が必要である。それを Z_0 とする。基準点は1個以上あればよい。基準点の集合を \mathbf{V}' とする。基準点の座標 $z(\mathbf{V}')$ を与え、それを Z_0 に入れる:

$$z_0(\mathbf{V}') := z(\mathbf{V}')$$

\mathbf{V}' のつくる単純完全グラフを G' とし、 $\Gamma'' = \Gamma - G'$ とする。計算は一段階のみで、

$$z^{(5)}(\Gamma'') := \mathfrak{M}_{3Q}\{\Gamma; \delta(\Gamma), z(G') | Z_0\}$$

注意: 基準点としては一点 P_1 をとることもあれば、 \mathbf{L} 全体を使うこともある。

方法 6

目的関数 Q の代りに S を用いる以外は方法5と全く同じ。

$$z^{(6)}(\Gamma'') := \mathfrak{M}_{3S}\{\Gamma; \delta(\Gamma), z(G') | Z_0\}$$

5. 各段階での計算方法に関して

三角形法 \mathfrak{M}_1 。座標の与えられた二点 P_1', P_2' があるとき、第3の点 P'' からこれらの点までの距離の測定値 δ_1, δ_2 にもとづいて初等的計算で P'' の座標を求めることを基本にしている。この場合解は一般に一意ではなく、 P_1', P_2' を結ぶ直線に軸対称な二点が生じる。 P'' からみたとき P_1', P_2' のどちらが右側かがわかれれば解は一意的にきまる。この方法を γ_i^- に適用するには、 P_i のまわりの m_i^- 個の点の2つずつの組のそれについて、上記の方法で $z(P_i)$ を計算し、それらの平均 $\bar{z}(P_i)$ を \hat{z}_i とする。この場合、対応する γ_i^- の弧が P のまわりに反時計まわりになるように $\delta(\gamma_i^-)$ の計測値が並べられてあれば、左右の問題は起らない。しかしデータ蒐集に際しそのような配慮がなされていない場合でも、種々の考案した多数決の方法により、 $m_i^- \geq 3$ なら g_i^- の点が一直線上にない限り、原理的には $z(P_i)$ が一意的に定まる。それは、もしも定点の座標 $z(g_i^-)$ と測定値 $\delta(\gamma_i^-)$ に誤差がなければ、 g_i^- の2点と P_i とのなす三角形の2つの解のうち、正しい方は $m' = m_i^- (m_i^- - 1)/2$ 個のすべての三角形に対して一致するはずである。従ってそれぞれの三角形に対して1つずつ選んだ $2m'$ 組の組合せの中で、解点の位置のばらつきの最も小さい組の座標の平均を解とするのである。この方法を実際のデータに適用する。方法1では $i=60 \sim 80$ 位まで正しい結果を得た。しかし一度配置が狂うとそれ以後は收拾がつかなくなる。そのため実際には、地上写真との同定によって g_i^- の点が反時計

まわりになるよう対応するデータを並べかえ、さらに \hat{z} が推定された後に、順序が正しかったかどうかを、ベクトル積の向きの正負によってチェックした。それによって二三ヶ所の誤りが修正された。そのように修正されたデータを用いることによって、方法 1 も他の方法による結果と比較に耐える結果を生じるようになった。

最小二乗法 $\mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_3$ 。最小二乗法における目的関数は、一般には推定すべき点の座標 $z(V'')$ 、データ $\delta(\Gamma')$ および基準点の座標 $z(V')$ の関数であり、 $z(V')$ と $\delta(\Gamma')$ が与えられると、それらを固定しておいて $z(V'')$ を動かして関数値が最小になるところを探す。ところがわれわれの場合は測定値が辺の長さであるということもあって、目的関数は直接には辺の長さ $d(\Gamma')$ と測定値 $\delta(\Gamma')$ の関数 $R(d(\Gamma'), \delta(\Gamma'))$ としてあらわされ、点の座標の関数としては複合関数となっている。

前に注意したように、 Γ' の辺の中には両端とも V' に属するものは含まれていないので、片方の端が V' に属し他方が V'' に属するものと、両端とも V'' に属するものの二種類がある。 Γ' の部分グラフとして前者の全体を Γ'_1 、後者の全体を Γ'_2 とする。 (Γ'_1, Γ'_2) は必ずしも単連結とは限らない)。 $\Gamma' = \Gamma'_1 \cup \Gamma'_2$ である。 \mathfrak{M}_2 で扱う Γ' には Γ'_2 は存在しない。 \mathfrak{M}_3 のときは二種類にわけて慎重に扱うのがよい。

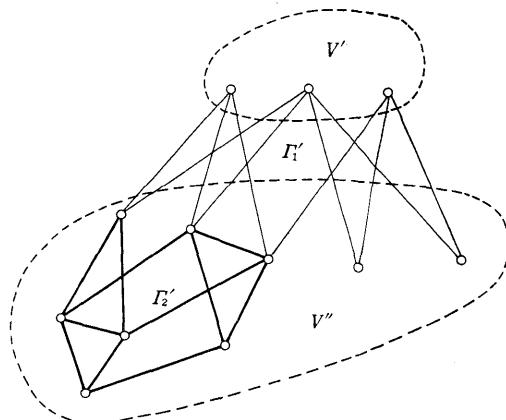


図 7

R を最小にする点を求めるには、勾配法、或いは Gauß-Newton 法などによって、数値的に逐次近似を行う。われわれの Q や S に対して解を解析的に求めることはむずかしいが、勾配やヤコビアンは解析的に比較的容易に求まるからである。 V'' の要素（頂点）の個数を n'' とすると、 $2n''$ 次元の空間の点関数として R を把握することができる。言うまでもなく、勾配法は、 R が小さくなるように点を動かすには、各点において勾配ベクトルの逆方向 $-\text{grad } R$ の方に動かしてやればよいことを原理にしている。Gauß-Newton 法は近似点 R の近傍で R を Taylor 展開して一次項だけで近似し、線型な問題として正規方程式を解き、解を次の近似点として用いるものである。最近は Gauß-Newton 法のよさに対する認識が高まり、標準プログラムも開発され多く使われているようであるが、われわれは勾配法を用いた。それはまず Rohlf らの方法の追試をしたかったこと。（彼等は Kruskal に従って勾配法を用いている）。また \mathfrak{M}_3 の場合、線形近似のためのヤコビアンの計算はそれ程簡単ではないこと。さらに \mathfrak{M}_3 においてはほぼ $2n'' \times (6 \sim 8)n''$ のヤコビ行列、すなわち数十万個の要素をもつ行列の計算をくりかえさねばならない。この行列の要素の多くは 0 であるから、整理すれば、コンピューターの内部記

憶だけで処理できるだろうが、そのプログラムを作ることは非常な労力を要すると思われることなどの理由による。 M_{2Q} の場合にはさほど困難はないが、いくつかの場合について、平面上の z_i の関数としての Q を調べてみて、勾配法で充分すぎる程充分であることを確めた。それで方法 1~4 の場合は特に線型近似法を用いる必要を感じない。

勾配法では点を動かす方向とともに、歩幅が重要である。これについては Kruskal が考案し、Rohlf らが使っている自動的な調節方法を踏襲した [2]。これは非常に精巧なものであるが、われわれの場合にはもっと大まかに行っても結果に変りなく、Kruskal の方法の芸の細かさの利益があらわれなかった。ただ最初の歩幅が小さすぎると局所的最小値に到達して停滞してしまうし、大きすぎてもよくない。経験的には用いる $\delta(\Gamma')$ の平均長さの $1/10$ 程度から出発するのがよさそうである。

目的関数 Q は辺 α_ν の長さ $d(\alpha_\nu)$ に対してその測定値 $\delta(\alpha_\nu)$ との差の二乗和である：

$$Q = \sum_{\nu: \alpha_\nu \in \Gamma'} (\delta(\alpha_\nu) - d(\alpha_\nu))^2$$

ここで和はこの段階の計算の関与するグラフ Γ' の弧のすべてにわたる。これを選んだ理由は、これは測定値 $\delta(\Gamma')$ に対する誤差推定における基本的な量であるからである。長い線分と短い線分とでは、一般に測定の絶対精度が異なる。たとえば機械部品の寸法精度の規格では、経験的に同じ程度のつくりやすさというようなことをもとにして、同じ精度等級の場合、長さのはゞ三乗根に比例する誤差を公差としている [4]。製造精度と測定精度とは同じではないが、それを荷重としてとり入れることも考えられる。しかしあれわれの場合は測定する巣間距離は $30\text{ cm} \sim 3\text{ m}$ 程度で、この位の相異に対しては三乗根では殆んどかわらないし、その上前述の巣の位置の定義のあいまいさを考慮すると、むしろそのような荷重はつけない方がよさそうである。

目的関数 S は

$$S = (F/H)^{1/2}$$

と定義される。ここで

$$F = \sum (d(\alpha_\nu) - \bar{d}(\alpha_\nu))^2$$

$$H = \sum (d(\alpha_\nu) - \bar{d})^2$$

和は前と同じく $\alpha_\nu \in \Gamma'$ なるすべての ν にわたる。そのような α_ν の全個数を k とする。 \bar{d} は d の平均値で $\bar{d} = \sum d(\alpha_\nu)/k$ 。 $\bar{d}(\alpha_\nu)$ は Rohlf らが δ の上への d の最小二乗回帰（原点を通る）と称しているもので、

$$\hat{d}(\alpha_\nu) = \delta(\alpha_\nu) \cdot \frac{1}{k} \sum (d(\alpha_\nu)/\delta(\alpha_\nu))$$

と定義されている。これは $\sum \{a - (d(\alpha_\nu)/\delta(\alpha_\nu))\}^2$ を最小にする a により $\hat{d}(\alpha_\nu) = a\delta(\alpha_\nu)$ としたものである。 H は S の値が 0 と 1 の間になるよう規格化するためにつけたものである。 \bar{d} や $\hat{d}(\alpha_\nu)$ は定義式からは $d(\alpha_\nu)$ を通して $z(\Gamma')$ の関数のようであるが、これは定数として扱い、勾配の計算に際してこれらの変分は考えない。つまり絶対的位置や、観測値 $\delta(\alpha_\nu)$ の代りに用いたもので、元来定数の意味をもつものである。しかし逐次近似の各ステップごとにその時々の $z(\Gamma')$ によって計算しなおす。従って S を使う計算は Q を使う計算に比べ数等に複雑で多くの手続きを必要とする。

Kruskal の場合 [3] は、定性的なものの数量化が問題で、規格化は必然的で、規格化して係数として比較すること自体にも意味があったのであろう。Rohlf らがそれに少し変更を加えて S の形にして用いた意図はあまり明瞭ではない [2]。これは、おそらく後で説明するような、配

置における相似同等性を考慮したためかと思われる。しかしこれまで実際に計算した限りでは、方法5と方法6とで結果に殆んど差がなく、わざわざ計算の複雑なSを用いることのメリットは、今のところ認められない。

4. 誤差の評価と方法の比較

最後に誤差評価の問題について考察しよう。これは、目標とすべき正しい地図とは何かということと、実際に描かれた地図は目標にどれだけ近いかという2つの問題から成っている。前者については、巣の位置のあいまいさ、地表面の傾斜凹凸など、目標を不明確にする要因があるが、“水平面に投影された巣の位置を、適当な大きさの点であらわすもの”を正しいとして不都合が生じないので、今のところ問題はない。(1:100の縮尺なら実長1cmは図上0.1mmとなるので、いわゆる“鉛筆の太さ”以下である。従って巣の位置の定義のあいまいさは、現実の地図作成の上では問題にならない)。後者にはいろいろと問題がある。正しいものは唯一つであるが、正しくないことにはいろいろの意味があって、意味が異ると、正しくない程度の順序さえも異ってくることがあるからである。

具体的に説明すると、推定された位置 \hat{z}_i の正しくない程度は正しい位置 z_i との距離 $|\hat{z}_i - z_i|$ で表わされるので、この距離の統計にもとづいて、全体の不正確さを表現しようというのが常識的な考え方である。すなわちこまかいことは抜きにして、この距離の平均が小さい方をより正しいとするのが普通である。しかしただそういう考え方だけに安んじているわけにはゆかないものである。というのは、これが小さくても局所的配置が正しくないことがあるからである。極端な例をあげると、正しい位置を相似的に動かして全体を拡大した図と、正しい位置の近くを各点を独立にランダムに変位させた図では、距離の概念で言うと後者の方がより正しいが、配置構造の点では前者が正しい。この場合の配置の概念では相似な配置は同じと考えている。これが前節に言った相似同等性の意味である。とくにわれわれはなわばりの形を問題にしたいので局所的な配置が崩れてしまっていては地図作成の意味が失われてしまう。

こうしたことから方法の特性を検討するため、つぎのようなことを試みた。

- (1) 推定された $\hat{z}(\Gamma)$ を用いて計算した $d(\Gamma)$ と測定値 $\delta(\Gamma)$ との比較(各方法について)
- (2) 同じ P_i に対する推定値 \hat{z}_i の方法間でのちがい。距離 $|z_i^{(\mu)} - z_i^{(\mu')}|$ の検討(方法の組合せについて)。
- (3) 各巣のまわりの γ_i についてデータ測定的における点 $P_v(\epsilon g_i)$ のまわり方順序と、計算された配置におけるそれとの相違(各方法ごとに)。

- (4) Voronoi多角形の角数、Voronoi図形による隣接巣の不一致が方法間でどれ位起るか。
(1)～(3)は測定パターン Γ の中での解析であるが、ここでは Γ に関係ないGの局所的位相構造の一貫性を問題にしている。角度のわずかな差による不一致はいたし方ないがそれ以外での不一致があまりに多いと正しい地図を作ったとはいひ難い。

以下の諸表で、方法番号0は航空写真測定値に対する結果、すなわち $Z^{(0)}$ の場合を示し、方法4～6で(0)は初期値として $Z^{(0)}$ を用いた場合を、(1)は初期値として方法1の結果を用いた場合をあらわす。方法2～3の最小二乗法では結果が初期値に殆んど依存しないからこの区別はしていない。方法4～6においては、柱の位置の座標が標準値になるよう矯正した場合についての結果が示されている。方法1～3においては柱の位置に対するそしした制限は行っていない。

表2は巣間距離の測定された辺についての計算値 $d(\Gamma)$ の実測値 $\delta(\Gamma)$ からのずれ、 $diff(\Gamma) = d(\Gamma) - \delta(\Gamma)$ の平均、標準偏差、絶対値の平均、二乗の平均の平方根を示す。単位はいずれもcmである。平均がわずか乍ら負の傾向がみうけられるのは、地面の凹凸の影響とも考えられ

表 2

方法	平均	標準偏差	絶対平均	$\sqrt{\text{二乗平均}}$
0	-1.71	11.60	8.77	11.79
1	-0.14	6.70	3.86	6.70
2	0.14	3.52	2.12	3.53
3	-0.12	5.59	3.34	5.59
4 (0)	-0.42	4.22	2.25	4.24
4 (1)	+0.11	4.49	2.833	4.50
5 (0)	-0.87	4.68	2.58	4.76
5 (1)	-0.01	11.09	4.67	11.07
6 (0)	-1.34	4.69	2.70	4.88
6 (1)	1.11	10.09	5.17	10.15

る。標準偏差以下の三量について、方法 0 が他の方法に比べて大きいことは当然である。(他の方法は巣間距離が測定値にあらう何らかの意味で調節されているから)。方法 5, 6 は最も小さい値を与えるべきはずなのに方法 2, 4 に比べて大きい。これは一つには柱を基準値に固定することから生ずるひずみ、一つには局所最小値に到達してしまったことによるのではないかと思われる。方法 4 の場合で、柱の位置を自由にして求めた結果に対しては、平均は -0.08 などの三量はそれぞれ 1.33, 0.94, 1.33 と偶然そうなったとしか思えない程小さな値が得られた。

表 3

地上の巣間距離の測定値は必ずしもまざいとはいきれないどころか、相当信頼がおけると思われるので、表2の結果は $Z^{(0)}$ が最もよいとはいえないことを示している。

表3は同じ巣 P_i に対して方法の相異による推定位置のずれの距離 $\text{dis}_{\mu\nu}(P_i) = |z^{(\nu)}(P_i) - z^{(\mu)}(P_i)|$ のすべての巣についての平均および標準偏差を与えており、柱の位置は勘定にいれないとしてある。方法2と3、方法5と6は非常に近い推定点を生むことがわかる。しかし同じ方法でも最小二乗法の計算の初期値が異なると結果が離れているのは、局所最小値における停滞の問題が充分克服されていないためと思われる。

表 4

方法	1	2	3	4 (0)	5 (0)	6 (0)	4 (1)	5 (1)	6 (1)
0	7	10	▲	7	8	6	9	8	7
1	8	7	5	8	10	▲	①	②	
2	①	6	②	4	▲	9	10		
3	7	3	5	▲	8	9			
4 (0)	4	6	7	6	5				
5 (0)		②	10	9	8				
6 (0)		8	▲	10					
4 (1)		10		9					
5 (1)				①					

なお $\text{dis}_{\mu\nu}(P_i)$ を i の順にならべてみると図8のように、前後に大きな山ができる。この傾向はどんな方法の間の場合にもみられる。境界に近いところで差が小さいという傾向に過ぎないが、 Γ の構造が意味をもつことの一つの例証であろう。

表4は各巣および柱について距離を測定した相手方の巣の方位の順序が一致しないような巣の数を示している。不一致の数の少いものは○でかこみ多いものは△でかこんだ。やはり方法

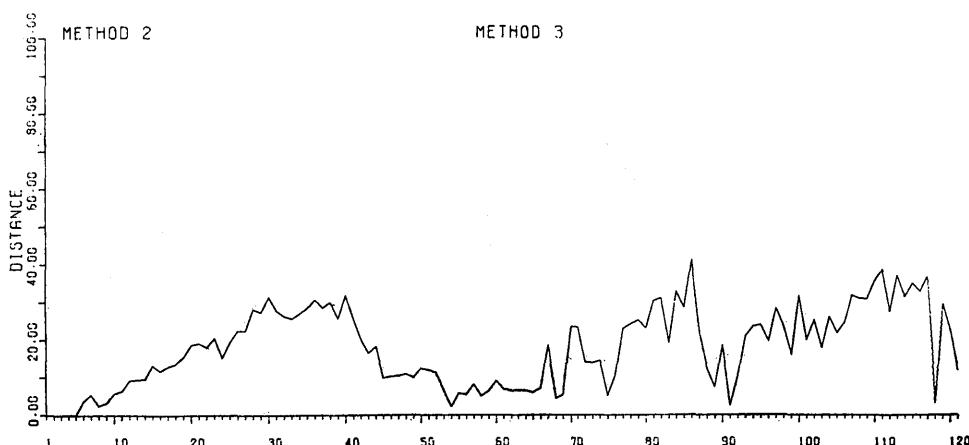


図 8

表 5

方 法	多角形の一致 %	100cm 以内 一致対 (%)	150cm 以内 一致対 (%)	200cm 以内 一致対 (%)	400cm 以内 一致対 (%)
2	53	43.8	80.7 (140)	78.3 (253)	71.4 (315)
3	66	54.6	84.2 (133)	79.6 (250)	72.2 (316)
1	58	47.9	85.0 (133)	79.3 (248)	72.4 (317)
4(0)	60	49.6	84.1 (138)	79.5 (254)	73.2 (319)
5(0)	62	51.2	84.6 (136)	79.9 (256)	75.6 (317)
6(0)	62	51.2	83.3 (138)	79.3 (256)	75.2 (319)
4(1)	56	46.3	83.8 (139)	79.3 (257)	72.6 (318)
5(1)	54	44.6	79.9 (132)	76.4 (257)	69.3 (313)
6(1)	53	43.8	80.8 (139)	76.6 (257)	69.5 (312)
					63.1 (363)

2と3, 5と6の一致性は顕著である。

表5は Voronoi 図形に関するものである。 $Z^{(0)}$ の Voronoi 図形を基本として考えて、これに対する方法で計算した配位の各点の中で、そのまわりの配位が位相的にくずれていないものの個数および割合(%)を表5の第1欄に示してある。すなわち各点の属する Voronoi 多角形の辺の数、および隣接巢の巢番号および方位の順序が完全に一致するものである。どの方法で計算しても半数近くがくずれてしまうことは意外であった。遠い隣接巢はなわばりに直接重要な意味をもたないし、近くの巢の配位の少しの変位で多角形に変化をもたらす要因があるので、隣接巢のうちある一点の距離以上のものは除外して一致の程度を見たのが表5の第2欄以下である。ここでは多角形を考えず、隣接巢の対のうち計算を通じた結果やはり隣接対として保存されているものの割合を示している。表の括弧の中の数字は有資格の対の数である。距離を 100cm 以内に制限すると約 80% が一致する。これらを見ると多少の相違はあるが、方法間であまり大きな相違がない。

5. お わ り に

巣の配置の地図つくりは大変むずかしい。統計的方法の検討というと、普通、こちらの方法を使っている方が、平均的に見れば優っているとか、安心だとかいう議論をこまかく sophisticate に行うことになる。しかしあれわれがほしいのは、一つ一つ“正しい”地図である。これまで述べたことから想像されるように、初期のデータスクリーニングは正しい地図への非常に大きな接近となるが、それ以後は少々の工夫や努力では仲々に進まない。普通は測定における偶然誤差を基本的な不都合要因として統計理論が組立てられ、それにのっとって方法が検討されるが、われわれの場合には、不都合要因として別に構造的なものがある。たとえば柱を指定位置に強制的にもたらすと、そのため全体の構造にひずみが出来る。方法4~6の最小二乗法を行うと、そのひずみは全体が一様にかぶるのではなく、大雑把にいうと、 Γ を建築等のラーメン構造にたとえたとき、構造的に弱いところが大きく揺められるようになる。このような問題を上手に処理しない限り、正しい地図への大きな前進が望めないように思われる。

当面の問題としては、ここに述べた方法の改良と上手な組合せで信頼度の高い方法を開発することである。航空写真的方法は甚だ有用ではあるが、費用、地形、気象等の関係で常に用いるわけにゆかない。方法1から出発しても、初期値に航空写真測定を用いるのと同じ程度の結果を得るようにすることが、まずさしあたっての目標である。

貴重な御意見をいただいた査読者に感謝の意を表すものです。

参考文献

- [1] 長谷川政美, 種村正美, 橋口伊佐夫 (1981). ウミネコの生態調査 I, 統計数理研究所彙報, **28**, 79-97.
- [2] Rohlf, F.J. and Archie, J.W. (1978). Least-square mapping using interpoint distances, *Ecology*, **59**, 126-132.
- [3] Kruskal, J.B. (1964). Nonmetric multidimensional scaling: A numerical method, *Psychometrika*, **29**, 115-129.
- [4] 公差便覧 : 公差便覧編集委員会編集, 日刊工業新聞社 (昭和39年) の 4. 統計による方法, 4.5.1 精度等級と公差単位の項 (p.449).