

局所定常自己回帰モデルによる 適応制御系の実現

統計数理研究所 北 川 源 四 郎
" 赤 池 弘 次
東京商船大学 大 津 皓 平

(1980年1月 受付)

Realization of an Adaptive Controller
through Locally Stationary Autoregressive Model Fitting

Genshiro Kitagawa, Hirotugu Akaike
(The Institute of Statistical Mathematics)

Kohei Ohtsu
(Tokyo University of Mercantile Marine)

The construction an adaptive control system NADCON [4] is described. The controller is based on the model

$$x(n) = \sum_{i=1}^m a(i) x(n-i) + \sum_{i=1}^m b(i) y(n-i) + u(n)$$
$$u(n) = \sum_{i=1}^k c(i) u(n-i) + \varepsilon(n)$$

where $x(n)$, $y(n)$, $u(n)$ and $\varepsilon(n)$ are respectively the controlled variables, manipulated variables, disturbance of the system and white noise. The first equation is assumed to be time-invariant and known. By fitting locally stationary autoregressive model to the estimated sequence of $u(n)$, the second model is adaptively modified. Based on the model, the state space representation of the system is obtained, and the optimal control is realized under a predetermined criterion function. The controller thus realizes the change of the control gain by updating the model of disturbance.

Two procedures for the fitting of the locally stationary autoregressive model are described. An example of the simulation study and the result of an experiment on the auto-pilot of an actual ship are reported to demonstrate the utility of NADCON.

1. 序 論

最適制御の実現には、制御すべきシステムの状態空間表現が必要であるが、いわゆる理論的モデルに基づくシステムの表現はシステムの外乱の特性までは与えない。しかしながら、外洋を航走中の船体運動を考えればすぐわかる様に、システムの複雑な変動は結局のところこの外乱に起因するものである。したがって、「システムを駆動する入力としての統計的雑音」の概念に基づく統計的システム表現 [2] の利用によって初めて、時間と共に不規則な変動を示すダイナミックシステムの最適制御が実現される [1]。

システムの状態空間表現は、多変量自己回帰（移動平均）モデルから簡単に求めることができる [5]。したがって適当な外乱の下で変動する制御系の動きを観測し、得られたデータに多変量自己回帰モデルをあてはめることにより、適当に定めた評価関数に関する最適制御の実現

が可能となる。実際、赤池、中川 [5] はこの方式によりそれまで熟練したオペレーターのカンに頼っていたセメント・キルンの計算機制御の実用化に成功した。さらに同様の方式によって火力発電所ボイラーの制御 [7] や船舶の自動操舵 [8] が実用化され統計的制御の有効性が確認されてきた。火力発電所の制御においては、ボイラー特性の経年変化にもかかわらず、安全な運転が可能であった。この例から分かる様に統計的モデルに基づく最適制御系は極めてロバストではあるが、さらに適当な適応機能を付加することにより、制御系の環境の大幅な変化にも充分対応し得るものとなることが期待される。

この論文は、プログラムパッケージ TIMSAC-78 [4] に含まれている非定常時系列モデルに基づく適応制御系、NADCON (Noise Adaptive Controller) の構成について解説することを目的としている。第2節は良く知られた自己回帰モデルによる最適制御系設計についての結果 [5] で、第3節以降の基礎となるものである。4.1節の MAICE 型局所定常自己回帰モデルは尾崎と Tong [11] により開発され、その後北川、赤池 [6] により改良されたものである。4.2節では、赤池 [3] により開発された定常自己回帰モデルのベイズの推定法を利用した新しい局所定常時系列モデルの構成法を論じる。第5節において NADCON の構成を論じ、第6節でシミュレーションによる検討結果を述べる。第7節では実船の自動操舵への応用結果について述べるが、この実船実験に関してはより詳しい結果が天津、堀籠、北川 [9] により報告されている。

2. 時系列モデルにもとづく統計的最適制御系の設計

$x(n)$ を p 次元被制御変数、 $y(n)$ を q 次元制御変数とする。ここで $x(n)$ を p 変量時系列と考え、自己回帰型の時系列モデル

$$(1) \quad x(n) = \sum_{i=1}^m A(i) x(n-i) + \sum_{i=1}^m B(i) y(n-i) + \varepsilon(n)$$

を利用することにする。ただし、 $\varepsilon(n)$ は平均0、共分散行列 S の正規白色雑音である。

この時系列モデルを利用して制御系の状態空間表現を求めることができる ([5], p.79)。

$$(2) \quad z(n, j) = \sum_{i=1}^{m-j+1} \{A(i+j-1)x(n-i) + B(i+j-1)y(n-i)\}$$

とおき、 mp 次元状態ベクトルを $X(n) = (z(n, 1), \dots, z(n, m))^T$ と定義し、

$$(3) \quad F = \begin{bmatrix} A(1) & I & & \\ A(2) & & \cdot & \\ \vdots & & & I \\ A(m) & & & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} B(1) \\ B(2) \\ \vdots \\ B(m) \end{bmatrix}$$

$$H = [I \ 0 \ \dots \ 0], \quad U(n) = [\varepsilon(n), 0, \dots, 0]$$

とおくことにする。ただし、 I および 0 はそれぞれ $p \times p$ 単位行列および零行列である。このとき、自己回帰型の表現から状態空間表現

$$(4) \quad \begin{cases} X(n) = FX(n-1) + Gy(n-1) + U(n) \\ x(n) = HX(n) \end{cases}$$

が得られることがわかる。

この (4) で与えられた制御系に関し、適当な評価基準を定めることにより最適制御の問題が定式化される。以下では簡単な二次評価基準

$$(5) \quad J(X) = \mathbf{E}_{X_0=X} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (X_n^T Q X_n + y_n^T R y_n) \right\}$$

を採用することにする。ただし、 Q は $mp \times mp$, R は、 $q \times q$ 重み行列である。このとき、最適制御は

$$(6) \quad y(n)^* = GX(n)$$

で与えられる。ゲイン行列 G の求め方は赤池, 中川 [5] によって与えられている。

このように、制御系の動きを表現する自己回帰型のモデル (1) が与えられれば、評価基準の重み行列 Q, R を適当に定めることにより最適制御則を求めることができる。したがって、適当な外乱の下で変動する制御系の動きを観測し、得られたデータに自己回帰型のモデルをあてはめることにより最適制御の実現が可能となる。

3. Noise Adaptive Controller のモデル

この節では、前節の方式を発展させた、Noise Adaptive Controller (NADCON [4]) のためのモデルを提示する。Noise Adaptive Controller は時間と共に徐々に変化していく外乱 (環境) の変化に対応してモデルの一部を自動的に変更し、それに基づいて新しい最適制御を実施していく機能を持ったひとつの適応制御系である。

適応制御の実現のためには、最適制御を実施しながら同時に最適制御の基礎となるモデルの修正を行なう必要が生じる。良く知られている様に、完全な線形フィードバック制御の下で得られた制御変数 $y(n)$ および被制御変数 $x(n)$ の観測値からは、自己回帰型モデル (1) の係数 $A(i), B(i)$ を同時に推定することはできない。

そこで、モデル (1) の代りに

$$(7) \quad x(n) = \sum_{i=1}^m a(i) x(n-i) + \sum_{i=1}^m b(i) y(n-i) + u(n)$$

$$(8) \quad u(n) = \sum_{j=1}^k c(j) u(n-j) + \varepsilon(n)$$

を考えることにする。このモデルはモデル (1) において白色雑音 $\varepsilon(n)$ を自己回帰過程 $u(n)$ で置き換えたものである。我々は制御系の標準的な環境下の特性を与えるものと想定される $a(i), b(i)$ ($i=1, \dots, m$) は不変かつ既知とし、外乱 $u(n)$ を表現する自己回帰モデルの部分だけが時間と共に変化するものと仮定する。

(7) を (8) に代入することにより

$$(9) \quad x(n) = \sum_{i=1}^{m+k} A(i) x(n-i) + \sum_{i=1}^{m+k} B(i) y(n-i) + \varepsilon(n)$$

が得られる。ただし、 $a(0) = c(0) = -1$ とし、 $i > m$ のとき、 $a(i) = c(i) = 0$ とおくことにより $A(i), B(i)$ は

$$(10) \quad \begin{aligned} A(i) &= -\sum_{j=0}^i c(j) a(i-j) \\ B(i) &= -\sum_{j=0}^{i-1} c(j) b(i-j) \end{aligned}$$

と与えられる。したがって $c(i)$ の推定値が得られれば、(9) によって次数を $m+k$ としたモデル (1) が求められ、第 2 節の方法により、新しいモデルに基づく最適制御則が決定される。

4. 局所定常時系列モデル

p 変量非定常時系列 $u(n)$ の観測値が N ; 個ずつ順次得られるものとする。全体としては非

定常な時系列に対して区分的には定常性が成りたつものと仮定するのが局所定常時系列モデルである。この節では、局所定常自己回帰モデルのあてはめのための MAICE および Bayesian procedure について説明する。

4.1. MAICE procedure

現在、すでに時系列 $\{u(1), \dots, u(N)\}$ に基づいて自己回帰モデル AR_0 が得られているものとする。ここで新たに M 個の観測値 $\{u(N+1), \dots, u(N+M)\}$ が得られたと想定する。

まず、二つのデータを併合した $\{u(1), \dots, u(N+M)\}$ が定常であると仮定してモデル AR_1

$$(11) \quad x(n) = \sum_{i=1}^{m_1} c_1(i) x(n-i) + \varepsilon_1(n) \quad (n = 1, \dots, N+M)$$

を考える。ただし $\varepsilon_1(n)$ は平均 0, 共分散行列 S_1 のガウス性白色雑音である。最尤推定値 $\hat{c}_1(i)$, \hat{S}_1 によって定められるモデルの良さは

$$(12) \quad AIC_1 = (N+M) \log |S_1| + 2m_1 p^2 + p(p+1)$$

によって評価される。

次に、 $\{u(1), \dots, u(N)\}$ と $\{u(N+1), \dots, u(N+M)\}$ を区別したモデル ($AR_0 + AR_2$)

$$(13) \quad \begin{aligned} x(n) &= \sum_{i=1}^{m_0} c_0(i) x(n-i) + \varepsilon_0(n) & (i = 1, \dots, N) \\ x(n) &= \sum_{i=1}^{m_2} c_2(i) x(n-i) + \varepsilon_2(n) & (i = N+1, \dots, N+M) \end{aligned}$$

を考える。ただし、 $\varepsilon_0(n)$ および $\varepsilon_2(n)$ はそれぞれ共分散行列 S_0 と S_2 のガウス性白色雑音である。最尤推定値 $\hat{c}_0(i)$, $\hat{c}_2(i)$, \hat{S}_0 および \hat{S}_2 によって定められるこのモデルの良さは

$$(14) \quad AIC_2 = N \log |S_0| + M \log |S_2| + 2(m_0 p^2 + m_2 p^2 + p(p+1))$$

によって評価される。

AIC を最小にするモデルを選択するという立場にたてば、 $AIC_1 < AIC_2$ のときには AR_1 を、逆に $AIC_1 > AIC_2$ の時には AR_2 を最新のモデルとして採用することになる。

4.2. A Bayesian procedure

まず、定常時系列に対する自己回帰型のベイズモデルについて考える。

赤池 [3] の議論に従って k 次の自己回帰モデルの「尤度」を

$$(15) \quad f(u|k) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} AIC(k) \right\}$$

によって定義する。ただし、 $AIC(k)$ は最尤法で定められた k 次のモデルの AIC である。また、 k 次のモデルの事前確率として hyperparameter ρ を持つ

$$(16) \quad \pi(k|\rho) = (1-\rho) \rho^k \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

を使用することにする。さらに ρ に関する事前分布として $[0, 1]$ 上の (変則的な) 分布 $1/(1-\rho)$ を想定すれば、 $\pi(k)$ は

$$(17) \quad \pi(k) = \int_0^1 \pi(k|\rho) d\rho = c \cdot \frac{1}{1+k} \quad (k = 0, 1, \dots, K)$$

によって与えられる。

したがって、 k 次の自己回帰モデルの「事後確率」は

$$(18) \quad \pi(k|u) = \begin{cases} C^{-1} f(u|k) \pi(k) & (k=0, 1, \dots, K) \\ 0 & (k>K) \end{cases}$$

となる。ただし、 $C = \sum_{k=0}^K f(u|k) \pi(k)$ である。このとき、我々のベイズ推定値は各種次数のモデルの「事後確率」による加重平均によって得られる。

一変量時系列の場合には、この各種次数のモデルの平均は PARCOR (偏自己相関係数) $\hat{b}(k)$ ($k=1, 2, \dots, K$) によって行なわれる。PARCOR $\hat{b}(k)$ は良く知られている様に k 次の自己回帰モデルをあてはめた時の k 番目の自己回帰係数 $a(k)$ として求められる。逆に $\hat{b}(1), \dots, \hat{b}(K)$ が与えられれば各種次数の自己回帰モデルの係数 $a_k(i)$ ($i=1, \dots, k; k=1, \dots, K$) は次数 k に関する漸化式

$$(19) \quad \begin{aligned} a_k(k) &= \hat{b}(k) \\ a_k(i) &= a_{k-1}(i) - \hat{b}(k) a_{k-1}(k-i) \quad (i=1, \dots, k-1) \end{aligned}$$

によって求められる。

ところで、 k 次の自己回帰モデルは $b(i)=0$ ($i=k+1, \dots$) と仮定したものと見做すことができる。したがって、重み関数 $w(i)$ ($i=1, 2, \dots$) を用いて考えると、 $\hat{b}(i)$ を PARCOR の最尤推定値とすると、最尤推定によって定まる k 次の自己回帰モデルは

$$(20) \quad \begin{aligned} b^*(i) &= w(i) \hat{b}(i) \quad (i=1, 2, \dots) \\ w(i) &= \begin{cases} 1 & i \leq k \\ 0 & i > k \end{cases} \end{aligned}$$

によって特徴づけられる。一方、ベイズ推定値は

$$(21) \quad b^*(i) = \pi(i) \hat{b}(i), \quad (i=1, 2, \dots, K)$$

ただし、 $w(i) = \sum_{k=i}^K \pi(k|u)$ 、によって与えられる。

このようにして推定されたモデルは常に最高次数 K の自己回帰モデルとなる。 p 次の自己回帰モデルの標本偏相関係数 $\hat{b}(i)$ ($i=p+1, \dots$) は漸近的に分散 $1/n$ の正規分布に従うことから、 $\pi(k|u)$ が 1 より小さくなる様な次数に関して $\hat{b}^2(i)$ はほぼ χ^2 分布に従うものと考えられる。ベイズモデルは $\hat{b}^2(1), \dots, \hat{b}^2(m)$ に対してはそれぞれ $w(1)^2, \dots, w^2(m)$ の重みを用いていることになるので、AIC の $2k$ が k 個の自由度 1 の χ^2 変数の和の平均値として得られたことを考慮し AIC の k の代りに $\sum_{i=1}^K w(i)^2 + 1$ をベイズモデルの等価的なパラメータ数として、

$$(22) \quad AIC_B = N \log \sigma_B^2 + 2 \left(\sum_{i=1}^K w(i)^2 + 1 \right)$$

によって評価することにする。ただし、 σ_B^2 はこのベイズモデルを現在のデータに適用したときの予測誤差の分散である。

多変量の場合には前進予測式と後退予測式が異なることから、二組の係数行列を考慮する。 $\{B(i), i=1, \dots, K\}$ を前進の偏回帰係数行列の組とする。 $B(k)$ は前向き k 次自己回帰モデルの k 番目の係数行列として得られる。同様に $\{D(i), i=1, \dots, K\}$ を後退の偏回帰係数の組とする。このとき、多変量自己回帰モデルのベイズ推定値は

$$(23) \quad \begin{aligned} B^*(i) &= w(i) B(i) \\ D^*(i) &= w(i) D(i) \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, K)$$

によって与えられる。前進および後退の k 次自己回帰モデルの係数行列をそれぞれ $\{A_k(i),$

$i=1, \dots, K$, $\{C_k(i), i=1, \dots, K\}$ とすると, これらは次数 k に関する漸化式

$$A_k(i) = \begin{cases} A_{k-1}(i) - B(k) C_{k-1}(k-i) & (i = 1, \dots, k-1) \\ B(k) & (i = k) \end{cases} \quad (24)$$

$$C_k(i) = \begin{cases} C_{k-1}(i) - D(k) A_{k-1}(k-i) & (i = 1, \dots, k-1) \\ D(k) & (i = k) \end{cases}$$

によって求められる [1].

このようにして推定されたモデルは常に最高次数 K の自己回帰モデルとなるが, その良さを一変量の場合と同様

$$AIC_B = N \log |S_B| + 2 \left(p^2 \sum_{i=1}^K w(i)^2 + \frac{p(p+1)}{2} \right) \quad (25)$$

によって評価することにする. ただし, S_B はこのベイズモデルを現在のデータに適用したときの予測誤差系列の共分散行列である.

次に非定常時系列から $N_i (i=1, \dots, L)$ 個ずつの観測値が順次得られ, それぞれのデータに基づいて各段階でモデル AR_1, \dots, AR_L が得られている場合を考える. ここで新たにデータ $\{u(1), \dots, u(N)\}$ が得られたとする. 新しいデータだけに基づいたベイズモデル AR_{L+1} は上記の様にし得られ, その良さは $AIC(L+1) = AIC_B$ と評価される. 一方, 過去のデータに基づくモデル AR_i を現在のモデルとして採用することになると, そのモデルのあてはまりの良さは

$$AIC(i) = N \log |S_i| + p(p+1)/2 \quad (26)$$

によって評価できる. ただし, S_i は AR_i を新しいデータに適用して得られる予測誤差の共分散行列である. こうして各モデルの AIC にもとづいて定常の場合と同様に「事後確率」 $\pi(j|u)$ が求められる. このとき, 一変量ベイズモデルは PARCOR

$$b^*(i) = \sum_{j=1}^{L+1} \pi(j|u) b_j(i) \quad (27)$$

によって定められる. ただし, $b_j(i) (i=1, \dots, L+1)$ はモデル AR_j の PARCOR である. この $b^*(i)$ を (19) に代入することにより自己回帰係数が求められ, これによって定義される自己回帰モデルを改めて AR_{L+1} とする. 多変量の場合にも同様にすればよい.

5. Noise Adaptive Controller の構成

以上の結果を利用し, 図 1 に示す様に次の 5 つのモジュールで Noise Adaptive Controller が構成される.

- (I) *External Disturbance Estimator* は被制御変数および制御変数の観測値から

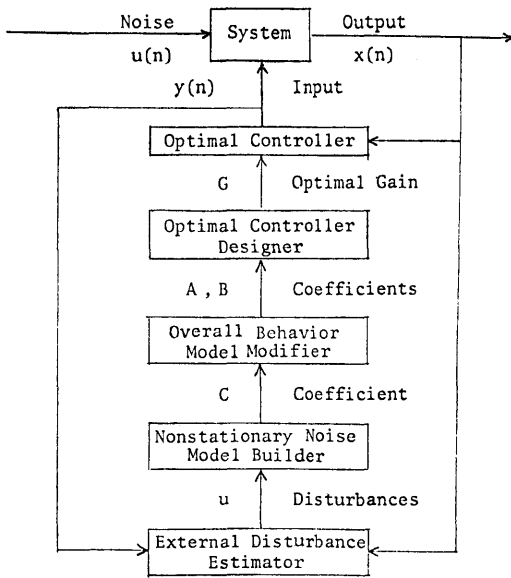


図 1 NADCON の構成

$$(28) \quad \begin{aligned} u(n) &= x(n) - \hat{x}(n) \\ \hat{x}(n) &= \sum_{i=1}^m a(i)x(n-i) + \sum_{i=1}^m b(i)y(n-i) \end{aligned}$$

によって外乱 $u(n)$ を推定する。

- (II) *Nonstationary Noise Model Builder* (I) で得られた外乱の推定値の系列 $\{u(n)\}$ に第4節の何れかの方法によって局所定常自己回帰モデルをあてはめ、非定常な外乱の最新のモデル

$$(29) \quad u(n) = \sum_{i=1}^k c(i)u(n-i) + \varepsilon(n)$$

を造る。

- (III) *Overall Behavior Model Modifier* (II) で得られた外乱のモデルと制御系の特性のモデル (7) から外乱の下での制御系の動きを表現する最新のモデルを求める。
 (IV) *Optimal Controller Designer* (III) で求めたモデルと予め定められた評価基準に対して最適制御ゲイン G を計算する。
 (V) *Optimal Controller* 被制御変数の観測値 $x(n)$ から制御系の現在の状態 $X(n)$ を推定し、最適制御量 $y(n)=GX(n)$ を決める。

以上において、(I) および (V) だけは観測時間間隔 Δt につき一回実行され、(II)～(IV) は $M\Delta t$ (M は例えば 200 としておく) 毎に一回だけ実行される。

6. 数値実験

Noise Adaptive Controller (NADCON) の実用性の検討を行なうためにシミュレーションを行なった。真の構造として簡単な1入力-1出力システム

$$x(n) = 1.8x(n-1) - 0.82x(n-2) + 0.5y(n-1) + 0.3y(n-2) + u(n)$$

を仮定した。また制御にあたってはこのモデルが正確に得られていると仮定するのは現実的でないので、多少の誤差を含む

$$x(n) = 1.7x(n-1) - 0.745x(n-2) + 0.4y(n-1) + 0.4y(n-2) + u(n)$$

を制御系のモデルとして使うものとした。シミュレーションは2,000ステップに亘って行なわれ、その間に外乱は

$$\begin{aligned} u(n) &= 0.8u(n-1) - 0.64u(n-2) + \varepsilon(n) & 1 \leq n \leq 600 \\ u(n) &= 1.39u(n-1) - 0.64u(n-2) + \varepsilon(n) & 601 \leq n \leq 1200 \\ u(n) &= 0.8u(n-1) - 0.64u(n-2) + \varepsilon(n) & 1201 \leq n \leq 2000 \end{aligned}$$

と変化させた。NADCON は (28) によって外乱を推定し、 $M=200$ 点ごとに外乱のモデルを更新していくことになるが、シミュレーション開始の時点では白色雑音と見做しておくことにした。また制御の評価は performance $\sum (2x(n)^2 + y(n)^2)$ によって行なうものとした。

図2は MAICE 型の NADCON において最高次数 $K=5$ とした場合のシミュレーションの一例である。表1にはその時の結果がまとめてある。まず、最初の200点の観測によって、外乱のモデル

$$u(n) = 0.803u(n-1) - 0.559u(n-2) + \varepsilon(n)$$

が得られ、その結果、次の区間 [201, 400] では制御量をほとんど変えることなく $x(n)$ の変動

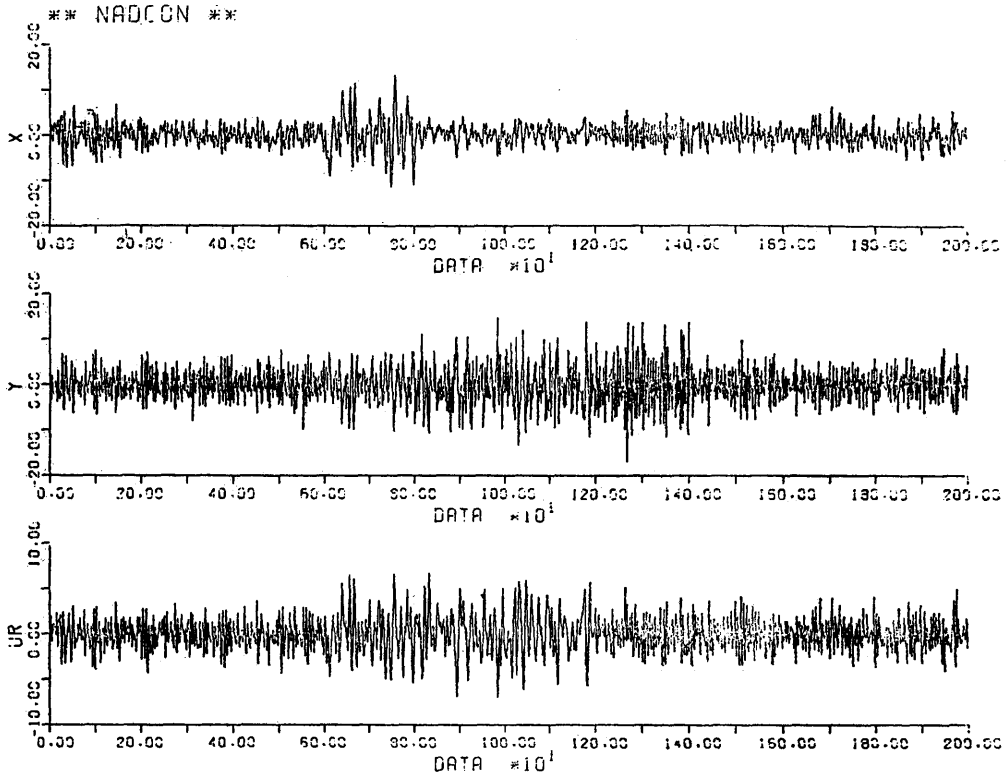


図 2 シミュレーションの結果

表 1 MAICE 型 NADCON による制御結果

Interval	Variance		Performance	used model $u(n) = \sum_{i=1}^k c(i)u(n-i) + \varepsilon(n)$		
	x	y		type	k	$c(i)$ ($i=1, \dots, k$)
[1, 200]	7.2	7.1	21.6	white	0	
[201, 400]	3.0	7.7	13.8	AR	2	0.803, -0.559
[401, 600]	3.2	7.3	13.8	pooled	2	0.823, -0.632
[601, 800]	25.5	14.2	65.2	pooled	2	0.819, -0.628
[801, 1000]	3.0	20.8	26.8	switched	2	1.454, -0.748
[1001, 1200]	2.9	22.2	28.3	pooled	2	1.429, -0.711
[1201, 1400]	3.4	29.6	36.4	pooled	2	1.425, -0.696
[1401, 1600]	3.2	10.4	16.8	switched	4	0.852, -0.594, -0.103, 0.153
[1601, 1800]	4.1	6.4	14.8	pooled	2	0.783, -0.677
[1801, 2000]	4.4	7.7	16.7	pooled	2	0.804, -0.666

を半分以下に減少させている。 $n=600$ から外乱は長周期成分のパワーが卓越したものに变化したが、この時点では NADCON はまだ古い外乱のモデルに基づいているために区間 [601, 800] では制御性能が大幅に悪化している。しかし $n=800$ で新しいモデル

$$u(n) = 1.454 u(n-1) - 0.748 u(n-2) + \varepsilon(n)$$

が採用され、その結果、制御量 $y(n)$ の分散が約 50% 増加する半面 $x(n)$ の分散は約 1/8 とな

り、 $n=600$ 以前の変動以下になっている。 $n=1200$ から再び元の外乱に戻っているが、新しいモデルが採用される $n=1400$ までは制御量が必要以上に大きすぎる事が分かる。 $n=1400$ 以降ではモデルの更新によって被制御量 $x(n)$ の分散をほとんど増大させることなく制御量 $y(n)$ の分散を約 $1/4$ に減少している。

表2はベイズ型 NADCON による制御結果である。表1と比較すると制御性能はほとんど同一であり、これからは両者の優劣に関しては何ともいえない。シミュレーションの結果を、詳しく見ると、まず $n=200$ の時点では区間 $[1, 200]$ のデータに基づいてベイズモデル AR_1 が求められている。次に $n=400$ の次点でまず $[201, 400]$ だけのデータに基づいて、ベイズモデル AR_2' が求められ、さらに AR_1 と AR_2' が重み関数 $w = (0.155, 0.845)$ で加重平均されて AR_2 が求められている。 $n=600$ では重み関数は $w = (0.236, 0.523, 0.241)$ であった。 $n=800$ では外乱の性質が変わってしまったことから $w = (0, 0, 0, 1.0)$ となり、過去のモデルは現在の予測には不適當なことを示している。この判断は MAICE 型のものと一致している。 $n=1000, 1200$ でもそれぞれ w は $(0, 0, 0, 0.633, 0.367)$, $(0, 0, 0, 0.156, 0.449, 0.375)$ となり、外乱の変化に良く対応している。 $n=1400$ の時点では $w = (0.011, 0.297, 0.187, 0, 0, 0, 0.524)$ となり、外乱がもとに戻ったことと良く対応している。 $n=1600, 1800, 2000$ での w の値 $(0.001, 0.062, 0.032, 0, 0, 0, 0.109, 0.796)$, $(0.047, 0.150, 0.190, 0, 0, 0, 0.296, 0.027, 0.290)$, $(0.036, 0.057, 0.075, 0, 0, 0, 0.159, 0.015, 0.310, 0.348)$ についても同様である。

以上の例は、NADCON が1区間 (Mdt) だけの遅れはあるものの、外乱の変化にうまく適応していることを示すと同時に、基準となる制御系のモデルが多少不正確な場合にも有効であることを示している。

7. 実 船 実 験

Noise Adaptive Controller を東京商船大学の練習船、汐路丸の自動操舵に応用した。汐路丸には従来から制御用ミニコンが搭載され、定常自己回帰モデルに基づく最適制御の実験に用いられてきたが、最適制御の計算 (5節の(V)) および予測 (I) は極めて簡単な計算ですむことからマイクロプロセッサの利用が可能となり [10] 余剰のミニコン機能を、適応制御のための計算 (II), (III), (IV) に利用することとした。

これまでの実験のデータをもとに船のモデルとして

表3 実験に使われたモデルの係数

i	$a(i)$	$b(i)$
1	1.393	-0.239
2	-0.089	-0.372
3	-0.143	-0.241
4	-0.164	-0.267

表2 ベイズ型 NADCON による制御結果

Interval	Variance		Performance
	x	y	
[1, 200]	7.2	7.1	21.6
[201, 400]	3.0	7.7	13.8
[401, 600]	3.3	7.0	13.8
[601, 800]	26.0	14.1	66.1
[801, 1000]	2.9	20.9	26.8
[1001, 1200]	2.8	22.4	28.3
[1201, 1400]	3.5	30.0	36.9
[1401, 1600]	3.2	9.8	16.3
[1601, 1800]	4.4	6.0	15.0
[1801, 2000]	4.0	8.3	16.6

$$\psi(n) = \sum_{i=1}^4 a(i) \psi(n-i) + \sum_{i=1}^4 b(i) \delta(n-i) + u(n)$$

を使うことにした。ただし、 $\psi(n)$ は目的針路からの偏角、 $\delta(n)$ は舵角である。係数 $a(i)$, $b(i)$ は表3に示してある。サンプリング間隔 dt は1秒とし、 $Mdt=200$ 秒毎にモデ

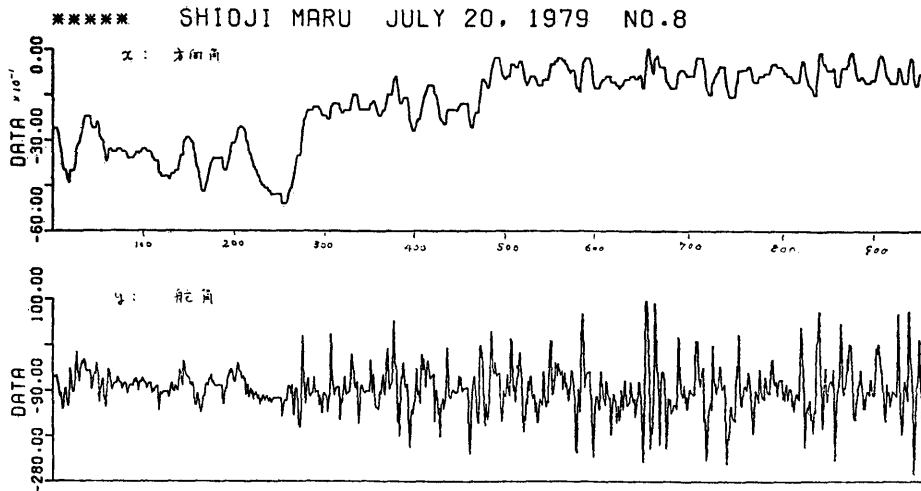


図3 実船実験の記録

ルの更新が行なわれた。

図3に実船実験の記録の一例を示す。まず外乱を白色雑音と仮定して最適制御則が求められ、それに従って操舵が実施された。200秒経過した時点からその間に得られたデータをもとにモデルの変更ならびに新しい最適制御則の計算が開始されたが、計算の終了までは引き続き以前の制御則に従って操舵された。約60秒後に計算が完了し、その結果得られた新しい制御則によって針路角の変動が減少するばかりでなく、横波に伴う定常偏差が著しく減少していることが分かる。さらに200秒後の2回目のモデルの更新によって制御性能は一段と向上し、針路角の変動はほぼ ± 0.5 度に抑えられていることが分かる。その後のモデルの更新ではほとんど影響が見られなかった。この実験の場合、モデルの更新ならびに新しい最適制御則の計算に約60秒を要している。この計算所要時間はプログラムの簡単な修正により10秒以下にすることができる。

8. む す び

この論文で提案されたNADCONは制御系に加わる外乱のモデルだけに適応機能を持たせたものであるが、これは推定と制御を同時に行なうという適応制御の原理的な困難を解決する現実的な方法の一つである。シミュレーションならびに実船実験の結果は、NADCONが十分な実用性を持つものであることを示している。これによって、今後同様な原理にもとづく適応制御系の実現の可能性が確認された。

この論文で使われたモデルはすべての変数が同じ次数を持つと仮定した一番単純な場合に限定してある。実際には各変数ごとに異なる次数を持つモデルを考えることができるが、変数選択の手順が複雑となる[4]。

ベイズ型の局所定常自己回帰モデルにおいては通常10~20個の過去のモデルが記憶され新しいモデルが出来る度に一番古いモデルが捨てられる。この他に、典型的と思われるモデルをいくつか固定して用意しておくことが良いと思われる。

謝辞

実船実験において協力を得た東京商船大学助教授 堀籠教夫氏, 原 誠氏および有益なコメントをいただいたレフリーに感謝いたします。

参 考 文 献

- [1] Akaike, H. (1971) Autoregressive model fitting for control, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **23**, 163–180.
- [2] ——— (1974) Markovian representation of stochastic processes and its application to the analysis of autoregressive moving average processes, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **26**, 363–387.
- [3] ——— (1979) A Bayesian extension of the minimum AIC procedure of autoregressive model fitting, *Biometrika*, **66**, 237–242.
- [4] Akaike, H., Kitagawa, G., Arahata, E. and Tada, F. (1979) TIMSAC-78, *Computer Science Monographs*, No. 11, The Institute of Statistical Mathematics.
- [5] 赤池弘次, 中川東一郎 (1972) ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンスライブラリ 情報電算機 9, サイエンス社.
- [6] Kitagawa, G. and Akaike, H. (1978) A procedure for the modeling of non-stationary time series, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **30**, B, 351–363.
- [7] Nakamura, H. and Akaike, H. (1979) Use of statistical identification for optimal control of a supercritical thermal power plant, *Identification and System Parameter Identification* (ed. Isermann, R.), Pergamon Press, Oxford and New York, 221–232.
- [8] Ohtsu, K., Horigome, M. and Kitagawa, G. (1979) A new ship's auto pilot design through a stochastic model, *AUTOMATICA*, **15**, 255–268.
- [9] Ohtsu, K., Kitagawa, G. and Horigome, M. (1979) A robust autopilot system against the various sea conditions — Noise Adaptive Autopilot —, *Third Int. Symp on Ship Operation Automation*, Nov. 26–29, Tokyo, 118–123.
- [10] Horigome, M., Hara, M., Ohtsu, K. and Kitagawa, G., (1979) Microprocessor based AR autopilot system for ship's steering, *Third Int. Symp. on Ship Operation Automation*, Nov. 26–29, Tokyo, 109–117.
- [11] Ozaki, T. and Tong, H. (1975) On the fitting of non-stationary autoregressive models in time series analysis, *Proc. 8th Hawaii Int. Conference on System Science*, Western Periodical Company, 224–226.