研究ノート

カール・ピアソン
(人と社会と統計学)

桃山学院大学 安 藤 洋 美

(1979年3月 受付)

1. 吾々は過去の物質的・精神的遺産を，伝統と社会的諸制度を通して，時に肯定的に，時に否定的に，時に折衷的に受け継ぐ．こうして人類は永年にわたり文化を伝承してきた．統計学の歴史もまたこのような文化の伝承のパターンを繰返してきたことはいうまでもない．統計学説や理論が，いつ，どこで，誰により，いかに発見され，その後どう発展したか，現在への影響は如何ということ，つまり統計的諸活動の実態を描写し，叙述の焦点を統計学の進歩発展という点におくことにより，その歴史を構成することができる．このようにいわばマクロに歴史をとらえた場合，統計学の発展に寄与した個々の学者たちの思想，信条，性癖などは記述の重点でなく無視されてしまう．だが歴史を極めて限定された期間や地域内においてミクロに記述しようとするならば，個人の歴史，つまり伝記を語らねばならぬ場合もある．統計学者の伝記を羅列すればそのまま統計学史になるわけではないが，にもかかわらず，特定の個人の個性の強さ，信念の太さが歴史に大きな影を落していることもある．その点において，統計学史上 Karl Pearson ほどその個性が学問の発展に大きく反映している人物も少ないように思われる．しかもその個性が単なる動物的遺伝もさることながら，社会によって育まれたとしたら，その生涯は十分解剖に値する．「科学は，神学や哲学と同じく，個人的影響や情熱による創造，自己訓練と自己発展という考えを確立するための分野である．しかし単に知性の力だけで科学で名をなした人はいないし，実際に道徳的な力に等しいものによって導かれなかった人もいないし，また知性と道徳的な力を伴わなかった人もいない．知的な才能のずっと奥に，真理への献身，自然への深い同情，大いなる目的のためにすべての些細な事柄をを犠牲にしようとの決意が存在する．」[1] ここで Karl Pearson がいう道徳的な力とは，社会的な力を指す．

2. Karl Pearson の生涯についての利用できる典拠は2つの大部な伝記と，彼の数多くの著書・論文である[2]．それらによると，彼は1857年3月27日，William Pearson と Fanny Smith の次男として，ロンドンに生れた．ピアソン家はヨークシャーの yeoman[3] の出で，クエーカー教徒だった．父の William は勅選弁護士 (Queen's Counsel) の資格をもち，最高民事裁判所の長官になった才能豊かな人だった．William の死後，アングロ・サクソン年代記，ドゥームディ・ブック[4]，ヨークシャーの歴史などを含む多数の蔵書と未発表研究ノートが遺された．Karl が後年限りなく人間とその歴史に深い関心を寄せたのは，父から受け継いだ性格によるものだろう．晩年 (1924～34年)，スコットランド王家にまつわる人々や出来事の研究は，頭蓋測定学 (craniometry) というカテゴリーに属するものとはいえ，今日の統計学者たちから見るとまったく道楽としてしか考えられぬものである．スコットランド王ブロース家の Robert VIII 世[5]，スチュアート家の James VI 世の師である George Buchanan[6]，Henry Stuart，Darnley 卿[7]，Oliver Cromwell のものと称されたウィルキンソン氏所蔵の[8]，頭蓋骨の計測による肖像画の似非の判定などがそれである．「神のお告げによると，偶像崇拝者に対する刑罰として，

暗殺や殺人がある．吾々はしばしば史書でリッチョ［Rizzio，メアリーの秘書官，1533?-66］を暗殺した者たちのことを読んだ．そして節義のないブカナンにより，彼がメアリー・スチュアートといかがわしい関係をもったことが，再三再四緊張をもたらしたと聞かされた．しかしホリドール城にいた暗黒神父［John Knox 1514?-72 のこと］の心は同夜の暗殺によってどんなに高ぶったことか？ 暗黒神父は，プロテスタントにとり，‘こよなく悪企みをする’人であるが，カトリックにとってはいささか卓越した学者だった．吾々が今日確実にいえることは，彼は勇気ある人であり，暗殺が実行されつつあるとき，宮廷でメアリーを宗教的に慰めるために留まっていたといってよい．政治的な暗殺は説教師の値ぶみにより，宗教的なものになってしまった」[7] とか，「なかんずく，スチュアート家のメアリーはもっとも大様で，もっとも教養があり，もっとも宗教的に寛容だった．……メアリーの死は個人的悲劇であるのみならず，それ以上に大きな悲劇，つまり〔一片の道徳心ももたず，国益のため個人的欲望を押えることも知らぬ〕あくどい貴族どもの強欲により，国民的教養と国民的精神の成長の抑圧という悲劇をもたらした」[7] という文節に，歴史の通説への挑戦がみられる．歴史上の悪人，姦婦，煽動家の再評価の試みは，各方面からの批判の対象となっているピアソン自身への弁明かも知れぬ．

3. Karl Pearson は9歳まで家庭で教育され，それからロンドンのガウアー街にある University College School へ通学した．16歳のとき肺結核の症状で退学して，郊外のヒッチンで療養しながら，家庭教師について勉強した．この先生は他にも何人か腕白坊主を教えていたが，この坊主どもから Pearson は犬の飼育法を教わった．のち1908年から Pearson はハンプステッドやコールドハーバーの別荘で犬の飼育を始め，白子のチンと黒のポメラニア種を交配させて，毛の色の遺伝を研究し，遺伝の決定理論を展開しようとした．これは Weldon の遺志を継承したものであった．犬の飼育は，1922年 University College が不用になった馬小屋を提供してくれたので，犬を一個所に集めて飼育し，観察できるようになった．しかし日当りが悪く，その上同腹繁殖のさせすぎで，犬の頑健さが減退し，終いには飼育が困難になったらしい．また犬の啼き声が喧騒で研究がしばしば妨害され，この点で研究は成功しなかった．

1874年 Pearson は Cambridge の Edward John Routh の個人指導を受け，主として Gabriel Lamé の弾性論の本[9] などを勉強した．翌75年 Cambridge の King's College に入学した．中世以来続いたこの30〜40人の小共同社会の生活で，彼は一般教養を身につけた．ルネサンスと啓蒙時代の思想を Oskar Browning から，歴史的関心を George Walter Prothero から，文献探索の仕方を司書の Henry Bradshaw から学んだ．学友には後に最高民事裁判所判事となり Pearson の研究資金を提供してくれた Robert Parker 卿や，後に King's College の数学講師や副学長になった W.H. Macaulay がいた．菊池大麓もロンドン時代以来の Pearson の親友であると語っている．在学中 Pearson は強制的な神学の講義に反対して闘い，遂に神学は必修課目から外されることになった．Cambridge の神学の講義は古くは1567年 Thomas Cartwright の批判に始まり，17世紀にはピューリタニズムの震源となったり，物議をかもさぬことはなかったから，クエーカー教徒の Pearson にも耐え難く感じられたとしても無理はない．しかし彼が無神論者であったわけでない．

1879年 Pearson は Smith 賞に挑戦したが，不首尾に終った．試験官は Stokes, Maxwell, Cayley, Todhunter の4人で，このうち Todhunter だけが比較的好意的な評価を下したらしい．この年の数学優等生試験は3席に終った．こんな次第で彼は一時数学を離れることになる．

4. 79年学位をとると同時に，Pearson はドイツへ旅立った．Heiderberg では Quinke に物理学を，Kuno Fisher に形而上学を学んだ．Berlin では Mommsen にローマ法を，Heinrich Du

Bois Reymond に進化論を学んだ．1年後，法学院（Temple）で勉強して，81年弁護士資格を得たが，開業した形跡はない．80年に，King's College から fellowship を授与されたので，経済的に困ることがなく，ロンドンとドイツを何回も往復した．やがて彼はドイツのプロテスタンティズムの研究に没頭する．その理由はどこにあったのか？

ヴィクトリア朝時代，世界に先駆けて産業革命を遂行したイングランドでは，中世風の名匠・職人気質を一掃し，時間的にも空間的にも統制された条件下での作業に順応する新しいタイプの労働力を必要とした．そしてこの種の労働力が，封建的秩序，経済的強制からくる生産手段と切り離されて，一応は全く自由な人間として，新しい様式の労働に従事しうるためには，カトリックとは異なる宗教と倫理が必要となった．勤勉・質素・合理的思惟をもって貫かれる厳格な生活態度＝世俗生活と，一見矛盾してみえる自由の自覚＝内的信仰とが，プロテスタントの信仰のなかで調和し結合していた．プロテスタントでない人たちは，世俗生活と内的信仰との矛盾を機械論的唯物論によって克服しようとした．この哲学の系譜を吾々は Hobbes, Spinoza, Descartes まで遡ることができる．事実，Pearson は「〔大学在学中に〕私は Spinoza を科学的知識と矛盾しない神の概念を提供した唯一の哲学者と」考えていた[10]．彼は自己の信仰と科学とを内的に矛盾なく結びつけたかったために，すでにそれに成功していたプロテスタントの発祥の研究に入っていったのであった．しかも Bradshaw という有能な人物が，文献探索の手助けをし，研究法も指導したのだから成果はみるべきものがあった．1882〜83年にかけ，『ドイツ人の社会生活と思考』，『ドイツにおける人文主義』，『ミュンスターにおける神の国』，『マルチン・ルーテル，ドイツにおける物質的精神的安寧における彼の影響』などを，日曜学校で講義したり雑誌に発表したりした．ドイツかぶれした彼はこのころ名前の綴りを Carl から Karl に変えている．

Pearson がドイツに惹かれた第2の点はドイツの大学の隆盛にあった．19世紀のイギリス科学，とくに物理学と生物学の進歩は素晴しかったが，しかし大学がその進歩に実質的な役割を果していなかった．Oxford は1636年制定の Road 学則に準拠した教授要目に従って学生を指導していたし，Newton 以来の伝統的なルーカス教授職のいる Cambridge は Oxford ほどではなかったが，しかし19世紀の科学革命や産業革命に主導権をもったとはいえない．科学と技術の進歩発展に大きな貢献をしたのは，主として非国教徒であり，彼らはイギリス国教会が支配する大学への門戸を閉されていた．非国教徒の作った University College が1828年以降細々と科学の火を燃し続けた．1850年まではこんな状態だった．「科学思想をイギリス諸大学に注入した多くの環境的な動力のうち，……2つが取りあげられて然るべきだろう．その2つはともにイギリスの外部から来たもので，1つは理念，他は不安である．理念はドイツの Wissenschaft の観念，研究の中心としての大学という観念である．不安というのは，大陸諸国が科学を産業に強力に応用することにより，優勢なイギリス産業に追いつくだろうということだった」と Ashby は語っている[11]．ドイツの Wissenschaft とフランスの経験的実験科学の影響が結合して，ドイツの諸大学は大きく発展した．カレジの個人指導教師が，その掌握する一団の学生たちに優等生試験に合格するのに必要な科目を訓詁的に教授していたイングランドと比較して，自然哲学を放逐し科学の応用をも退ぞけ，徒弟修業を通して教育するという古いギルドのよさをいかした研究の中心としての大学が，国家統一を遅ればせながら果したプロシャ帝国の隆盛と重なって，理想的な像と映った．当時のイギリスの科学者たちは大なり小なりドイツの大学を羨望視した．Pearson もまたその一人であり，1882年から91年にかけて，彼は Cambridge や London の大学の改革を提起している[12]．

心の中での宗教と科学の葛藤は，敬虔なクエーカー教徒の Pearson には殊の外ひどかったらしい．その悩みは1880年の処女作で Loki という変名で書かれた『新ウエルテル（New Werther』という本のなかで述べられている．この本はドイツを放浪する青年アーサーが，しばし別離している許嫁エセルにあてて書いた架空の手紙形式のものである．アーサーは，神と人との結合……という問題の研究に生涯を捧げたいと思っており，哲学者にあたるが彼らの研究はこの点に関して不十分であることを悟る．科学的研究は問題の解決に一番希望がもてそうだが，しかし現実の科学者は一番性の悪い専制君主のように自分たちの独断を押しつけてくると嘆く．この悩みのアーサーは，やがて当時ドイツで流行していた経験批判論へと傾斜していき，それを Pearson は自由思想 (free-thought) と名づける立場にまとめる．

5. Pearson はドイツの宗教改革や科学の勃興に関心をもちながら，他方イギリス人の伝統的な改良主義の枠内での行動を是とした．19世紀のイギリスは声ある革命（フランス革命）と声なき革命（産業革命と第2次囲い込み運動でみられる農業革命）と，議会主義の伝統とが相まって，民主主義運動の永続的で強力な動因となった．宗教的平等の保証，Bentham の“政治制度は最大多数の最大幸福”により吟味すべきだと強く主張する功利主義哲学の普及，何回かにわたる選挙法や救貧法の改正，30年代のチャーチスト運動，穀物法廃止で40年代の飢餓 (hungry forties) を乗り切るなど，もろもろの解放の実現を通して laisse faire を原則とする自由主義が成果を収めつつあった．1864年9月28日，ロンドンで第1インターナショナルが設立された．Karl Marx がこのときのドイツ代表だったことは衆知の通りである．しかしロンドン労働組合評議会はインターに加入せず，選挙法改正による労働者のより広汎な層を政治行動に参加させようとして，67年“戸主ならびに10ポンド間借人選挙権 (householders and £10 lodgers franchise)”とよばれる第2次選挙法改正を獲ちとる．これにより総人口の1/10，約300万人が選挙権を得，都市の票が地方の票を上まわるようになった．この67年の組合の決定は，イギリスの労働者階級が社会主義の教義を援用せず，以後ブルジョワと妥協した改良主義に走ったと批判されることになる．このように1820年から70年までイギリスはヴィクトリア朝の妥協 (Victorian compromise) とよばれる内政改革を漸進的に行なってきたし，その社会構造は革命気運を絶えず吸収してしまう柔構造であった．選挙法改正後の1868年の総選挙後，6年ごとに自由党と保守党の政権交代が続いたが，いずれの党も内政を漸進的に改革していった．

にもかかわらず，世界の工場たるイギリスの地位は，保護関税策をとるアメリカとドイツという新しい競争者により，輸出面で打撃を受けつつあった．73年からイギリスに大不況がおとづれ，85～86年が最悪の年になった．不況にからんで当然社会主義が抬頭してくる．自由党の W. A. Harcourt 卿が“吾々は今や一人のこらず社会主義者になっている”という言に代表されるように，80年代には多くの社会主義団体が生れた．そんな風潮のなかで，Pearson も社会主義者たらんとしたのは時代の趨勢といえよう．London 市内 Soho の革命クラブで，日曜日にドイツ社民党の Lassalle や，Marx について講じたり，社会主義者の歌の本に賛歌を寄稿したり，ロシヤの亡命者たちと附合ったり，婦人解放運動に参加したりしている．ただし，ここでいう社会主義とは，フェビアン協会で代表されるような社会主義政策を議会によって漸進的に実現させていくものであった．このころに，いろいろな場所での発言，講義をまとめたのが，1888年出版の『自由思想の倫理』[13] である．

自由思想とは何か？「無限と有限の関係に対し，すべての神話を棄却し，すべての確認された真理を率直に受入れることは，私が自由思想，もしくは真の宗教的知識と名づけるものである．」「自由思想家になるためには，すべての形式の独断主義をふり捨てるだけでは十分でない．ましていわんや，粗悪な諷刺の詩文で独断主義を攻撃することではない．こんなことは消極的な行為にすぎない．真の自由思想家はその時代の最高の知識をもった人でなければならない．彼はその世紀の斜面に立って，過去が完成したこと，現在が完成しつつあることを見守ら

ねばならぬ．しかも彼自身が人間の知識を増やすため，拡めるため努力しつつあるなら，なおさらよい．そんな人は真に自由思想家の司教と名づけてよい．」「真の科学人のように，自由思想家は・“私の知らないこのことをここで説明できない”ということを決して恥じてはいけない．」「Goethe，Spinoza，Darwin のような偉大な詩人，哲学者，自然科学者たちはすべて自由思想家だった．彼らは教条的な信条を無視し，最高の知識を目標にして，人生の大問題に光を投げかけるように努めた．」「すべての自由思想家は過去に強い負い目をもち，感謝する．彼はまず先人に対し十分敬意を表する．先人の闘争や失敗や成功は，総じて大量の知識を彼に与えた．そこで彼は過去の人々の失敗や誤れる歩みさえ同情を禁じえない．彼は過去の精神的発展のあらゆる段階のお蔭をこうむっていることを決して忘れない．」「行為を判断するにあたり，人は現在の生きざまにのみ関心をもつ．人生はできるだけ充実した楽しいものにしなければならない．このために，現在もっている知識すべてと，過去において彼に役立った経験すべてを，意識的に科学的に使わねばならぬ．地獄を恐れるのでもなく，天国を希求するのでもなく，ひねくれた神人の愛からでもなく，吾々が構成員である社会のため，一人一人の繁栄が社会の繁栄につながるため，吾々は道徳的に，つまり社会的に行動するのである．」「社会主義は (1) 人類の唯一の目的がこの世における幸福にあること，(2) 進化やグループ間の闘争の道筋は，人類に強く社会的本能をよびおこしたという認知から起った．それで直接的にせよ，間接的にせよ，個人の快楽は彼が構成員であるところの社会の繁栄を進めることのなかにある．」「急激な変化を伴なう大変化はつねに起らないことは，歴史の第一法則であるとして認めねばならぬ．社会のどんな階層にも，永続的な利益をもたらすと思われる大きな社会改造が，つねに革命によってもたらされるものではない．それは吾々が進化とよんでいる漸進的成長，逐次変化の結果である．これは自然の法則であると同時に歴史法則でもある．」

ここに Pearson の人生観がはっきり表明されている．もっともこのように『自由思想の倫理』からの断片的な抜き書きは，思想の一側面を表現するにすぎないので，誤解を招きやすいが，それでも Pearson がイギリスという地理的・歴史的風土のなかで育てられてきたことが分る．いいかえると，Pearson がイギリス人を脱却して，インターナショナルな革命家になる程，イギリスの社会や文化は硬直化していなかったことを意味する．

6. 1883 年 University College の応用数学科の教授 Rowe (1856-84) は肺結核にかかり，療養中であった．Pearson が Rowe の代講をつとめ，翌年 6 月 Rowe の死去に伴なってその後任となった．Pearson の義務は 40〜50 人の工学の学生たちに応用数学と力学を教えることであった．講義の内容は幾何学的図解法と各種の作図器具を操作する極めて実践的なものであり，その上社会運動で鍛えられた弁舌は彼の個性と相まって学生たちを魅了したらしい．

教授になりたてのころ，Pearson は College での教育のほかに，William Kingdon Clifford が 1875 年ごろから書き始めていた『数学を知らない人のための数学原理の説明』[14] と題する本の遺稿に補筆して出版することに精力を集中した．Clifford は 1879 年 34 歳で夭逝した．死に際し，本書 5 編（数，空間，量，位置，運動）の外に質量の 1 編も加えるべきだが，多病にして脱稿できず，十分刪訂を加えた上，本の題名も改めて出版してほしいと彼は遺言した．原稿は Rowe 教授に託されたが，未完成のまま彼もまた死去し，その任は Pearson に引継がれた．それは 1885 年『精密科学の常識』[15] と題して出版されたが，第 4 篇の“位置”全部と第 3 篇の“量”と第 5 篇の“運動”の大部分が Pearson の筆になるものである．第 4 篇は主に幾何学的ベクトルの説明にあてられている．

さらに Pearson は，84 年当時 Cambridge 大学出版部の編集長だった Routh から，Todhunter の未完の大著『弾性論史』の完成を依頼された．これは完成までに約 10 年を要した大仕事だ

ったが，まず1886年に第1巻が出版された．1639年の Galileo の竿や梁や中空の円柱の破砕の限度の研究から，1850年の Saint-Venant の角柱の捩れの研究まで，1631項にわけて解説したもので，項の番号の中で〔 〕で囲まれた部分が Pearson の手になる．その個数はおよそ半数を占める．1893年に出版された第2部は，2分冊からなるが，これは全部 Pearson の著作である[16]．この著作は過去200年間の数百の数学論文を1つ1つ吟味する手のこんだ文献考証の末誕生したもので，大雑把な数学史の議論など出来なくなる程徹底した微分方程式論史である．Todhunter の他の3つの史書[17] もそうであるが，『弾性論史』にも“Miscellaneous Investigations”の章があり，有象無象の学者たちのほんの僅かな功績すらも取り上げている．ここに『自由思想の倫理』で述べられた先人への畏敬の表われを知る．この仕事が，Pearson の数学的能力ももちろんであるが，Bradshow らの歴史研究にしめる文献考証の仕方の影響も大いにある．さらに彼を応用数学の Goldsmid 教授職に推挙してくれた機械工学の A. B. William Kennedy 教授の変らぬ援助も，この仕事に必要だった．イギリス諸都市に電灯をつけるシステム設計に功のあった Kennedy は“科学の本質はまさしく測定という一言に要約されるかもしれぬ”と述べている．この測定という語を調査とおきかえれば，この文句は Pearson の統計学の本質とまさしく一致する．

84年から89年にかけて，Pearson の社会問題への関心は相変らず続いてはいたが，新しく史料を求めて何かやるということはなくなった．ただ85年ごろ作られた“男女の相互の立場と関係を，どんな方法にても結びつけるあらゆる事柄を，自由に腹蔵なく議論する”クラブの会員として『社会主義と性』[18] を発表している．内容は「両親の知的能力を男の子と女の子のどちらが相続するのが好ましいか？ 好ましくないか？」「将来，婦人は分娩が楽になるように，どの程度の大きさに発育すればよいか？」「肺病の父は，その病をどの程度子孫に遺伝させるか？」といったものである．今日の眼からみればすでに解決ずみの問題もあるが，ずっと後になって Pearson はこれらの問題に統計的手法をもって取組むのである．

このクラブで Pearson は非国教徒の家系の Maria Sharpe と出会い，1890年に結婚をしている．Maria は結婚後は表面立った活動は何もしなかったが，クラブの秘書時代から，Pearson が知識と真理を追求するあまり，あまりにも強情すぎて他人と衝突することをよく知っていて，結婚生活では Pearson と他の人々との緩衝役をよく果した．だが，それ以上に Pearson を統計学へと導いたのに Sharpe 家の影響は大きかった．Pearson が法律家の息子として，理づめに宗教や社会を考えたのに反し，Sharpe 家は文学芸術を愛する家系で，彼女の伯父たちに銀行家でエジプト学者の Samuel Sharpe，地質学者で C. Lyell の友人だった Daniel Sharpe，Cuvier や Standhal や Mérimée の親友だった Sutton Sharpe がいたし，父の William Sharpe も若いころ建築家になろうとして南欧の古い建築物をスケッチしまわった程である．彼は2人の息子と6人の娘に情熱を傾けて新しい知識を教え，それが文学や芸術の研究のためになると信じて疑わなかった．Darwin の『種の起源』(初版1859，6版1872) や『人類の起源と性に関する淘汰』(初版1871，2版1877) は Sharpe 家の茶の間で話題になっていた．Maria Sharpe と知り合うまで Pearson は生物科学にそれ程関心を示していなかった．その点で2人の結婚は統計学史上の特筆さるべき出来事であった．

7. 1891年 Pearson は Gresham College の幾何学の講義を引受けた．このカレジは16世紀 Thomas Gresham 卿により設立された7科（神学，天文学，幾何学，音楽，法学，物理学，修辞学）に1人ずつ教授がつく公開講座をもち，年12回を3つに分けて講義することが教授の義務だった．Pearson は91年の3月に4回つづき，4月にも4回つづきの“近代科学の範囲と諸概念”と題する講義を行なった．「科学の材料は物理的宇宙の全体にまったく均しく拡がっ

ている．現在の宇宙のみならず，その過去の歴史およびその中に住むすべての生物の過去の歴史にも拡がっている」し，一方「科学の機能は，事実を分類し，事実の関連とその相対的意義を認識することであり」そして「科学すべての総体はその方法のみから成り，その材料から成るのではない．科学を構成するのは，事実自体ではなくて，事実が処理される方法である」とPearsonは説く．科学の方法は「(a) 諸事実の周到にして正確な分類と，これらの相関と関連の観察，(b) 創造力の援用による科学的法則の発見，(c) 自己批判およびすべて正常の精神をもつ人に対して等しく妥当性をもつか否かを最後の規準とすること」であるという．3月4日の講義で明らかなように「科学は現象が“いかに”起ったかを記述するが，“なぜ”起ったかは説明できない」とし，神学や形而上学が管轄だと主張するかもしれぬすべての要素を科学から除去する必要性を強調する．3月6日の講義では抽象的科学と具体的科学（無機的諸現象と有機的諸現象）[19] が分類される．2回目の講義の4月16日の“物質と力”において，「相互加速度が質量としては逆になる」という言葉によって簡単に表わされると述べ，質量と加速度の積を力と規定する．“物質の量”としての質量という現代風の定義を嘲笑している．この講義は敷衍されて『科学の文法』[20] という本にまとめられ，1892年に出版された．この第1版には「過去において一定の関連が起ったということは，吾々が因果という概念で表わしている経験事項であり，それが未来にも引きつづき起るだろうということは，吾々が確率という概念で表わしている信仰事項である」と述べ，Laplace の継起の公式を説明しているが，統計学については何も述べていない．この本には彼の記述哲学が展開されている．

8. 1890年は Pearson にとって転機の年であった．Sharpe 家からは進化論が吹きこんできた．そんなわけで彼は1889年に出版された Francis Galton の『自然的遺伝』を読んだ．この本は遺伝の影響を測るための道具として Galton が発見し展開した概念である相関と回帰についての研究の要約であった．それはすべての生物体に応用できると考えられたものであった．「因果関係よりもっと巾広いカテゴリー，すなわち相関関係が存在し，そのなかで因果関係は限界にすぎない．この新しい相関という概念は，心理学，人体計測学，医学，社会学を大部分数学的処理のできる分野にしてしまうということを Galton〔の本から〕私は読みとった．健全な数学が因果関係のカテゴリーのもとでのみ自然現象に適用されるという偏見から，私をまず解放してくれたのは Galton である．私は確言できるというわけではないが，ここで始めて，生物体の分野，とりわけ人間の振舞う分野における知識に達しうる可能性があると思う．」[21] と Pearson は後年述べている．

Cambridge 出身の動物学者 W. F. R. Weldon は1890年 Ray Lancaster の後任として，University College の動物学教授に指名された．彼は Darwin の自然淘汰説に深く感銘を受け，80年代には動物界と植物界の研究からそれを具体的に支持する方法を考案しようと，その手段を探し求めていた．彼もまた Galton の『自然的遺伝』を読んで，動植物界における変異と相関の統計的研究を通してやるのがその手段をうるもっとも有望な道であると確信した．Weldon の“ある十脚目 Crangon vulgaris において起る変異について”[22] で少しばかり統計法を使用した．この論文は審査のため Galton に送られた．Weldon と Galton はこうして交際し始めた．この老人によって Weldon の論文は統計的処理がしなおされ，いくつかの結論が修正された．数学の弱さに気づいた Weldon は確率論の教科書を勉強しはじめた．J. Bertrand の『確率計算』は89年に出版されたばかりであった．Weldon は Darwin の獲得形質の遺伝を支持する具体的な証拠を追求するなかで，変異と相関を測る Galton の方法を適用し，拡張し，改良していったが，やがて古典的誤差論ではどうしても処理しえない問題にぶつかった．非対称度数分布，双峰の度数分布，他の非ガウス度数分布をどう表わすか？ このような度数分布の母

数に対して最良推定値をどう導びくか？ このような推定値の確率誤差はいくらか？ 多数の相関する変量の1つもしくはそれ以上について淘汰の効果はどれ位か？ という問題は Weldon の手にあまった．彼は Cambridge の数学者たちに最初相談したが，満足に取扱ってもらえず，同じカレジの Pearson に助けを求めることになる．ここに Galton-Weldon-Pearson の共同研究が始まり，しかも研究対象はまさしくかつて Pearson が考えた自由思想の漸進性の教理に適うものであった．

9. 1891 年から 1893 年にかけて Pearson は統計学の学習を精力に行ない，その結果を Gresham College の大衆向け講義で1部発表した．1891 年 11 月から 1892 年1月と5月にかけて“統計学の幾何学”と題する12回の講義を行なった．これはイギリス政治算術学派とドイツ国勢学派とフランス確率論学派の歴史を述べたあと，生物学や物理学や社会科学からとった統計データの図表示の形式的処理を講じたものであるが，データの収集には苦労したらしい．1892 年 11 月と 1893 年1～2月の講義は“偶然の法則”[23] である．「長い間の経験により，平均すれば〔フリート街では〕1週間に1度タクシー乗場が空になることが分っている．かくしてあとの6日間はタクシーがおり，タクシーのいないのは残りの1日だけである．もしも私が長期にわたり所与の時刻にタクシーを拾おうとすれば，7回のうち6回はうまくいく筈である．そのときタクシーを拾う確率またはチャンスとして，成功例の数とすべての場合の数との比だと定義する．――この場合チャンスは 6/7 である．かくしてある事象のチャンスは過去の経験の数的測度であり，本質的に統計的情報にもとづく．」と．この点で確率と統計が結びつくと説き，銭投げやカード抽出実験や自然現象の観測データを説明例にとり確率論と相関概念を講じた．1893 年1月 31 日の講義で，それまで平方根平均平方誤差とか平均平方誤差とか平均誤差とか，いろいろ呼称されていたものに代り，標準偏差という術語を与えた．翌日の講義で標準偏差の理論値と標本値との間にみられる差が疑いを生じる程十分大きいかどうかを論じた．1893 年 11 月から翌年3月まで“偶然の幾何学”と題する12回講義で，正規曲線，歪曲線，合成曲線を講じた．標準偏差や正規曲線の名称は以後汎用されるようになった．

10. 啓蒙的な講演はさておき，Pearson はまず遺伝と進化の問題，つまり Galton の先祖遺伝の法則の適切さを検定すること，器官の相関と変異に関して淘汰の影響を明らかにするための統計方法を展開し応用することに努めた．彼の研究は今日では否定されたり，陣腐なものになってしまったが，社会の漸進的進歩を信ずる自由思想家の Pearson には，進化の問題は見逃すことのできぬものであった．かくして 1894 年，統計学の処女論文“進化論への数学的貢献，I”が“王立協会哲学会報 (Philosophical Transactions)”に寄稿されてから，1936 年“バイオメトリカ”に発表された最終論文“積率法と最尤法”まで，Pearson の発表した統計学の論文は 387 篇，著書 19 冊（共著も含める），およそ 17,500 頁にのぼる[24]．さらに原稿のまま残され最近出版された『17，18 世紀の統計学史』のようなものもある．もし全集が作製されたら，多作家だった Euler や Cauchy に匹敵する程で，優に 40 巻は下らないだろう．

“進化論への数学的貢献，I”[25] は，所与の度数曲線を，できうれば2つの成分確率曲線，つまり2つの正規曲線に分割することを論じる．これは Weldon の要請にもとづく研究であった．ここで度数曲線とは，数多くの同型もしくは同科の生物標本の同じ器官を測定し，x 軸上に器官の大きさをとり，ある一定の小範囲 δx におちる標本数を y 軸上に表わしたときできる曲線を指す．非対称度数曲線 $y=f(x)$ の平均まわりの積率 μ_2, μ_3, μ_4, μ_5 と，2量

$$\lambda_4 = 9\mu_2{}^2-3\mu_4, \quad \lambda_5 = 30\mu_2\mu_3-3\mu_5$$

を求める．次にこれらの値を用いて9次方程式

$$
\begin{aligned}
&24p_2^9-28\lambda_4p_2^7+36\mu_3^2p_2^6-(24\mu_3\lambda_5-10\lambda_4^2)p_2^5\\
&-(148\mu_3^2\lambda_4+2\lambda_5^2)p_2^4+(288\mu_3^4-12\lambda_4\lambda_5\mu_3-\lambda_4^3)p_2^3\\
&+(24\mu_3^3\lambda_5-7\mu_3^2\lambda_4^2)p_2^2+32\mu_3^4\lambda_4p_2-24\mu_3^6=0
\end{aligned}
$$

の近似解 p_2 を Sturm の方法を用いて求める．この p_2 に対して

$$p_1=\frac{2\mu_3^3-2\mu_3\lambda_4p_2-\lambda_5p_2^2-8\mu_3p_2^3}{(4\mu_3^2-\lambda_4p_2+2p_2^3)\,p_2}$$

という値を計算し，$p_1=p_3/p_2$ を求める．そして

$$\gamma^2-p_1\gamma+p_2=0$$

の解を求めると，この根 γ_1，γ_2 が成分正規曲線

$$y=\frac{c_1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-b_1)^2}{2\sigma_1^2}},\quad y=\frac{c_2}{\sigma_2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-b_2)^2}{2\sigma_2^2}}$$

の軸の位置をきめる．ただし $\gamma_1=b_1$，$\gamma_2=b_2$ である．また

$$z^2-z-\frac{p_2}{p_1^2-4p_2}=0$$

の2根 z_1，z_2 は成分正規曲線下の面積に比例し，元の度数曲線下の面積を N とすると，$c_1=z_1N$，$c_2=z_2N$ である．最後に

$$\sigma_1^2=\left(\mu_2-\frac{\mu_3}{3\gamma_2}-\frac{1}{3}p_1\gamma_1+p_2\right)h^2$$

$$\sigma_2^2=\left(\mu_2-\frac{\mu_3}{3\gamma_1}-\frac{1}{3}p_1\gamma_2+p_2\right)h^2$$

となる．ここで h は度数曲線をヒストグラムで近似したときの区間巾とする．この分解方法を Weldon の収集したナポリ産の蟹1000体の前額部の巾のデータに適用し，それらが異なる平均をもつ2つの異なる集団の偶然分布だとみなした．このとき元の分布を2つの成分に分解する仕方は，必ずしも1通りではなく，9次方程式の実根の数だけ分解の仕方がある．そのときどの分解が一番よいかを第6次積率をもって検定している．さらにこの分解方法を対称型度数曲線にも拡張した．

資料が同種であっても非対称度数曲線が生ずる．例として Galton の器械を使用して Pearson はそれを作ってみせる．そして対称型二項分布，非対称型二項分布，超幾何分布の縦座標で決定される度数多角形の各辺の勾配を考察することから，単一の微分方程式

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y(A_1+A_2x)}{B_1+B_2x+B_3x^2}$$

を導き，それを積率法で解いて得られる度数曲線系は“進化論への数学的貢献，II，同種資料における歪変異”(1895) と“Ibid. X, II の補遺”(1901) と“Ibid. XIX, II の第2補遺”(1916) で取扱われた[26]．95年の論文ではモードという術語と非対称性の測度

$$（歪度）\beta_1=\frac{\mu_3^2}{\mu_2^3},\qquad（尖度）\beta_2=\frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

が導入されている．また“進化論への数学的貢献，XIV，歪相関と非線型回帰の一般理論について”(1905)[27] において，先の微分方程式を平均まわりの変数 x に対して

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}=-\frac{\sqrt{\beta_1}(\beta_2+3)+(10\beta_2-12\beta_1-18)x}{(4\beta_2-3\beta_1)+\sqrt{\beta_1}(\beta_2+3)x+(2\beta_2-3\beta_1-6)x^2}$$

と変形している．“IIの第2補遺”の中で，β_1 と β_2 の値の変化に伴なって，どんな型の曲線が得られるかを論じ，その結果を図で示している．その図を書き直してみると次のようになる．

$$D=(\beta_1+4)(\beta_2+3)^2-36(\beta_2-\beta_1-1)^2$$
$$\kappa=(\beta_2+3)/(\beta_1+4)$$
$$E=(\beta_1+4)(\beta_2+3)^2(8\beta_2-9\beta_1-12)-432(\beta_2-\beta_1-1)^3$$

とおくと

$\beta_1=0$	$D<0$,	$\beta_2>3$,	$\kappa>1.5$	Ⅶ型曲線
	$D=0$,	$\beta_2=3$,	$\kappa=1.5$	正規曲線
	$D>0$,	$1\leqq\beta_2<3$,	$1.2<\kappa<1.5$	Ⅱ型曲線（ベル型）
			$\kappa=1.2$	一様分布
			$1\leqq\kappa<1.2$	Ⅱ型曲線（U字型）
$\beta_1>0$	$D<0$			Ⅳ型曲線
	$D=0$			Ⅴ型曲線
	$D>0$	$\kappa>1.5$	$E<0$	Ⅵ型曲線（ベル型）
			$E=0$	Ⅺ型曲線
			$E>0$	Ⅵ型曲線（逆J字型）
		$\kappa=1.5$	$E<0$	Ⅲ型曲線（ベル型）
			$E=0$	Ⅹ型曲線
			$E>0$	Ⅲ型曲線（逆J字型）
		$1.2<\kappa<1.5$	$E<0$	Ⅰ型曲線（ベル型）
			$E=0$	Ⅸ型曲線
			$E>0$	Ⅰ型曲線（逆J字型）
		$\kappa=1.2$		Ⅻ型曲線
		$1.125<\kappa<1.2$	$E>0$	Ⅰ型曲線（逆J字型）
			$E=0$	Ⅷ型曲線
			$E<0$	Ⅰ型曲線（U字型）
		$1\leqq\kappa\leqq1.125$		Ⅰ型曲線（U字型）

の表を得る[28]．これらの曲線についての研究は，その後学生の解析学の演習題程度に考えられてきた．しかし統計的仮説検定で用いられる標本分布，たとえば χ^2, s^2, t, $s_1{}^2/s_2{}^2$, $r(\rho=0$ のとき）などの検定で用いられる判定基準を求める際に出てくる標本分布の多くが，ピアソンの度数曲線系のなかのものであることから，その重要性は認めざるを得ないだろう．

11. Charles Darwin の従弟の Francis Galton（彼もまた Pearson と同じクエーカー教徒だった）は進化論の影響で，1875年ごろ遺伝の研究に取り組んだ．「もしも各1組の夫婦から生まれる子供の形質の平均が，その両親に似るならば，幾世代にもわたって全種族が総じてその特徴を保持することがどうして可能なのか？」という問題に対し，彼は人間の家系の記録を大量に集めて研究したかったが，不可能だったのでスィートピーの種子の実験で推定し，その原因は先祖返り (reversion) にあると考えた．彼は1877年“人間における形質遺伝の典型的法則”[29]と題する講義を行ない，先祖返りの測度 r は

$$\text{家族の変異性}=\sqrt{1-r^2}\times(\text{母集団の変異性})$$

で推定されるとした．先祖返りは種族（家族）の変動の減退 (reduction) とも考えられ，1人の人間のもつ各形質はその子孫に分与されていくが，平均すればその形質の著しさの程度は退行していくことを意味していると述べた．この r で表わされる概念が今日の回帰係数であるが，

r の値を推定するのに Galton は苦労した．Pearson は 1896 年 "進化論への数学的貢献，III, 回帰，形質遺伝，無選択的交配"[30] で Galton の研究を敷衍した．「数学解析にいくつかの現代流行の生物学の概念を導入するためには，それらを定義する必要がある」と切り出し，変異，相関，自然淘汰，雌雄淘汰，生殖淘汰，形質遺伝，回帰，無選択的交配を定義する．「相関——同一個体における2つの器官，あるいはある関係をもつ個体の組における2つの器官は，次のような場合相関があるといわれる：一定の大きさの第一の器官の系列が選択されたとき，それに対応する第二の器官の大きさの平均が，選択された第一の器官の大きさの関数として求められる場合である．もしも平均がこの大きさと独立なら，器官は相関がないといわれる．……"器官" という語は，ある組織の何か測定可能な形質のことであり，"大きさ" とはその量的な値のことである．」「形質遺伝——親のある器官と，その子の同じ器官もしくは別の器官が与えられているとき，形質遺伝の数学的測度は親子の組についてのこれらの器官の相関である．」「回帰——回帰という語は，これまで所与の程度の異常性をもつ親のすべての子に平均的に具わっている異常性の程度を表わすのに使われてきた．この特殊な回帰の数学的測度は，淘汰された親の子のすべての子の平均からの平均偏差と，淘汰された親のすべての親の平均からの偏差の比である．」というように主な概念を定義し，それらがどのように量的に測定されるかも Pearson は示した．変異が正規度数法則に従うと仮定して，x と y を一対の器官の各々の平均からの偏差，σ_1 と σ_2 を独立な変異として扱った x と y の標準偏差，N を対の総数とする．ある対が x と $x+\delta x$, y と $y+\delta y$ の間に入る度数を $z\delta x\delta y$ とする．そのとき2変量の正規度数曲面について 1846 年 A. Bravais が求めた公式により

$$z = C\times\exp\{-(g_1x^2+2hxy+g_2y^2)\}$$

である．ここで g_1, g_2, h は定数である．z を，y について $-\infty$ から $+\infty$ まで積分すると，x 変量の正規曲線を得なければならないので

$$\frac{1}{2\sigma_1{}^2} = g_1\left(1-\frac{h^2}{g_1g_2}\right)$$

同様にして，z を x の値について積分すると

$$\frac{1}{2\sigma_2{}^2} = g_2\left(1-\frac{h^2}{g_1g_2}\right)$$

を得る．全度数を求めるために，z をすべての x と y の値について積分すると

$$N = C\pi/\sqrt{g_1g_2-h^2}$$

を得る．もしも $-h/\sqrt{g_1g_2}\equiv r$ とおくと，z の式は

$$z = \frac{N}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\frac{1}{\sqrt{1-r^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{\sigma_1{}^2(1-r^2)}-\frac{2xyr}{\sigma_1\sigma_2(1-r^2)}+\frac{y^2}{\sigma_2{}^2(1-r^2)}\right]\right\}$$

と書くことができる．これが2つの相関する変量に対する Galton の形式であった．そこで r を実際に決定する最良の方法は何か？ n 対の器官を (x_1, y_1)，(x_2, y_2)，(x_3, y_3)，$\cdots$ とすると，所与の r に対して観測された系列のチャンスは

$$\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^n}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{x_1{}^2}{\sigma_1{}^2(1-r^2)}-\frac{2x_1y_1r}{\sigma_1\sigma_2(1-r^2)}+\frac{y_1{}^2}{\sigma_2{}^2(1-r^2)}\right]\right\}$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{x_2{}^2}{\sigma_1{}^2(1-r^2)}-\frac{2x_2y_2r}{\sigma_1\sigma_2(1-r^2)}+\frac{y_2{}^2}{\sigma_2{}^2(1-r^2)}\right]\right\}$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{x_3{}^2}{\sigma_1{}^2(1-r^2)}-\frac{2x_3y_3r}{\sigma_1\sigma_2(1-r^2)}+\frac{y_3{}^2}{\sigma_2{}^2(1-r^2)}\right]\right\}\times\cdots$$

のように変化する．$\sigma_1^2=\sum x_i^2/n$, $\sigma_2^2=\sum y_i^2/n$ だから，このチャンスは r に対して

$$\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^n}}\exp\left(-n\frac{1-\lambda r}{1-r^2}\right);\quad \text{ただし } \lambda\equiv\frac{\sum x_i y_i}{n\sigma_1\sigma_2}$$

の如く変化する．上式を r の関数とみて $u(r)$ とおくと

$$\frac{1}{n}\log u(r+\varepsilon)=\frac{1}{n}\log u(r)+\frac{(1+r^2)(\lambda-r)}{(1-r^2)^2}\varepsilon+\frac{\lambda(2r^3+6r)-1-6r^2-r^4}{2(1-r^2)^3}\varepsilon^2$$
$$+\frac{\lambda(6+36r^2+6r^4)-2r^4-28r^3-18r}{6(1-r^2)^4}\varepsilon^3+\cdots\cdot$$

と展開できる．$\log u(r)$，したがって $u(r)$ は，$r=\lambda$ のとき，ε^2 の係数が負になるので，このとき最大値をとる．$u(r)$ を Taylor 展開したとき，各項の大きさの程度の評価など厳密でなく，荒っぽい推論であるが，Pearson は最尤法により2変量正規分布の母相関係数（今日の記法では ρ）の推定値を求めたのである．$\lambda=r$ ならば

$$u(r+\varepsilon)=u(r)\exp\left\{-\frac{n(1+r^2)}{(1-r^2)^2}\frac{\varepsilon^2}{2}-\frac{2nr(r^2+3)}{(1-r^2)^3}\frac{\varepsilon^3}{3}\cdots\cdot\right\}$$

より，大標本における標本相関係数の標準誤差（サンプリング誤差の標準偏差）は $(1-r^2)/\sqrt{n(1+r^2)}$ とした．これに 0.674489 を掛けた確率誤差をもって，推定値の良さの1つの目安にしたのは，首尾一貫した Pearson の方法であった．しかし上記の標準誤差は間違っており，1898年の論文[31]で正しい公式

$$0.674489(1-r^2)/\sqrt{n}$$

を求め，訂正を述べている．今日の記号でいえば，母相関係数の推定値 $\hat{\rho}$，標本相関係数 r とすると $\operatorname{var}\hat{\rho}=\dfrac{(1-\rho^2)^2}{n(1+\rho^2)}$，$\operatorname{var} r=\dfrac{(1-\rho^2)^2}{n}$ である．このように前の論文の内容を，後で発表した論文で訂正することが，Pearson の場合随所にみられる．“進化論への数学的貢献，III” の論文では，変異係数（=標準偏差/平均），相関係数と変異係数の関係式，つまり

$$r=(v_1^2+v_2^2-V^2)/2v_1v_2$$

（ここで x, y, $z=f(x,y)$ の変異係数をそれぞれ v_1, v_2, V とする），3つの変量 x, y, z の間の対 (y,z)，(z,x)，(x,y) の相関係数を r_1, r_2, r_3 とすれば，$y=h_2$, $z=h_3$ のとき，全母集団の x の平均から淘汰された x 器官の平均の偏差 h_1 は，偏回帰方程式

$$h_1=\frac{r_3-r_1r_2}{1-r_1^2}\frac{\sigma_1}{\sigma_2}h_2+\frac{r_2-r_1r_3}{1-r_1^2}\frac{\sigma_1}{\sigma_3}h_3$$

（ここで σ_1, σ_2, σ_3 は x, y, z の偏差の標準偏差を示す）で与えられるとし，重相関係数と偏回帰係数を定義し，さらにこれによって推定される x の偏差の標準誤差は

$$\sigma_1\sqrt{\frac{1-r_1^2-r_2^2-r_3^2+2r_1r_2r_3}{1-r_1^2}}$$

で与えられることを証明している．さらに p 個の変量の正規相関曲面へも理論を拡張している．Pearson の論文は冗長で，生物学の諸概念が至る処に顔を出し，しかも長篇で必ずしも読みやすいものではなく，そのために王立協会から生物学の部分（大半は Pearson の独創によるものでない）と，数学解析の部分とを分けて提出すべきことを勧告されている程である．

1898年，助手の L. N. G. Filon との共著であった“進化論への数学的貢献，IV，度数常数の確率誤差と，変異と相関に関する無作為な淘汰の影響について”[31]という論文で，推定論の入口に彼は達した．m 個の変量の確率密度 $f(x_1, x_2, \cdots, x_m | \eta_1, \eta_2, \cdots)$ において，η_1, η_2,

$\eta_3, \cdots$ を母数（Pearson は度数定数という）とする．偏差 $\varDelta\eta_1$, $\varDelta\eta_2, \cdots$ の3次，4次の項を無視するならば，これらの偏差の結合分布を与える度数曲面は

$$P_{\varDelta} = P_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\sum a_{rr}(\varDelta\eta_r)^2 - 2\sum a_{rs}\varDelta\eta_r\varDelta\eta_s\right\}\right]$$

であるとし，ここで

$$a_{rr} = -\iiint\cdots\cdot f\frac{\partial^2(\log f)}{\partial\eta_r{}^2}dx_1dx_2\cdots dx_m$$

$$a_{rs} = \iiint\cdots\cdot f\frac{\partial^2(\log f)}{\partial\eta_r\partial\eta_s}dx_1dx_2\cdots dx_m$$

とした．彼は母数 η_r の推定値 T_r を標本から計算したときの T_r の標本分散は $1/a_{rr}$ に近いことを出している．しかし，Pearson はここから推定論を構築するには至らなかった．確率誤差を求める Pearson の諸公式は母数の関数であったが，実際的にはその公式に標本値を代入するだけで満足していた．このころ Pearson は遺伝の問題の統計的吟味に関心を払いすぎ，自分の出しつつある結果の数理統計学的な可能性を十分検討するゆとりもなく，次々とアイデアを捻出していったものと思われる．というのも，かつて社会主義に関心をもった彼は，社会の“過去の歴史と未来の運命”に思想を凝縮させたと同じく，今や生物（特に人間）の種の“過去の歴史と未来の運命”を推測するのが自分の使命だと思い込んでいたからである．数学解析は種のある形質の度数分布，個体の形質の間の相関，形質の遺伝，死亡率とある形質との相関などを求める研究計画の遂行のための一手段にすぎなかった．連続変量の間の相関ばかりでなく，1900年には2つの連続変量の同時分布が正規分布だと仮定しておのおの変量に関する観察値を質的な2つのカテゴリーに分類した場合の相関の計算法——4分相関係数——を発表している[32]．眼の色，髪の毛の色，羽の色，などのような形質に対する兄弟間の相関などを測るための必要性から，4分相関係数は定義された．同年 G.U. Yule は，離散変量間の連関を研究し[33]，4分割表の連関係数を定義したが，この時点である形質が連続変量か離散変量かをめぐって，Pearson は Yule を激しく批判した[34]．「Yule は……エンドウ豆を黄色と緑色の種に分類したり，多数の人間を男と女に分類すれば，結果として資料はもっとも簡単な形式にまとまる……という．しかしエンドウ豆を黄色と緑色の種に分類することさえ，Yule が示唆する程簡単なものではない．人間の半陰陽は，Yule の判別力をもってしても疑いなく難題である．」と．後年 R.A. Fisher が，「Pearson は生涯において多くの有能な助手の献身的奉仕を受けたが，そのうちの何人かをあまり良く扱わなかった」と攻撃したが，良く扱われなかった助手の第1号が Yule であった．しかし，Pearson は故なく Yule を批判したわけではなく，データの質をめぐって Pearson はかなり神経質であったことが伺えるし，これに反し Yule は数学的展開に関しては Pearson 以上に有能で，その結果は簡潔で明瞭なものだったが，データの分類に関してはやはり Pearson の言に一理も二理もあることは疑いえない．

12. Pearson の1900年ごろの理論的研究で重要なものは，適合度に対する χ^2 検定への貢献である．いくつかの数学の定理と同じように，χ^2 分布も19世紀に E. Abbe や Helmert により発見されたにもかかわらず，その後注目されることなく埋もれ，再発見された例の1つである．1900年，哲学雑誌に“変数の相関系における最確値からの所与の偏差系が，無作為標本抽出から生じたと仮定することが正当と思われる如き規準について”[35]を寄稿した．$x_1, x_2, \cdots, x_n$ を標準偏差 σ_1, $\sigma_2, \cdots, \sigma_n$ と相関 r_{12}, r_{13}, $r_{14}, \cdots, r_{n-1,n}$ をもつ n 個の変数の平均からの偏差とする．そのとき x_1, $x_2, \cdots, x_n$ の度数曲面は

$$Z = z_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\sum_1 \frac{R_{pp}}{R}\frac{x_p^2}{\sigma_p^2} + 2\sum_2 \frac{R_{pq}}{R}\frac{x_p}{\sigma_p}\frac{x_q}{\sigma_q}\right\}\right] \tag{A}$$

によって与えられる．ただし R は行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

で，R_{pp} は R の第 p 行第 p 列を除く小行列式，R_{pq} は R の第 p 行第 q 列を除く小行列式である．また $\sum_1$ はすべての p についての和，$\sum_2$ は p と q のすべての対についての和である．さて χ^2 として

$$\chi^2 = \sum_1 \frac{R_{pp}}{R}\frac{x_p^2}{\sigma_p^2} + 2\sum_2 \frac{R_{pq}}{R}\frac{x_p}{\sigma_p}\frac{x_q}{\sigma_q} \tag{B}$$

と定義し，

$$Pr[\chi^2 > \chi_0^2] = \frac{\int_{\chi_0}^{\infty} \chi^{n-1}\exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2\right)d\chi}{\int_0^{\infty} \chi^{n-1}\exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2\right)d\chi} \tag{C}$$

であることを導く．この確率の値は，n が奇数のとき

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{\chi_0}^{\infty}\exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2\right)d\chi + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}\chi_0^2\right) \times\left\{\frac{\chi_0}{1} + \frac{\chi_0^3}{1\cdot 3} + \frac{\chi_0^5}{1\cdot 3\cdot 5} + \cdots\cdot + \frac{\chi_0^{n-2}}{1\cdot 3\cdot 5\cdots(n-2)}\right\}, \tag{D}$$

n が偶数のとき

$$\exp\left(-\frac{1}{2}\chi_0^2\right)\left\{1 + \frac{\chi_0^2}{2} + \frac{\chi_0^4}{2\cdot 4} + \frac{\chi_0^6}{2\cdot 4\cdot 6} + \cdots\cdot + \frac{\chi_0^{n-2}}{2\cdot 4\cdot 6\cdots(n-2)}\right\} \tag{E}$$

で与えられる．Pearson がこの結果を理論的度数分布に観測値を適合させる問題に応用した部分は計算力の勝利のようなものである．$(n+1)$ 個のグループの観測度数を

$$m_1',\ m_2',\ m_3',\ \cdots\cdots\cdot,\ m_n',\ m_{n+1}'$$

とし，また先験的に分っていると仮定される理論度数を

$$m_1,\ m_2,\ m_3,\ \cdots\cdot\cdot,\ m_n,\ m_{n+1}$$

とする．そのとき

$$\sum m = \sum m' = N = \text{全度数}.$$

もしも，$e_i = m_i' - m_i$ が誤差であるとすると

$$e_1 + e_2 + \cdots + e_{n+1} = 0$$

である．だから $n+1$ 個の誤差のうち，n 個の誤差が分ると，他の１つの誤差は分るから，χ^2 の値を求めるのに変数は n 個として扱う．p 番目の誤差 e_p の偶然変動に伴なう標準偏差は

$$\sigma_p = \sqrt{N\left(1-\frac{m_p}{N}\right)\frac{m_p}{N}} \tag{F}$$

である．また r_{pq} が誤差 e_p と e_q の相関とすると

$$\sigma_p \sigma_q r_{pq} = -\frac{m_p m_q}{N} \qquad \text{(G)}$$

$\dfrac{m_q}{N} = \sin^2 \beta_q$ とおく．そのとき

$$\sigma_p = \sqrt{N} \sin \beta_q \cos \beta_q$$
$$r_{pq} = -\tan \beta_q \tan \beta_p$$

である．そこで行列式 R の値は

$$R = (-1)^n \tan^2\beta_1 \tan^2\beta_2 \cdots \tan^2\beta_n$$
$$\times \begin{vmatrix} -\cot^2\beta_1 & 1 & 1 \cdots & 1 \\ 1 & -\cot^2\beta_2 & & 1 \\ 1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & & \\ 1 & 1 & \cdots & -\cot^2\beta_n \end{vmatrix}$$
$$\equiv \tan^2\beta_1 \tan^2\beta_2 \cdots \tan^2\beta_n \times J$$

同様に

$$R_{11} \equiv (-1)^{n-1} \tan^2\beta_2 \tan^2\beta_3 \cdots \tan^2\beta_n \times J_{11}$$
$$R_{12} \equiv (-1)^{n-1} \tan\beta_1 \tan\beta_2 \tan^2\beta_3 \cdots \tan^2\beta_n \times J_{12}, \text{ 等々.}$$

ここで問題は J とその小行列式を評価すればよい．そのために

$$\eta_q = \cot^2\beta_q = N/m_q - 1 \qquad \text{(H)}$$

とおき，

$$J = \begin{vmatrix} -\eta_1 & 1 & 1 \cdots & 1 \\ 1 & -\eta_2 & 1 \cdots & 1 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & & \\ 1 & 1 & 1 \cdots & -\eta_n \end{vmatrix}$$

と書きうる．明らかに

$$J_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots 1 \\ 1 & -\eta_3 & 1 & \cdots 1 \\ 1 & 1 & -\eta_4 & \cdots 1 \\ & \cdot\ \cdot\ \cdot & & \\ 1 & 1 & 1 & \cdots -\eta_n \end{vmatrix}$$
$$= (-1)^{n-1} (\eta_3+1)(\eta_4+1)\cdots(\eta_n+1)$$

ここで，$\lambda = (\eta_1+1)(\eta_2+1)\cdots(\eta_n+1)$ とおくと

$$J_{pq} = (-1)^{n-1} \frac{\lambda}{(\eta_p+1)(\eta_q+1)}$$

しかし

$$J_{11} - \eta_2 J_{12} + J_{13} + J_{14} + \cdots + J_{1n} = 0$$

だから

$$J_{11} = (1+\eta_2) J_{12} - J_{12} - J_{13} - \cdots - J_{1n}$$
$$= \frac{(-1)^{n-1}\lambda}{1+\eta_1}\left(1 - \frac{1}{1+\eta_2} - \frac{1}{1+\eta_3} - \cdots - \frac{1}{1+\eta_n}\right)$$

ここで J_{11} と J とを比較すると

$$J=(-1)^n\lambda\left\{1-\frac{1}{1+\eta_1}-\frac{1}{1+\eta_2}-\cdots-\frac{1}{1+\eta_n}\right\}$$

であることは明らかである．この式に (H) を代入すると

$$\sum\frac{1}{1+\eta_i}=\sum\frac{m_i}{N}=\frac{N-m_{n+1}}{N}=1-\frac{m_{n+1}}{N}$$

$$\therefore\ J=(-1)^n\lambda\frac{m_{n+1}}{N}$$

同様にして

$$J_{pp}=(-1)^{n-1}\frac{\lambda}{1+\eta_p}\left(\frac{m_p}{N}+\frac{m_{n+1}}{N}\right)$$

かくして

$$\frac{R_{pp}}{R}=-\frac{J_{pp}}{J}\cot^2\beta_p=\cot^2\beta_p\frac{m_p}{N}\left(1+\frac{m_p}{m_{n+1}}\right)$$

$$=-\frac{1}{\sigma_p{}^2}=\frac{1}{m_p}+\frac{1}{m_{n+1}}$$

さらに

$$\frac{R_{pq}}{R}=-\cot\beta_p\cot\beta_q\frac{J_{pq}}{J}=\cot\beta_p\cot\beta_q\frac{m_p m_q}{N m_{n+1}}$$

$$\therefore\ \frac{R_{pq}}{R}\frac{1}{\sigma_p\sigma_q}=\frac{1}{m_{n+1}}$$

これらを (B) 式に代入すると

$$\chi^2=\sum\nolimits_1\left\{\left(\frac{1}{m_p}+\frac{1}{m_{n+1}}\right)e_p{}^2\right\}+2\sum\nolimits_2\frac{1}{m_{n+1}}e_p e_q$$

$$=\sum\nolimits_1\frac{e_p{}^2}{m_p}+\frac{1}{m_{n+1}}\{\sum\nolimits_1 e_p\}^2$$

$$=\sum\nolimits_1\frac{e_p{}^2}{m_p}+\frac{1}{m_{n+1}}(-e_{n+1})^2=\sum\frac{e_p{}^2}{m_p}\ .$$

こうして彼は $n+1$ 個の変量に対して，自由度 n の χ^2 分布を導き，適合度に関する χ^2 検定の道を開いた．さらに $1\leqq\chi^2\leqq70$, $2\leqq n\leqq19$ までの χ^2 分布の積分表も与えている．恐らく，この1900年の論文は統計学の理論と応用に対する Pearson の最大の貢献の1つであることは疑いない．しかし，この論文の第5節で，理論分布がある程度まで標本自体から決定されねばならぬ場合を論じ，20年後に深刻な論争をまきおこした．

4年後“コンティンジェンシーの理論と，連関や正規相関とその関係について”[36] において Pearson は χ^2 判定基準を s×t 分割表における胞度数の分析へ応用し，χ^2 検定が2通りの分類の独立性の検定にどのように用いられたかを示した．また $\varphi^2=\chi^2/N$ を平均平方コンティンジェンシー，$C=\sqrt{\chi^2/(N+\chi^2)}$ を平均平方コンティンジェンシー係数と名づける量も定義した．さらに，もしも母相関係数 ρ をもつ2変量正規分布からの大標本が，連関表の胞に分割されるならば，C^2 は表のカテゴリーの数が増すとき，ρ^2 に近づくことを求めている．

13. 1905年, Pearson は相関比 η の性質, 相関比と相関係数との関係などを取扱った第14番目の進化論への貢献についての論文[37] を発表し, 2変量が2変量正規分布でない場合の関係を記述する新しい方法を提起した. この論文の発表をもって, Pearson の数理統計学への貢献は一段落する.

1859年 Darwin の『種の起源』の出版により, 進化要因としての自然淘汰説は各界に大反響をまきおこした. 自然淘汰説はランダムな遺伝変異に自然淘汰が働き, 生物は環境への適応性を増しながら進化していくということであった. これは, 適者生存というようにも解釈され, laisse faire を理念とする当時のイギリス社会に適合した考えでもあった. しかし一方で進化論の説く漸進的進化にあきたらず, 社会の突発的変動, 革命を主張する社会主義者もいたことは事実である. そして Pearson がこの種の社会主義者にならなかったことも事実である. 進化論を社会構造の変化に適用する以外に, 純生物学的にみて遺伝変異と自然淘汰のかかわりあいには種々のシェーマが考えられた. 進化の素材となる遺伝変異を Darwin は軽微で連続的な変異とみ, 一方 Huxley や Galton は不連続変異と考えた. Pearson の一連の“進化論への数学的貢献”は, 後で問題となったり, 研究の出発点となった統計数学の内容以外は, ほとんどが遺伝変異の研究に割かれている. そして母集団を連続分布と仮定し, データはそこからの無作為標本と考えている. Yule との衝突も, 変異の連続性と不連続性の対立が原因だった. Pearson は, 遺伝変異を不連続分布と考える Galton 説を, 大標本をとることにより, Darwin 説に近づけ, 両説の対立を克服したかったらしい. Pearson が終世大標本論に固守したのはこの点に原因がある.

生物学への数学的方法の導入は最初から生物学者たちの反撥をまねいた. 1894年王立協会は“生物の変異に対する統計的研究を取扱う目的のため”の進化委員会が, まず Galton と Weldon の主導によって運営され, 96年には Pearson も加わったが, 97年には方針に異を唱える Bateson ら9人の委員が新任され, 事態は急速に悪化した. しかも1900年に Mendel の遺伝の研究が再発見され, その遺伝のメカニズムが甚るしく簡単で説得力をもったため, Galton らは孤立した. 1900年には Pearson が, 1901年には Galton が, いずれも委員を辞任し, 以後, Pearson はほとんどカレジの学科から外の世界へ研究交流に出ることはなくなった. Pearson と Bateson という強い個性をもった2人の人間の感情的衝突は, まったく無駄なことであった. 1920年ごろには Mendel 遺伝学と Darwin 説とは対立するものではなく, Mendel 遺伝学に基づいて自然淘汰による進化の可能性を立証しようとする集団遺伝学が Fisher, Wright らによってもたらされたことを考えてみれば, 両者の調節弁としての Weldon が, 1906年に死んだことは残念なことだった.

Galton らは孤立したかに見えたが, しかし1901年 Pearson, Weldon とともに創刊した雑誌『Biometrika』は, 研究面で鎖国状態を続けた彼らの唯一の外部との通信路となって, 順調に出版がつづけられたし, また1903年古くからの特許会社の1つである Draper 会社が Pearson に年1000ポンド (1905年から年2000ポンド, 1910年から年500ポンド, 1932年まで続く) の研究費を授与してくれたので, 研究費で困ることはなくなった. この研究費によって生物測定学研究所が設立され, 継続された.

1899年10月から32ケ月続いたボーア人との戦争 (南アフリカ戦争) は, イギリス人に大きな教訓を与えた. 自らを最優秀民族と信じていたイギリス人の思い上りは, 少数のボーア人の頑強な抵抗によって打ち砕かれた. Pearson の感情は, この戦争により大きく揺いだ. 過去の社会主義者は愛国者に変身した. 「この国において精神的によりよい家系は, 昔と同じように同じ率で再生産されていない」[38] と憂えて, 彼は優生学の研究に没頭する. 有能な共同研究者

David Heron (1881-1969) らの援助と，1904年 Galton の1500ポンドの寄附を得て，Pearson は1906年以後，ユニヴァーシティ・カレジに併置された優生学研究所を主宰する．時代受けしたのか，優生学の研究の方はかなり多くの賛同者も得て，順調に進んだ．1911年1月17日 Galton は死に際し，自分の財産を優生学研究所のために使うよう遺言し，Pearson は Galton 教授職に指名された．遺産によって優生学研究所の建物が建設されることになった．だが好事魔多し，1914年7月第1次大戦が起るや，この新しい建物は陸軍病院に転用された．愛国者 Pearson は生物測定学研究所と優生学研究所のスタッフを軍事研究のために転用した．有能な助手たちは軍事研究に倦み，次々に転職していき，終戦時には Ethel Elderton 女史しか研究所に残らなかったという．Fisher は，Pearson が助手たちをよく扱わなかったと批判しているが，戦時中のことだから止むを得ないものといわねばならぬ．

戦後，64才になった Pearson は，再び優生学研究所の再建に情熱的にとり組む．しかし，戦勝国の人々の関心はもはや優生学に向いていなかった．Pearson のもとには Neyman ら，若い学徒で次代の統計学界を背負う人たちが研究のために集まってきた．この人たちの指導のかたわら，Pearson はだんだんと人間の歴史，統計学の歴史へと関心を向けていく．1921年から33年まで断片的に行なわれた統計学史の講義は，人物と理論の絡み合いがみられる興味あるものである[39]．また『Galton の生涯』という4部作も個人の歴史として注目すべきものである．

このように Pearson の生涯をみてみると，彼の統計学はまさしくイギリス社会の落し子であったことが分る．小標本論に対して Pearson が無理解だったと巷間誤解されているが，1905年以来 Gosset の研究や1914年の Fisher の論文に暖かい支持を与えたり，コメントをつけたりしていることからも分るように，一概にそうはいえない．Pearson の関心の外側に，当時の小標本論の研究対象があっただけである．Pearson の統計学と現在のそれとの間に連続性があることは事実である．だがPearson が統計学の目的としたのは，人間の研究にあった．そして彼は Condorcet と同じように，人間精神は絶えず進歩する筈だというロマンティシズムを晩年まで持ちつづけていた．彼が批判されるのは，このロマンティシズムを科学に持ち込んだ為であろうと思われる．複雑な存在である人間を研究対象としたために彼の論述はどろどろしたものとなり，現在では振返る人もない．

(註)

[1] Karl Pearson "Walter Frank Raphael Weldon, 1860–1906" *Biometrika* **V** (1906), 1-2.

[2] 伝記については E.S. Pearson "Karl Pearson: An Appreciation of some Aspects of his Life and Work" *Biometrika* **XXVIII** (1936), 193–257 に第1部が，*Biomatrika* **XXIX** (1937), 161–248 に第2部が掲載された．その他 *Dictionary of Scientific Biography* **X** (1974), 447–473 に Churchill Eisenhart による伝記がある．比較的簡単な伝記は *Dictionary of National Biography* など，多くの辞典類に散見される．文献について G.M. Monat 編 *A Bibliogrdphy of the Statistical and other Writings of Karl Pearson*, Biometrika Office (1939), がある．

[3] 年40シリングの収入のある自由保有地をもつ自作農

[4] 正しくは「イギリス王ウイリアムI世の裁定ないし調査の書 (*Liber judicarius seu censualis Willelmi I. regis Angliae*)」，1083～86年にかけて行なわれた土地台帳と登記簿の集成．調査が苛酷だったので，人々は末審日 (Doomsday) になぞらえた．

[5] "The Skull and Portraits of King Robert, the Bruce" *Biometrika* **XVI** (1924), 253–272. ロバートVIII世 (1274-1329.6.7) はイングランドを征服したウイリアムI世の武将 Robert de Brus の7世の孫．"霧の国スコットランドは……古い強大な氏族たちが優位を求めて絶えずうごめき，戦う．彼ら自身，別荘や居城の小さな王として，農夫や羊飼たちを屠畜と同様に，彼らの果てるときのない小競り合いと略奪の道づれにし，……戦い以外に喜びを知らぬ．"〔ツヴァイク『メリー・スチュアート』〕という国柄で，嫡出でなかったロバートが1305年 Dumfries の修道院で John Comyn とその伯父を暗殺して翌年王となった．激しい憎悪と厚い友情の持主であって，1314年 Bannockburn で敵対する氏族を敗り，王位を確実にする．修道院での暗殺も何ら信仰と矛盾するものでないとするのは，スコットランドの伝統である．癩で死んだといわれるが，梅毒だったのだとピアソンは推測する．ロバ

ートの娘が宮宰（steward）と結婚してできた子が Robert II 世（1316-1390）で，スチュアート家の始祖である．ピアソンはロバートの頭蓋骨を測定した．彼は現存の肖像画の上に頭蓋骨の輪郭図をあてはめ，この肖像画は価値なしと判定した．頭蓋骨から真の肖像画をかくことはできるが，国民的英雄の肖像画に対して頭蓋研究が十分価値をもつことを分ってもらえるまで道は長い（p. 271-272）と，ピアソンは述べている．

[6] "On the Skull and Portraits of George Buchanan" *Biometrika* **XVIII** (1926), 233–256. ブカナン（1506-1586. 9. 28）はスコットランドのエラスムスとよばれたプロテスタントの学識者．ピアソンはこの論文でなぜ肖像画を問題にするかを論じ，"よい肖像画は，言葉で何頁にもわたって記述するよりも，その人の特徴をより真実に近く描き出すし，評価しうるからだ"という．ブカナンの多数の肖像画のうち，骨格に一番よく適合するのは王立協会所蔵のものであった．

[7] "The Skull and Portraits of Henry Stewart, Lord Darnley, and their Bearing on the Tragedy of Mary, Queen of Scots" *Biometrika* **XXB** (1928), 1–104 はスコットランド女王メアリーの第2の夫ロッス伯ダーンリー卿（1546-1567）の暗殺をとりまく出来事の批判的研究である．1567年2月10日午前2時この無能なスコットランド王はメアリーとその3番目の夫で密通中のボスウエル伯（1536-1578）との計画で，カーク・オ・フィールド（Kirk o'Field）の廃屋で爆死させられる．ピアソンはダーンリーの頭蓋骨上の斑点模様に注目し，それが (a) 梅毒によるのか，(b)爆殺の結果によるのか，(c)埋葬後の昆虫や木の根の行動でできたものかどうかを判定しようとした．そのために死体の発見場所に関する利用しうる証拠全部を吟味し，原因が梅毒による斑点であることを突きとめた．ダーンリーとメアリーの結婚は貴族の反乱をもたらしたのだから，浪費と遊興しか能のない男の爆殺は，もしもメアリーがボスウエルと結びつかなかったら，スコットランドのためになったと，ピアソンは結論づけている．

[8] "The Wilkinson Head of Oliver Cromwell and its Relationship to Busts, Masks and Painted Portraits" G.M. Morant と共著 *Biometrika* **XXVI** (1934) 269–378.

[9] G. Lamé, *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides* (1853, XVI＋p. 335).

[10] K. Pearson "Old Tripos Days at Cambridge, as seen from another Viewpoint" *Math. Gazette* **XX** (1936), 27–36.

[11] Sir Eric Ashby, *Technology and the Academics* Macmillan (1963),（邦訳，島田雄次郎『科学革命と大学』中公文庫）.

[12] 1884年～92年までの改革案は *The new University for London, A Guide to its History and a Criticism of its Defects*, T. Fisher Unwin, (1892, p. 139) として出版された．

[13] *The Ethic of Freethought*, T. Fisher Unwin, (1888, p. 446).

[14] *The First Principles of the Mathematical Sciences explained to the Non-Mathematical*

[15] *The Common Sense of the Exact Sciences* Kegan Paul, (XIII＋p. 271)（邦訳，菊池大麓訳『数理釈義』博聞社，明治20年）.

[16] *A History of the Theory of Elasticity and of the Strength of Materials from Galilei to Lord Kelvin* Cambridge Univ. Press. (Vol. 1, XVI＋p. 924, Vol 2, Part I, XVI＋p. 762, Part II, p. 546＋12), (Dover 複刻版 1960).

[17] Todhunter の史書 *A History of the Calculus of Variation during the* 19th *century* (1861), *A History of the Mathematical Theory of Probability* (1865), *A History of the Mathematical Theories of Attraction and the Figure of the Earth* (1873).

[18] *Socialism and Sex*, William Reeves (1887, p. 16), これは1888の『自由思想の倫理』に再録．

[19] 抽象的科学として Pearson が与えたものは次の表である．

<table>
<tr><td rowspan="3">一般的区分</td><td>質的</td><td colspan="2">論理学，文字学，方法論</td></tr>
<tr><td rowspan="2">量的</td><td>分離量</td><td>算術，代数，測量，誤差，確率，統計</td></tr>
<tr><td>連続量</td><td>関数論，微分法，積分法</td></tr>
<tr><td rowspan="5">時間と空間にとくに関係した区分</td><td rowspan="2">空間
（位置による区分）</td><td>質的
（位置）</td><td>画法幾何</td></tr>
<tr><td>量的
（大きさ）</td><td>測度幾何，三角法，測量法</td></tr>
<tr><td rowspan="3">時間
（系列による区分）</td><td>質的</td><td>観測理論，記述法（論理学に提携）</td></tr>
<tr><td rowspan="2">量的</td><td>弾性論（大きさと形の変化）</td></tr>
<tr><td>動力学（位置の変化）</td></tr>
</table>

[20] *The Grammar of Science*, Walter Scott (XVI+p. 493, 1892), 第2版は1900年. (これに生物測定学の話が出てくる. 邦訳, 平林初之輔『科学概論』春秋社, 1930は第2版の訳である.)

[21] *Speeches delivered at a dinner held in Univ. College, London, in Honour of Prof. K. Pearson, 23 April*, 1934 Camb. Univ. Press (1934).

[22] W.F.R. Weldon "The Variations occuring in certain Decapod Crustacea I. Crangon vulgaris" *R.S. Proc.* **XLVII**, 445–453 十脚目とはカニ, エビの類.

[23] 最初の講義は "The Laws of Chance, in relation to thought and conduct" (*Biometrika*, **XXXII** (1941), 89–100) で, 1892年11月1日に行なわれた.

[24] Pearson の統計学関係の共著も含めた論文数は下表の通りである.

年	論文数	年	論文数
1894	2	第 1914	13
95	2	一 15	9
96	4	次 16	7
97	5	大 17	4
98	4	戦 18	1
99	6	19	9
1900	6	1920	6
01	9	21	9
02	18	22	6
03	14	23	12
04	17	24	13
05	6	25	12
06	12	26	7
07	12	27	10
08	11	28	10
09	18	29	7
1910	16	1930	3
11	16	31	11
12	15	32	6
13	15	33	13
		34	4
		35	6
		36	2
			387

[25] "Contribution to the Mathematical Theory of Evolution" *Phil. Trans.* series A. **185**, (1894), 71–110.

[26] "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution. II. Skew Variation in Homogeneous Material" *Phil. Trans.* series A. **186** (1895), 343–414.
"Ibid. X. Supplement to a Memoire on Skew Variation" *Phil. Trans.* series A. **197** (1901), 443–459.
"Ibid. XIX. Second Supplement to a Memoire on Skew Variation" *Phil. Trans.* series A. **216** (1916), 429–457.

[27] "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution. XIV. On the General Theory of Skew Correlation and Non-linear Regression" *Drapers' Company Research Memoirs*, (1905), Biometric Series II.

[28] 成実清松『数理統計学』岩波講座, (1933) 30-31.

[29] F. Galton "Typical Laws of Heredity in Man" *Proc. Roy. Institution* (1877).

[30] "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution, III, Regression, Heredity and Panmixia" *Phil. Trans.* series A. **187**, 253–318.

[31] K. Pearson & L.N.G. Filon "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution, IV. On the Probable Errors of Frequency Constants and on the Influence of Random Selection on Variation and Correlation" *Phil. Trans.* series A, **191** (1898), 229–311.

[32] "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution, VII, On the Correlation of Characters not Quantitatively Measurable" *Phil. Trans.* series A, **195** (1900), 1-47.
"Mathematical Contributions to the Theory of Evolutions, VIII, On the Inheritance of Characters not capable of exact Quantitative Measurement" 同上誌, 79–150.

[33] G.U. Yule "On the Association of Attributes in Statistics: with illustrations from the Material of the Childhood Society etc." *Phil. Trans.* series A. **194** (1900), 257–319.

[34] K. Pearson & D. Heron "On Theories of Association" *Biometrika* **9** (1913), 159–315.

[35] "On the Criterion that a given System of Deviations from the Probable in the Case of a correlated System of Variables in such that it can be reasonably supposed to have arisen from Random Sampling" *Phil. Magazine,* series V, **50** (1900), 157–175.
[36] "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution XIII, On the theory of Contingency and its Relation to Association and Normal Correlation" *Drapers' Company Research Memoirs* (1904) 43.
[37] "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution XIV, On the General Theory of Skew Correlation and Non-Linear Regression" *Drapers' Company Research Memoirs* (1905) 54.
[38] 1903 年の Huxley 講義 (*Biometrika* **IV** (1904), 159).
[39] Pearson K., *The History of Statistics in 17 th and 18 th Centuries against the Changing Background of Intellctual, Scientific and Religious Thought,* Griffin, (1978).