

人口密度の距離関係の試験的計測^{*1,*2}

—首都圏における人口分布のドーナツ化現象の統計的解析—

統計数理研究所 田 口 時 夫

(1976年8月 受付)

On a model building and some measurements concerning the
geographic distribution of population density in
the metropolitan area in Japan.

Tokio Taguchi

(The Institute of Statistical Mathematics)

In this paper the author tries to build and measure a demographical model concerning the relationship between the population density and the distance from the city-center. In this study, Tokyo city in Japan is selected as the central city and Weibull distribution is applied as the geographical distribution model of population density.

The applied statistical methods are most likelihood estimation method and likelihood ratio and AIC test (see Akaike, H [1]).

The indices of citifization are constructed based on statistics with norm p (see Taguchi T., [7]). The data applied cover over 1950, 1955, 1960 and 1965 population censuses of Japan.

第1節 目的及び概要

人口の集中現象や環状化の進行は今日、社会的に注目されている統計現象の一つであり、地域メッシュ作成への一つの要請要因である。

都市人口密度の法測については、従来多くの仮説設定と共にその実測が試みられており、我が国もその例外ではないことが後掲の館 [6] 上田 [9] 両氏の著書によっても伺えるが (註1)、館博士に依れば猶「その多くは物理学理論のアナロジーによる」(註2) もので、それが物理学理論の機械的援用を意味する限りでは暫定的アプローチというべきであり、人口現象の本質的な認識に至る前段階をなすべきものであろう。其の中で、コーリン・クラークの名で呼ばれる都市人口密度法則に関しては館博士自身も或る時期に於て経験法則に近いものとして資料による実証を試みられているのであるが (註3)、其の後のドーナツ化の進行は此の関係すら暫定的な形態と認めざるを得なくなったのである。

以上の想定の下で筆者が本稿で取り上げる課題は、コーリン・クラークの法則の全面的な肯定或いは更新を導くものではなく、その修正モデルを提起し、その修正効果と、モデルに含まれるパラメータを各時点に於て測定することにより、人口密度の動向を統一的形式で把握しようとするものである。

*1 本課題は昭和50年度文部省科学研究補助金(課題番号03307)によって助成された総合A『都市過密化と農・山・漁村過疎化現象の統計的研究』(田口(統数研, 代表), 道又(北大), 木村(岩大), 小林(法大), 鈴木(九大))の一環をなすものである。又本稿は特に方法論を主体にした田口の試論であって既成の概念からすれば未熟な点が多いであろうが、現象の記述が新しい理論の母胎となることもありうる事を予期して敢て執筆した。

*2 猶本稿は総理府統計局の委託により情報統計課に報告した『人口の地域集中係数(又は都市化指数)の構成及びその測定における地域メッシュの活用について』における諸結果を整理し修正したものである。

具体的に都市化の主要指標としては、都心への人口集中度指標と共に、都市の地理的拡大の指標が考えられるが、此等はいわゆる「人口分布の法則」(註4) に対して何等かの関連を見出すことによって意義づけられるべきであらう。このことは又面積差の影響を除去すると、結局「都市人口密度の距離法則」とその時間的変動の分析に還元される。其の際、過去における若干の研究実績を手掛りとし、それとの比較と継続を兼ねる意味で、本稿に於ては、その資料的根拠と処理法の一部を、主として厚生省人口問題研究所の故 館 稔 所長と 浜 英彦氏の報告された「大都市地域における人口の圏構造」(註5) にもとめた。然し乍らその報告は、1950年、1955年、及び1960年の国勢調査結果を再編し、整理されたものであって、現在に於ては、時期的にみて、資料不足と思われるので、直接利用可能な状態にある1965年の国勢調査の結果による同心円メッシュ資料を分析に加えた(註6)。両資料については、都心の決定、方向の分割等について若干の差が認められるが、それ等は無視しうる程度と考えられる。但し、1965年次の資料は、その以前の資料に較べると、同心円の細分化が行なわれているとはいえ、都心より35kmの範囲を越えないもので、これを館・浜報告における50km圏の資料と比較せざるを得なかった点を附記するの必要が感じられる。

(註1) 館・浜論文[6]以降の文献及び資料については充分検討し得なかつたので次の機会に改めて取上げたい。

(註2) 「結語 以上に列記した人口分布法則の中核をなすものの一つは、順位法則である。また一つの有力な理論は、“potential 理論”であるが、その他、熱伝導、拡散などの物理学理論の analogy による説明が、目立っている。」(館稔、人口分析の方法、形成選書、古今書院、昭和40年10月、第2刷、p.129) 猶地域開発モデル等に於ては現在人口重心及び人口ポテンシャル概念が適用されていることは例えば福地崇生、開発金融の過疎防止効果、季刊理論、経済学、Vol. XXV, 1974 No. 3に認められる。

(註3) 館稔、前掲書、章3、人口分布(pp.109~131) 参照。

(註4) 同上・34.7 Colin Clark の都市人口密度の法則(p.127~128) 参照。

(註5) 館稔・浜英彦、大都市地域における人口の圏構造—東京都を中心とする大都市地域における1950年、1955年および1960年面積、人口、人口密度および1950年~1960年人口増加率一、日本人口学会記要(和文版) No. 4, 1963. pp.58~66. 猶、内藤博夫、東京大都市圏の構造と動態[11]も参照されたい。

(註6) 第3節で利用した1965年の同心円メッシュ資料は、1965年の国勢調査をもとに総理府統計局情報統計課で作成した方形メッシュ資料を日本科学技術連盟に於て、更に同心円メッシュに変換したものである。此の同心円の中心は、東京駅におかれている。因みに(註5)の1950年、1955年、及び1960年の中心は、千代田区と中央区の両区の境界線の中央、東京駅附近とされている。

第2節 人口集中現象に対する解析的諸観点

扱、以上のように、本稿の分析の対象は、都市における人口分布の特性であり、その際利用した資料は国勢調査をもとにした同心円メッシュ資料(註1)であって特に目新しいものではない。従って、本稿の特色は、主として適用されるモデルと推計方式及び統計諸指標にあるといえるので、以下それを若干の側面から解説しよう。

(1) 距離法則の推計方式

都市人口密度の距離法則は、相対人口分布(註2)の一種であるが、データに適合する際は、これを単なる数学的関係として処理する例が多い。例えば、Colin Clark の法則(註3)

$$(2.1) \quad y = Ae^{-bx}$$

或いはこれを標準化した分布形式

$$f(x) = be^{-bx}$$

を仮定すると、人口密度 y の対数を距離 x で最少二乗回帰する事によって、係数 b を決定する方法が用いられている。これに対して、本稿に於ては、此の法則の確率的性質(それは具体的に出生、死亡、移動等の人口増減要因に於ける確率的性質、地形的偶然性、鉄道、道路、社会的建物の有無等に関する偶然要因及びメッシュ資料の作成・変換の際の誤差に帰因する)に

に基づいて、最尤推定法を適用するのが妥当であると考えた。

(2) 都市人口密度法則のモデル・ビルディング

ところで、人口密度分布に関する従来の諸計量モデルには、物理学的アナロジーによるものが多いことは、批判の余地があるが、反面に於いて居住をめぐる社会的、経済的諸関係が物理的に人口吸引力として一般住民に作用することの反映として理解出来ないであろうか。此の場合、都心からの距離 x と $x+dx$ の間における人口吸引力を、 $(x, x+dx)$ 間の住民数の x より遠方の住民数に対する比率

$$= \frac{f(x) dx}{1 - F(x)} \quad (\text{Hazard ratio; 但し } F(x) = \int_0^x f(x) dx \text{ に比例}$$

すると仮定しよう。或いは寧ろ Hazard ratio をもって人口吸引力と定義しよう。

扱、一般に人口の集中は、産業・交通等の面と共に都市的公共機関・施設の利用等を通じて利益をもたらすものであるから、逆に都心から隔ることは、それに応じた不利益を生じ、都市の人口吸引力を低下させると考えられる。勿論自然環境や交通量等のいわゆる公害問題の絡む諸条件や、地価等の面では、距離は利益をもたらすであろう。今此等各種要因はそれぞれ x^a ; $-\infty < a < \infty$ に比例し、其等の相乗された結果としての吸引力は、一定の技術水準の下では、又距離 x の b 乗に比例するものと仮定する。このとき $f(x)$ は、

$$(2.2) \quad \frac{f(x) dx}{1 - F(x)} = kx^b; b > -1$$

をみたすものとなる。

(2.2) 式は、両辺を直接積分することにより、

$$1 - F(x) = e^{-k \cdot \frac{x^{b+1}}{b+1}}$$

となるから、結局

$$(2.3) \quad f(x) = kx^b e^{-k \cdot \frac{x^{b+1}}{b+1}}; x \geq 0, k > 0, b > -1 \text{ が得られ、Weibull 型の分布となる。}$$

他方、(2.2) 式により x における人口吸引力は potential $P(x)$ の差によって生じ $\frac{dP(x)}{dx}$

に比例すると考えれば、 $P(x)$ は

$$(2.4) \quad P(x) = \lambda x^{b+1}$$

によって定義することが出来る (註4)。

(3) 都市人口密度法則の統計解析法

扱、(2.3) の分布に妥当する統計解析法は、次第に詳論するノルム p の統計解析法である。此の解析法に於ては、分布の代表値とは他のいかなる中心よりもそこからの距離の p 乗平均を最小とする点であると定義されそれに基づいて体系が構成される。従って、今、都市人口密度法則を標識とする統計的分布として捉えると、此の分布は方向差を捨象した立地条件下では、都心を中心として対称となるから、都心は上記の定義における代表値に当る地点に該当する。次節によると、(2.3) 式の分布のノルム p は、(2.4) 式を決定する $b+1$ に該当する結果

$$(2.5) \quad p = b + 1$$

が成立するから、結局、都心とは、単なる物理的重心としてではなく、都市の吸引力の平均又は総 potential を極小化する一つの均衡の地点と定義することができる。このとき人口重心とは $p=2$ に対する地点となる。

(4) 都市人口密度モデルの一般的性質

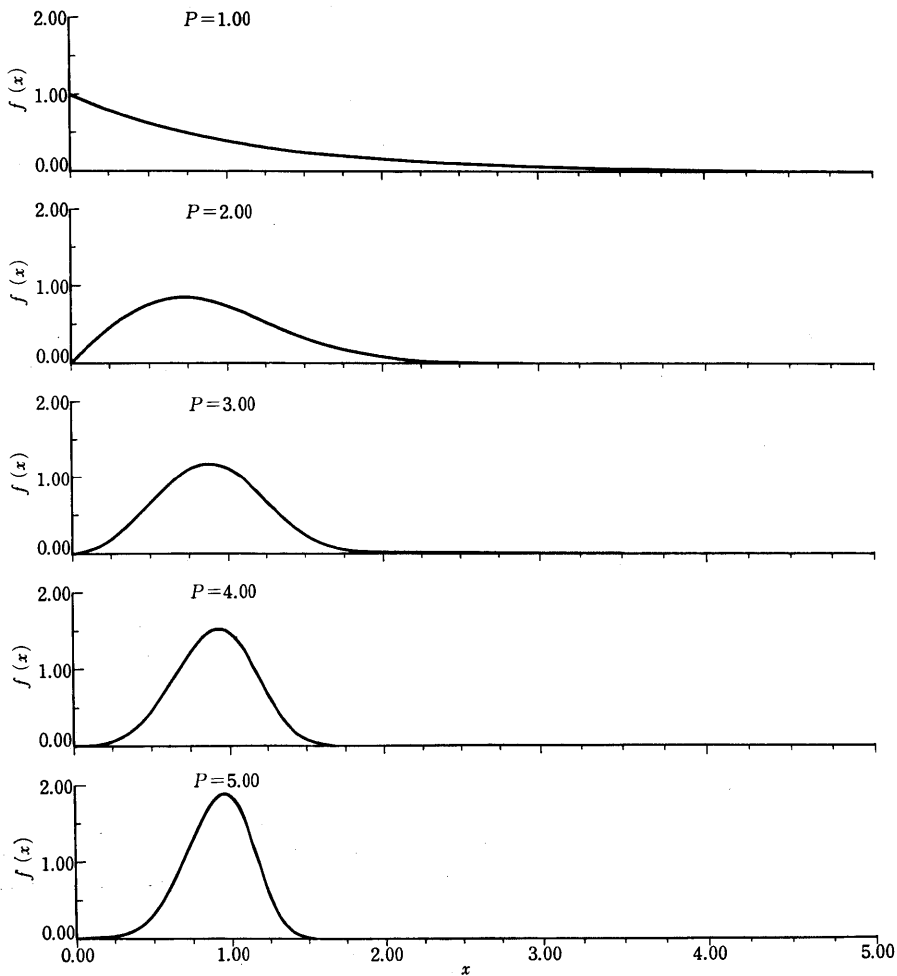
扱、都市人口密度法則は、ある時期に於ては、(2.1) 式の Colin・Clark の法則が経験的に認

められていたのである。それは、現在に於ては、後掲の資料によるように完全に適合性を失ったと考えられるから、此の全時期に互る適合性の高い分布の形態は、指数分布を初期分布とし、時間 t に対応して、変化するパラメータ p を含み、且つ p によって連続的に変化する分布であると予想される。此の場合、(2.3) の分布は極めて有望な性格をもつものといえよう。具体的に (2.3) 式を

$$(2.6) \quad f(x) = \frac{p}{\theta} x^{p-1} e^{-\frac{x^p}{\theta}}, \quad 0 < x < \infty, \theta = \frac{1}{k} > 0, p > 0 \quad (\text{註5})$$

と表わすと、 $p=1$ のときに指数分布となる事が理解される。更に一般に、 $p < 1$ では都心の集中が著しく、 $p > 1$ の場合、ドーナツ状態を示すことが認められる。第 2.1 図は、 $\theta=1$ とした場合の (2.6) 式の p による変動を示すものである。此の事を (2.2) 式で考えると、 $p=1$ の場合は、 $b=0$ となり (2.2) 式のモデルは、吸引力が距離 x に無関係に一定であることを表わす。又、ドーナツ化現象は $b > 0$ に対応する。

更に此の関係に基づいて人口密度を標識とする分布を構成すると、高密度部分では、 p の如



第2.1図 Weibull 分布 $f(x) = px^{p-1} e^{-x^p}$ の p による変動

何によって、(5.1) 式に示されるような Zipf 分布又は、Pareto 分布に収束するので、方形メッシュ資料によって得られる人口密度を標識とするメッシュの度数分布の性質ともよく一致するのである (註6)。

(5) 都市人口密度モデルの特性量

扱、(4) に示した方式 (2.6) を規定する量はいうまでもなく p 及び λ があるが、此れ等は、そのまま都市を特徴づける基本的統計指標としての役割を果すものである。つまり p を人口の地域集中係数 (又は、都市化係数)、 $\sqrt[p]{\theta}$ を都市の拡がりの指数とすることが出来る。すなわち $\sqrt[p]{\theta}$ は (2.6) 式の x の代わりに $|x|$ を用いて構成した対称分布、すなわち両側 Weibull 分布のノルム p の散布度に等しく、又、分布 (2.6) の原点の周りの p 次のモーメントにより、

$$(2.7) \quad \theta = E(x^p)$$

と表現されるからであり、一方、 p は (2) に述べた様にポテンシャルを規定すると共に (3) の後半に述べた様な Pareto 型の人口密度を標識とする方形メッシュによる都市人口集中度 (註7) を規定する基本的な性質をもつからである。ところで特にドーナツ化現象に着目する場合は、その指標としてドーナツの頂点の位置を示す (2.6) 式のモードが適当と考えられるが、それは p 及び θ によって

$$(2.8) \quad \text{mod} = \sqrt[p]{\frac{p-1}{p}} \theta \quad p \geq 1$$

で与えられる。

此等の指諸に対してノルム概念を用いずに分布を単に平均 μ 及び分散 σ^2 によって特性化しようとするならば、

$$(2.9) \quad \mu = \theta^{1/p} \Gamma\left(\frac{1}{p} + 1\right), \quad \sigma^2 = \theta^{2/p} \left[\Gamma\left(\frac{2}{p} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{p} + 1\right) \right]$$

を得るのみであって、パラメータの推定上の役割を除くと何等具体性の伴わない形式的抽象的な指標に止まるであろう。

(6) 都市人口密度モデルにおける動態的性格

(2.6) 式は、都市の人口吸引力の場という静態的観点によって (2.2) 式から導かれたものであるが、都市化現象は、寧ろ動態的観点に立って捉える事によって本質的な認識が得られる。事実後掲の資料によると、 p は都市化の進行と共に増大する反面、 θ は逆に減少する結果が認められるが、此等は、高速化による輸送力の増大や逆に高密度地帯における交通の渋滞及び遠距離輸送力の増大等に起因するものと考えられる。従って p 及び λ の時間的変化の分析は、都市化要因の分析に通じ、それによって予測や行政評価の可能性を与えるものといえよう。

(7) その他の都市人口密度モデル

以上は、専ら (2.6) 式を前提としたモデル・ビルディングと解析法を解説したものであるが、経験法則としては、(2.1) 式よりも寧ろ対数正規型

$$(2.10) \quad f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi\sigma'x} e^{-\frac{1}{2}\frac{(\log x)^2}{\sigma'^2}}$$

が経験的に妥当であるとする説も存在し (註8)、且つ、此の分布もよくドーナツ化現象の表現に適した性質を示している。又、(2.6) 式に対して初期条件を一般に (3.6) 式とした分布

$$(2.11) \quad f(x) = \frac{\frac{q}{p} x^{q/p-1}}{2 p^{1/p-1} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right) \sigma_p} e^{-\frac{1}{p} \left(\frac{x^q}{\sigma_p^p}\right)}$$

もよくノルム q の特性を備え、又、ドーナツ化現象に適合した形態を示している。然し乍ら、データへの適用結果によると、(2.10) は明らかに (2.6) 式程の適合性を示さず、又、(2.11) 式も (2.6) 式より有効であるとは認め難い。

(8) 都市人口密度法則の推定について

従来、都市人口密度法則の推定は、都心を予め設定し、それを起点とする同心円メッシュ (方形メッシュからも変換して得られる) 資料を利用するものであった。然し乍ら、都市の位置は、時間と共に変化するものと考えられる事も出来、この事に関して、方形メッシュ資料に対するノルム p の統計解析法と最尤法の適用は、都心の探索と、ノルムの決定拡がりの推定を同時に行ない得る可能性を持つ方法である事を最後に指摘する必要が感じられる。

(註1) 1965年の方向別の分析は、第4.3表(註4)の分割に出来るだけ接近させた。

(註2) 第1節(註2)参照

(註3) 第1節(註3)参照

(註4) 人口学的 potential に関する従来の諸説については、館稔、前掲書 34.6 Stewart の法則の項 (p. 125) を参照されたい。一般に人口ポテンシャルは距離に逆比例するものとされており、本稿の形式的定義とは異なるものである。

(註5) (2.6) 式の Weibull 分布は寿命分布として知られているように一般には、時間を標識とする分布とみなされている。

(註6) 「Pareto 及び Gibrat 法則の適用、所得の個人分布の法則を、都市人口分布に適用しようという試みがなされた。1928年、イタリアの M. Saibante は、都市人口集中度の測定に Pareto の法則 (1896) を適用し、1936年、H. W. Singer が類似の試みを行なった。」(館・前掲書 p. 123)

(註7) 同上

(註8) 「Pareto 及び Gibrat 法則の適用……また、1931年、R. Gibrat は所得分布の Gibrat 法則 (対数正規分布) を都市人口にも適用した。1960年鈴木啓祐氏は、1949~54年のわが国全国平均人口密度を基準とする都道府県別密度指数、及び US の州別人口密度指数が Gibrat 法則に従うことを検証された。(館、前掲書 p. p. 123~124)

第3節 人口集中現象に対する基礎的方法概念

(1) ノルム p の統計概念

前節において、本稿に適用される推定方式は、ノルム p の統計モデルに最尤法を適用するものであることを概説した。最尤法については、特に説明の要もないので、本節では、ノルム p の統計について、最尤法との関係を含めてその定義と基本的性格について説明を加えよう。

抑々、ノルム導入の基本的立場は、統計的距離概念の多様性を容認することにあるので、それに応じて多様な統計解析のシステムの成立が予想される。具体的にいつて距離概念は分散或いは標準偏差の形式で普及している散布度に直接反映されるのであって、その結果は代表値を通じて各種の統計解析のシステムを成立させることになり、その思想は、Fechner, G. T. にまで遡ることが出来る (註1)。

今、具体的に n 個の各階層別に、その代表値 x_i と相対的客体数 (頻度) f_i とを対応させた。請ゆる経験的規模分布を対象とすれば、此の分布に関する a の周りの p 次の絶対モメントを基準とした散布度

$$(3.1) \quad G^{(p)}(a) = \left\{ \sum_{i=1}^n |x_i - a|^p f_i \right\}^{1/p}; \quad p \geq 1$$

を考察することにしよう。 $p \geq 1$ という条件は、以下に定義する代表値の存在に影響するので

あって、 $p < 1$ については、(3.1) 式に対して形式上の変更が必要とされるので本稿では、省略することにする(註5)。特に(3.1)式に於いて α を加法平均とし、 $p=2$ とした場合、 $G^{(p)}(\alpha)$ は標準偏差に他ならない。

扱、以上のような散布度の一般化に伴なって、 α を含めた爾余の統計量及び統計解析法は、どのように拡張されるのであろうか。Fechner によれば、加法平均を含めて分布の代表値とは(3.1)式を最小化する値 α として定義される。

$p > 1$ に対しては、こうした α は、常に一義に決まり、又、 $p=1$ の場合に於ても、適当な条件の下で同様に扱うことが出来る(註2)。

処で、此の一般化された定義に基づく代表値 $l^{(p)}$ は結局、

$$(3.2) \quad \sum_{x_i < l^{(p)}} (l^{(p)} - x_i)^{p-1} f_i = \sum_{x_i > l^{(p)}} (x_i - l^{(p)})^{p-1} f_i$$

をみたとす、即ち $p-1$ 次の $l^{(p)}$ を中心にした絶対値の累乗和を左右に等分する点となることが見出される(註3)。

一方、標準偏差を含めた散布度は、一般に

$$(3.3) \quad d^{(p)} = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |x_i - l^{(p)}|^p f_i}$$

と定義される(註4)。此の定義は、特に $p=2$ の場合、従来通りの加法平均—標準偏差系を成立させるが、もし $p=1$ を採用すれば、メディアン及びメディアンに関する平均偏差系を得ることはよく知られている。更に

$$(3.4) \quad 0 < p < 1$$

の場合は(3.1)式の代りに、 p 次の平均差

$$(3.5) \quad G^{(p)}(\alpha) = \left(\sum_{i=k} |x_i - x_k|^p f_i f_k \right)^{1/p}$$

を最小にする x_k を $l^{(p)}$ とするといった定義が考えられている(註5)。又、逆数形式を用いた定義も可能である。何れにせよ、計算機の高度に発達した今日に於ては、その数値解析はさほど困難ではないであろう。

扱、以上の Fechner の予想は、(註2)に示した筆者の諸論に於て理論的に展開されているので此処では省略するが、その結果は、相関係数や回帰係数等も各ノルムは応じて異なる結果を与えるものとなる。

一方、ノルム p に属する代表的な分布としては、ノルム p の正規分布とでも云うべき、

$$(3.6) \quad f(x) = \frac{1}{2\beta p^{1/p-1} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)} e^{-\frac{1}{p} \left\{ \frac{|x-\alpha|}{\beta} \right\}^p} \quad (\text{註6})$$

を挙げる事が出来る。何故ならば(3.6)式に対して

$$(3.7) \quad E[\{\text{sgn}(x-\alpha)|x-\alpha|^{p-1}\}] = 0$$

及び

$$(3.8) \quad \beta^p = E|x-\alpha|^p$$

が成立し、 α 、 β がそれぞれノルム p の代表値及び散布度であることを示すと共に、最尤推定法による其等の推定量 $\bar{\alpha}$ 及び $\hat{\beta}$ も又

$$(3.9) \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{sgn}(X_i - \bar{\alpha}) |X_i - \bar{\alpha}|^{p-1} = 0$$

$$(3.10) \quad \hat{\beta}^p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i - \bar{\alpha}|^p$$

を満足する結果, それぞれノルム p の標本代表値及び標本散布度となるからである.

はば同じ理由により, Weibull 分布は, 指数分布を $p=1$ の特殊な場合として含むノルム p の分布といえと共に, Weibull 分布を $p=1$ の特殊な場合として含む前節の (2.11) 式もノルム q の分布とすることができる.

一般に X が l_1 及び d_1 をそれぞれ代表値及び散布度とするノルム p の確率変数であれば, X と

$$(3.11) \quad \frac{|Y - l_2|}{d_2} = \left(\frac{|X - l_1|}{d_1} \right)^q; \operatorname{sgn}(Y - l_2) = \operatorname{sgn}(X - l_1), d_1, d_2 > 0$$

の関係をもつ Y は, l_2 及び d_2 をそれぞれ代表値及び散布度とするノルム $r = \frac{p}{q}$ の確率変数である (註6). 従って X が連続な密度関数 $f(x) = \varphi\left(\frac{|x - l_1|}{d_1}\right)$ をもつとき, Y の密度関数は

$$(3.12) \quad f(y) = \frac{d_1}{q d_2^{1/q}} (|y - l_2|)^{1/q-1} \varphi\left(\frac{|y - l_2|}{d_2}\right)$$

となる.

(註) (証明)

ノルム p の代表値及び散布度の定義によると,

$$E_X \{\operatorname{sgn}(X - l_1) |X - l_1|^{p-1}\} = 0 \text{ 及び } E_X \{|X - l_1|^p\} = d^p$$

である. このとき (3.11) の変換によると

$$E_Y \{\operatorname{sgn}(Y - l_2) |Y - l_2|^{r-1}\} = 0$$

となり l_2 はノルム p の代表値である. 又 (3.11) により

$$E_X \{|X - l_1|^p\} = \frac{d_1^p}{d_2^r} E_Y \{|Y - l_2|^r\}$$

となるから

$$E_Y \{|Y - l_2|^r\} = d_2^r$$

となり, l_2 はノルム r の散布度となる. (証明おわり)

(註1) (原文) Fechner, G. T., Ueber den Ausgangswerth der kleinsten Abweichungssumme, dessen Bestimmung, Verwendung und Verallgemeinerung, Abhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften Mathematische-physische Klasse, X (1878)

(紹介書) Walker, H. M., Studies in the History of Statistical Method, The Williams & Wilkins Company, Baltimore, (1929), 邦訳: 足利未男・辻 博 「統計方法論史」, 高城書店, 京都 (1959)

(註2) Taguchi, T., On Fechner's thesis and statistics with norm p , Ann. Inst. Statist. Math. Vol. 26, No. 2, (1974) 及びそれを補正した田口時夫「経済統計における分布と分配構造の解析法の研究」統計数理研究所彙報, 第22巻第1号1974を参照されたい.

(註3) (註2) 参照

(註4) 同上

(註5) $p < 1$ の場合, (註2) のように Minkowski の不等式が成立しない. その為に定義式の変更がみられる. 例えば Rice, J. R. and White, J. S., Norms for smoothing and estimation, Siam. Rev. 6, (1964), Ekblom, H and Henriksson, S., Lp Criteria for the estimation of location parameters, Siam J. Appl. Math., Vol. 17, No. 6, (1969) 参照

(註6) 筆者の学位論文に所収した.

(2) 最尤推定法の適用について (註1)

ノルム p の代表値 $l^{(p)}$ 及び散布度 $d^{(p)}$ は一般に

$$(3.13) \quad E \{[\operatorname{sgn}(x - l^{(p)})] |2 - l^{(p)}|^{p-1}\} = 0$$

及び

$$(3.14) \quad d^{(p)} = \sqrt[p]{E \{|x - l^{(p)}|^p\}}$$

によって定義されるが、それは統計的には、母集団の代表値及び散布度に当るものである。それに対してサイズ n の標本の代表値 $L^{(p)}$ 及び散布度 $D^{(p)}$ は、(2.1) 式に遡って考えれば、明らかのように、それぞれ、

$$(3.15) \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{\operatorname{sgn}(X_i - L^{(p)})\} |X_i - L^{(p)}|^{p-1} = 0$$

及び

$$(3.16) \quad D^{(p)} = \sqrt[p]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i - L^{(p)}|^p}$$

によって与えられる。此等の標本代表値及び散布度は (3.6) 式の分布に対して示されるように、屢々母集団代表値及び散布度の最尤推定量となるものである。

一般に p を推定の対象に加えると、その最尤推定は容易ではないが、(3.15) 及び (3.16) 式は比較的容易に解く事ができる。例えば、今、 $E_{\varphi(x)}^{(p)}(X)$ を

$$(3.17) \quad E_{\varphi(x)}^{(p)}(X) = E[X|\varphi(X)|^{p-2}]$$

によって定義すれば

$$(3.18) \quad \frac{dE_{x-l}^{(p)}(X-L)}{dL} = - (p-1) E_{x-l}^{(p-1)}(X-L)$$

が成立することを利用して (3.16) 式は加法平均 $L^{(2)}$ を初期値として

$$(3.19) \quad L_{i+1}^{(p)} = L_i^{(p)} + \frac{E_{x-l_i}^{(p)}\{X - l_i^{(p)}\}}{(p-1) E_{x-l_i}^{(p-1)}\{X - l_i^{(p)}\}}; \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

の形で Newton 法を適用することができる。

然し乍ら實際上に於ては、 p , $l^{(p)}$, $d^{(p)}$ 等の推定を比較的容易にする場合が存在する。

例えば、(2.6) 式の Weibull 分布は既述のように、両側 Weibull 分布のトランケートされたものと考えれば、そのパラメータ p 及び $\sqrt[p]{\theta}$ はそれぞれもとの分布のノルム及びノルム p の散布度であり、特にノルム p の代表値は 0 とみなされる分布であるが、此の場合 p 及び θ の推定は、尤度関数 L の対数を λ で表わした時

$$(3.20) \quad \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} = \left\{ -\frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^n f_i X_i^p \right\} N = 0$$

$$(3.21) \quad \frac{\partial \lambda}{\partial p} = \left\{ \frac{1}{p} + \sum_{i=1}^n f_i \log X_i - \lambda \sum_{i=1}^n f_i X_i^p \log X_i \right\} N = 0$$

をとくことによって得られるからである。但しここで f_i は観測値の相対度数を表現するものである。(3.20), (3.21) の両式を解くと、

$$(3.22) \quad \theta = \sum_{i=1}^n f_i X_i^p$$

$$(3.23) \quad \frac{1}{p} - \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i^p \log X_i}{\sum_{i=1}^n f_i X_i^p} + \sum_{i=1}^n f_i \log X_i = 0$$

となるから、まづ (3.23) 式により p を推定し、ついでその p を用いて (3.22) の θ を推

定することが出来る。具体的に今、

$$(3.24) \quad \varphi(p) = \left(1 + p \sum_{i=1}^n f_i \log X_i\right) \sum_{i=1}^n f_i X_i^p - p \sum_{i=1}^n f_i X_i^p \log X_i$$

とすれば、

$$(3.25) \quad \begin{aligned} \varphi'(p) &= \left(\sum_{i=1}^n f_i \log X_i\right) \left(\sum_{i=1}^n f_i X_i^p\right) \\ &+ p \left(\sum_{i=1}^n f_i \log X_i\right) \left(\sum_{i=1}^n f_i X_i^p \log X_i\right) \\ &- p \sum_{i=1}^n f_i X_i^p (\log X_i)^2 \end{aligned}$$

となり (3.23) 式をとくことは、

$$(3.26) \quad \varphi(p) = 0$$

をとくことに他ならないから Newton 法によりこれを決定することができる。

一般に、(2.11) 式や、(3.6) 式型の分布のパラメータの推定に対してはモメント法と最尤法の併用方式が必要となろう。

(註1) 筆者の学位論文及び拙稿 [7] を参照されたい。

第4節 都市化指数推定の実際

これまでの検討によって、都心からの距離 x に対応する人口密度の関係を (2.6) 式の $f(x)$ を用いて

$$(4.1) \quad y = A f(x)$$

によって適合することを試みよう。この式に於て、 A は居住者総数の変動に対する補正係数であつて、人口密度の全体的な構造は勿論 (2.6) 式で表わされる $f(x)$ にある。 $f(x)$ を規定するパラメータ p 及び θ は又、前節の (3.22) 及び (3.26) 式によって理論上推定可能である。

処が、其れ等の結果を実際にデータに適用しようとする場合、データの有限性によって必然的に一つの制約が加えられる。つまり具体的に以上の方式を第1節で述べた館・浜両氏の資料 (註1) に適用しようとするれば、その範囲は、200 km までの距離に制限されたものとなり、更に両氏の見解によると都心からの距離法則が鮮明に認められる範囲は、50 km 以内ということになる。従つて、適合の精度をたかめる為には、(2.6) 式はそのトランケートされた形式

$$(4.2) \quad f(x) = \frac{1}{1 - e^{-\frac{x_0^p}{\theta}}} \frac{p}{\theta} x^{p-1} e^{-\frac{x^p}{\theta}} \theta, \quad p > 0$$

を用いる必要がある。これによると、(3.22) 式は又

$$(4.3) \quad \theta = \sum_{i=1}^n f_i X_i^p + \frac{x_0^p e^{-\lambda x_0^p}}{1 - e^{-\lambda x_0^p}}$$

と補正される結果 (3.26) 式は著しく複雑化され正確な推定は、不可能に近いといえる。然し乍ら此の誤差は、 x_0 が充分大ならば無視し得る程度のものであり、その事はデータによる概算結果によって保障された。

扱、以上の事を考慮した上で (3.22)、(3.26) 式を前掲の館・浜両氏の資料 (註1) に適用した θ , p の推定結果は、第 4.1~2 表に示す通りである。又其れ等のパラメータを用いた $f(x)$ の適合は第 4.1 図に示される。勿論首都圏を 100 km 以内又は 200 km 以内とする事は多くの問題があるが、こゝでは一応館・浜両氏の資料にそのまま通用することにした。此の適用

結果は特にコーリン・クラークの指数分布による適合を或る程度改善するものとは思われるが、抑々(2.6)式の提案はドーナツ化現象の進行に対処する為のものであり、その効果は1965年以降の国勢調査結果への適合度によってより正確に判定されねばならない。第4.1~2表の該当欄及び第4.2図は特にこうした目的で(2.6)式のモデルを1965年国勢調査結果に基づく同心円メッシュ資料に適用した結果を表わすものである。

処で、第4.3~4図及び第4.3~4表は本稿に掲げた推定結果を理解する為に必要最小限の資料として前記館・浜両氏の論文(註2)から引用したものであり、第4.5図は、1965年推定結果の基礎として用いた同心円メッシュ資料の性質を示すものである(註3)。

最後に、第4.6図は各指標の時間的変動の性質を予測可能性の吟味を兼ねて、図示したものであるが、1960年以前と1965年資料との間の範囲の差の為に十分に傾向の把握が行ふことが出来ない。特に第4.6図によれば資料の不足が歴然としており、此の点に今後の一つの課題が見出される。

- (註1) 館・浜 [5] 参照
- (註2) 同上
- (註3) 第1節(註5) 参照

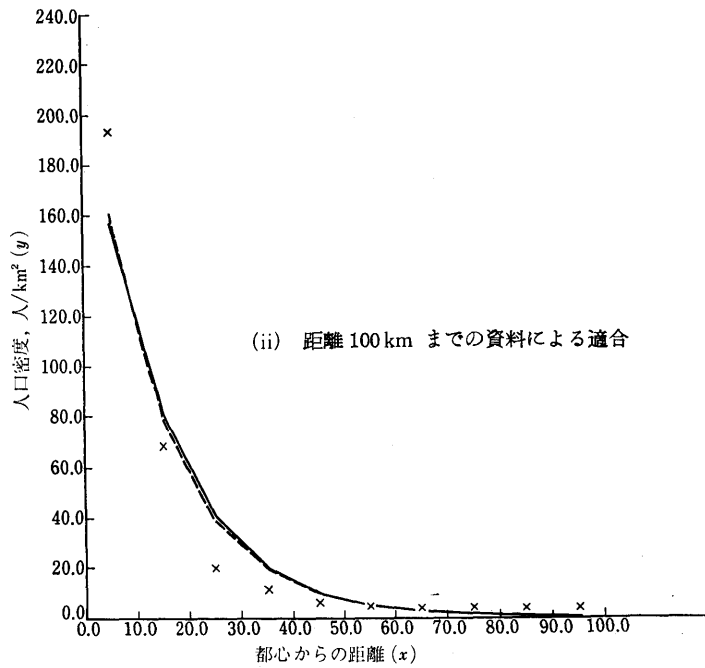
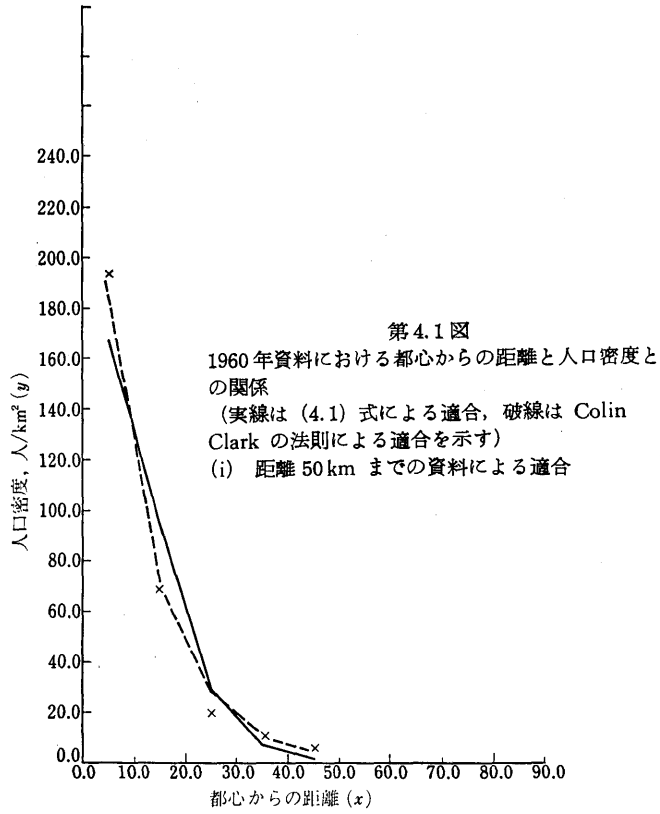
表 4.1 50 K 圏までの p 及び θ の方向別、時期別変動 (モデル (4.1) による)

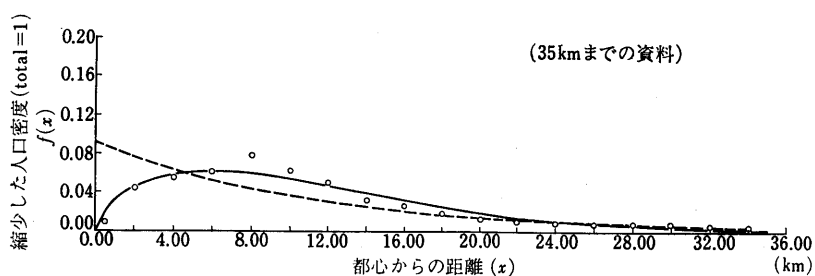
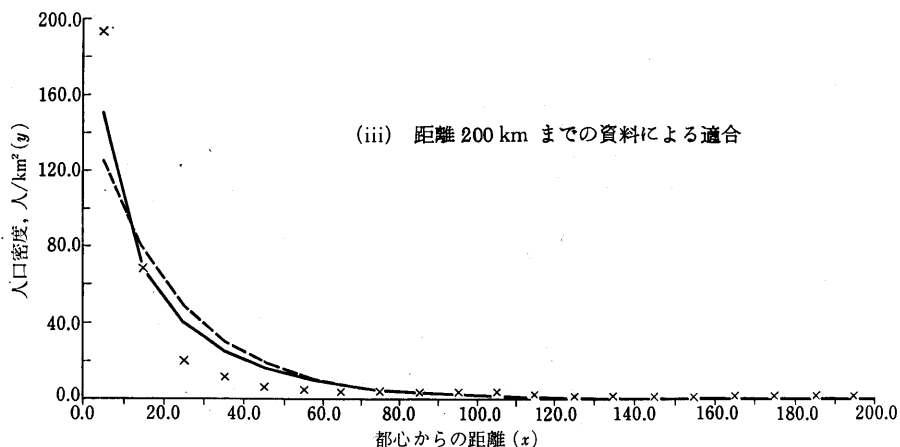
年 $p, \theta, d^{(p)}, x_m$ 方向		1960		1965	
		p	θ	$d^{(p)}$	x_m
A	p	1.3296	1.5760	34.75842	69.73500
	θ	14.4225	14.7810	5.0516	7.8049
	$d^{(p)}$	1.3536	1.5717	28.89338	55.55555
	x_m	12.0004	12.8852	4.4516	6.7707
B	p	1.3616	1.5943	24.95010	51.38746
	θ	10.6182	11.8334	4.0097	6.3717
	$d^{(p)}$	1.3042	1.5252	17.32201	33.92130
	x_m	8.9540	10.0799	2.9327	5.0106
C	p	1.3684	1.5557	20.71680	32.00000
	θ	9.1610	9.2791	3.5116	4.7879
	$d^{(p)}$	1.3177	1.3849	23.03086	26.46202
	x_m	10.8107	10.6473	3.6729	4.2238
D	p	1.0214	—	12.43008	—
	θ	11.7908	—	2.6745	—
	$d^{(p)}$	—	—	—	—
	x_m	—	—	—	—

表 4.2 全方向に関する p 及び θ の圏別、時期別変動 (モデル (4.1) による)

年 $p, \theta, d^{(p)}, x_m$ 圏	50 K 圏 (1965 年のみ 35 K)				100 K 圏				200 K 圏			
	p	θ	$d^{(p)}$	x_m	p	θ	$d^{(p)}$	x_m	p	θ	$d^{(p)}$	x_m
1950	1.2804	23.3863	11.7265	3.58	0.9731	14.7059	15.8403	—	0.7922	11.4943	21.8098	—
1955	1.3039	23.8493	11.3875	3.73	0.9964	14.5773	14.7190	—	0.8058	10.9649	19.5276	—
1960	1.3282	25.8665	11.5784	4.04	1.0284	15.5280	14.3953	4.39	0.8278	11.2360	18.5848	—
1965	1.5196	44.1891	12.0984	5.97	—	—	—	—	—	—	—	—

但し $d^{(p)} = p\sqrt{\theta}$





第 4.2 図 1965 年資料 (全方向) による距離と人口密度の関係の適合 (実線はモデル (2.6), 破線は Colin Clark の法則 (2.1) を示し, 各点はモデル (2.6) が適合出来る様に人口密度を縮小した場合の資料を示す)

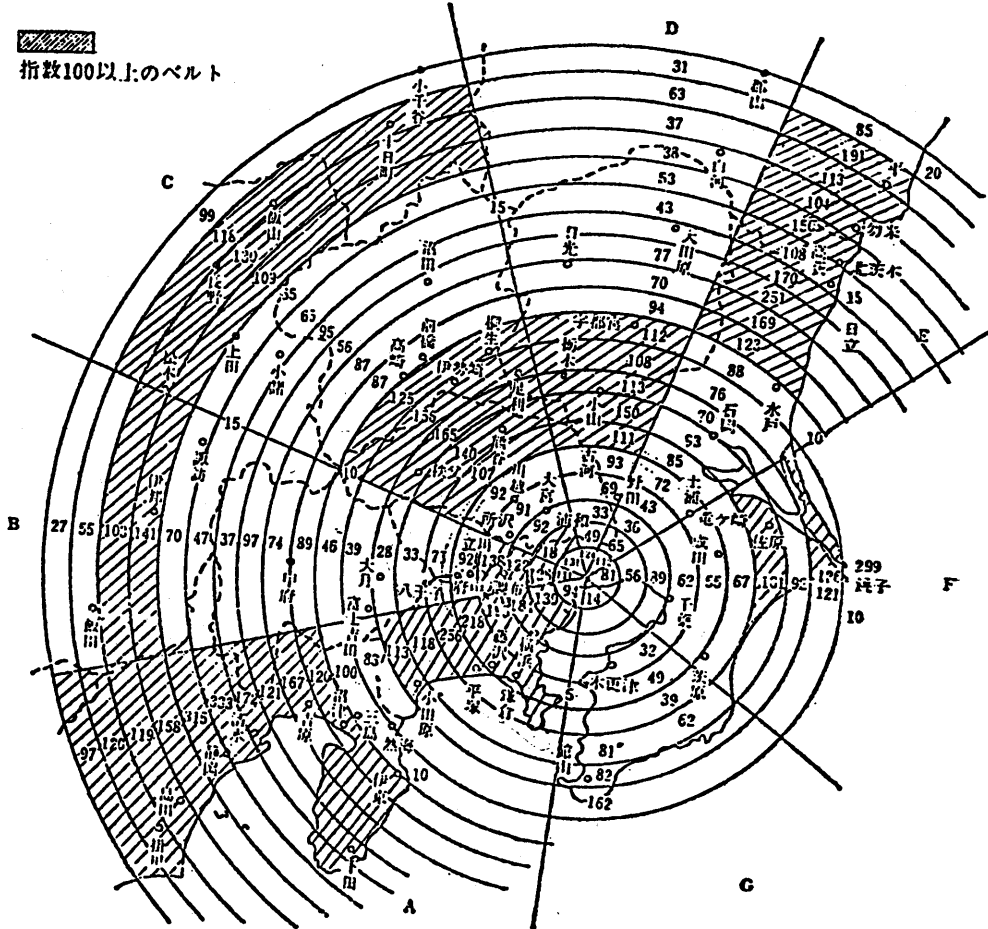
第 5 節 推定結果の分析と問題提起

第 4 節に於ける諸推定結果は、主として、モデル (2.6) 及び (4.1) によるものであるが、適用した資料の性質や方法によって、相違が認められるので、それ等に関して、解説すると共に、若干の問題提起を試みることにする。

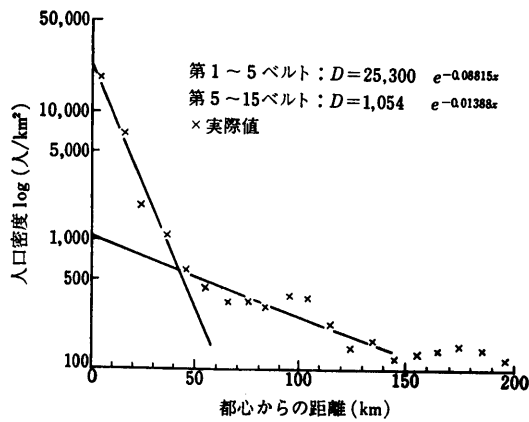
(1) モデルの全体的適合性について

(2.6) 及び (4.1) 式のモデルのデータに対する適合性を 1960 年資料について、グラフ上から判断すると、Colin Clark の法則による適合 (第 4.1 図に於ける破線) の場合に較べて、遠距離を含めた広い資料範囲では明らかに有利となるが、近距離に限定した狭い資料範囲では寧ろ不利の場合が認められる。これは、(4.1) のモデルが Colin Clark の法則を特殊の場合として含んでいる事実と反するのであって、此の事は主にメッシュ数の不足によると考えられる。

一方 1965 年資料に適合した結果によると距離は 35 km 以内と明らかに制限されているにも拘らず著しい向上を示すのである。此の事実は、1965 年に於ては、ドーナツ化現象が既に明確な形態をとることによって、Colin Clark の法則が遂にそのモデルとしての限界に達した事を示すと共に、メッシュの分割の細分化によって、メッシュ数を増す事により、適合度が高められた結果と判断される。以上により (2.6) 及び (4.1) 式のモデルは、それ自体決して充分なものとは云えないが、Colin Clark の法則の修正の役割を果す能力をもつものといえる。



第4.3図 人口密度指数の分布—各ベルト平均密度を100とする—(1960)



第4.4図 首都圏ベルトにおける人口密度の変化—全域—(1960)

表 4.3 ベルト・セクター別人口密度 (1960)

ベルト	セクター							
	全 域	A	B	C	D	E	F	G
1	19,344	18,275	21,457	25,407	23,939	21,687	15,599	2,688
2	6,849	9,554	8,779	8,093	3,365	4,442	3,851	—
3	1,978	3,645	2,422	1,812	643	713	1,757	—
4	1,103	2,157	1,533	1,010	768	478	688	359
5	586	1,275	540	539	544	424	321	286
6	443	1,132	333	473	491	375	298	172
7	340	400	112	477	509	316	343	211
8	360	405	102	594	405	252	330	290
9	317	264	123	495	341	242	385	514
10	375	374	171	468	419	331	112	—
11	370	444	330	323	346	454	—	—
12	223	373	165	193	157	376	—	—
13	150	178	143	82	113	376	—	—
14	162	278	60	154	135	278	—	—
15	121	400	56	78	52	130	—	—
16	131	412	92	85	70	195	—	—
17	163	258	230	177	62	169	—	—
18	183	217	188	237	68	207	—	—
19	187	224	102	221	117	369	—	—
20	131	262	36	131	163	113	—	—
1~15	600	1,087	462	564	432	527	—	—
1~20	433	823	316	392	286	428	—	—

(註) 主要交通路線が大都市人口集中上重要な意義をもつものと仮定し、主要鉄道幹線を適当に含むことを考慮し、圏の中心から三浦半島と房総半島の中央を通して海上をよぎる直線を基準とし、18°を単位として20個のセクターを区分した。しかし、ここでの考察には少しく細かすぎるので、18°を単位角度として、主要鉄道幹線を中心として、次のA~Gの7個のセクターに取りまとめた。

セクター	角 度	角度の幅
A (東海道線沿線)	0~72°	72°=18°×4
B (中央線沿線)	72~108°	36°=18°×2
C (上信越線沿線)	108~162°	54°=18°×3
D (東北線沿線)	162~198°	36°=18°×2
E (常磐線沿線)	198~234°	36°=18°×2
F (総武線沿線)	234~306°	72°=18°×4
G (房総線沿線)	306~360°	54°=18°×3

(2) 推定諸量の性格

扱, (2.6) 及び (4.1) 式のモデルを規定するパラメータは、同時に都市化諸指標を与えるものであった。第 4.1~2 表は、其れ等の時期別、方向別、資料の距離範囲別の結果を表わすものであるが、その測定値は概ね予想された変化を示すものといえよう。それは (2.6) 及び (4.1) 式のモデルを仮定すると、首都圏における人口密度 y を標識とする分布関数は、既に第 1 節で述べたように Pareto-Zipf 分布

$$(5.1) \quad f(y) = \frac{A}{y^{1+\frac{2}{1-p}}}$$

を与える結果 $\frac{2}{1-p}$ は、集中度を規定するパレート係数の役割を果すこと、従って p が増大

表 4・4 首都圏人口の総括 (1950, 1955, 1960)

ベルト 番号	面積	人口 ('000)			人口密度 (人/km ²)			人口増加数 ('000)		人口増加率 (%)		
		1950	1955	1960	1950	1955	1960	1950 ~55	1955 ~60	1950 ~55	1955 ~60	1950 ~60
1	250	3,294	4,222	4,836	13,177	16,900	19,344	928	614	28.2	14.5	46.8
2	710	2,919	3,777	4,836	4,135	5,350	6,849	857	1,059	29.4	28.0	65.7
3	1,110	1,454	1,747	2,200	1,307	1,571	1,978	293	453	20.2	25.9	51.3
4	1,820	1,569	1,757	2,016	862	965	1,108	187	259	11.9	14.8	28.5
5	2,680	1,428	1,495	1,570	533	558	586	66	76	4.6	5.1	9.9
6	3,030	1,301	1,345	1,342	429	444	443	44	-3	3.4	-0.3	3.2
7	3,320	1,184	1,177	1,130	357	355	340	-7	-48	-0.5	-4.0	-4.6
8	3,360	1,242	1,240	1,210	370	369	360	-2	-30	-0.2	-2.4	-2.6
9	3,450	1,109	1,114	1,092	321	323	317	5	-22	0.5	-2.0	-1.5
10	3,290	1,198	1,228	1,235	364	373	375	30	7	2.5	0.6	3.1
11	3,460	1,210	1,252	1,281	350	362	370	41	29	3.4	2.3	5.9
12	3,640	816	812	812	224	223	223	-3	-1	-0.4	-0.1	-0.5
13	3,750	583	574	561	156	153	150	-9	-29	-1.5	-4.6	-6.5
14	4,000	632	637	649	158	159	162	5	15	0.8	3.0	3.2
15	4,250	477	506	513	112	119	121	29	15	6.1	2.7	8.8
16	4,320	526	552	566	122	128	131	26	-1	4.9	-0.2	4.8
17	4,630	814	815	799	176	176	163	1	-16	0.1	-2.0	-1.8
18	5,000	891	896	917	178	179	183	5	22	0.5	2.4	2.9
19	5,320	997	1,007	995	187	189	187	10	-11	1.0	-1.1	-0.2
20	5,440	707	713	710	130	131	131	13	10	1.5	1.4	3.4
1~15	42,118	20,418	22,883	25,281	485	543	600	2,465	2,382	12.1	10.4	23.7
1~20	66,828	24,352	26,865	29,269	364	402	438	2,519	2,400	10.3	8.9	19.9

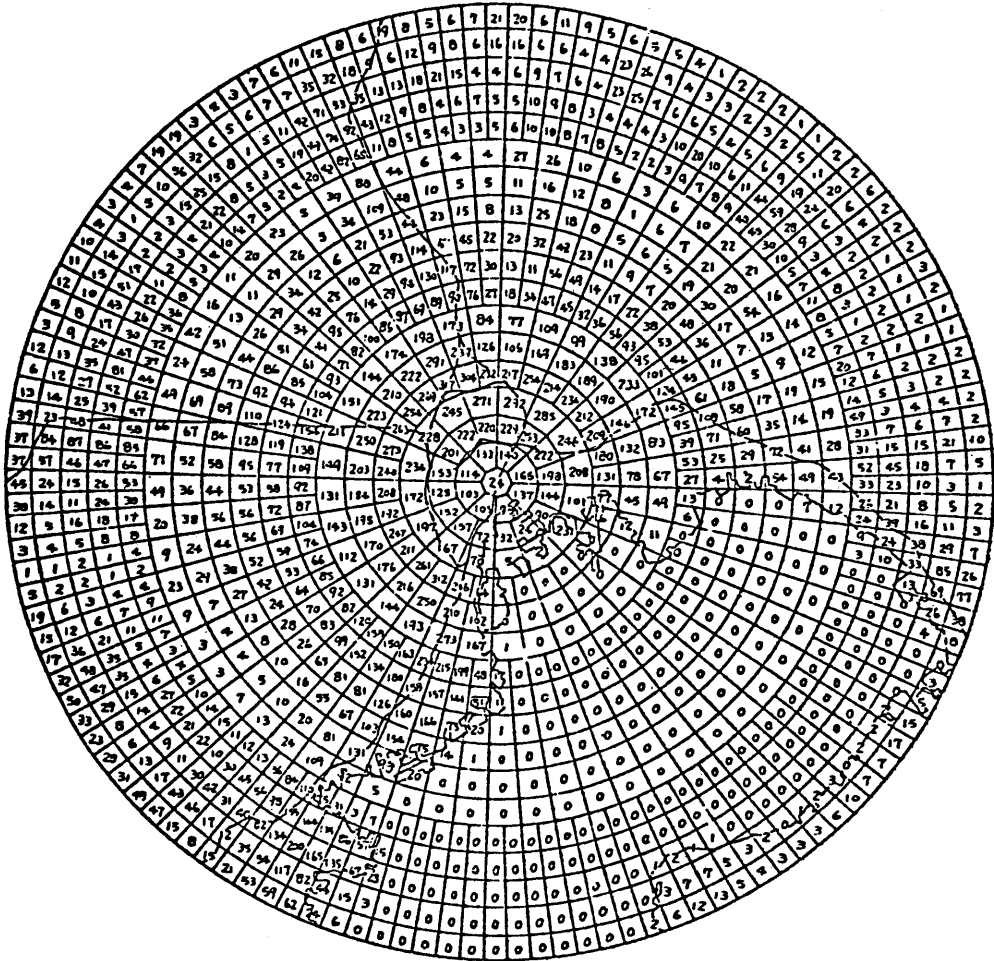
することは集中が緩和される事を示すからである。更に $d^{(p)}$ は都市の拡がりを示すものであるがこれは、第 4.2 表の方向別結果に示されるように、A, B, C の方向に於て大きな値を示すと共に、時期別にみると、C, D 方向への発展が認められる。然し、此等の資料のみでは都市が全体として方向による諸係数間の格差を解消乃至縮小させるような発展を遂げつつあるか、否かについて確定し難い。第 5.3 図によれば寧ろ増大の傾向が認められるのである。又 x_m はドーナツの頂点の位置を示すもので、それは A, B 方向に於て著しく遠方にあると共に、各方向について益々外部へ移行しつつある事が認められる。特に第 4.1 表の 50 k 圏の資料によれば、 $p, \theta, d^{(p)}, x_m$ の各値のうちで、最も変動の著しいものは、 x_m であり、その増加は加速度的且連続的性質をもつと想定される。

(3) モデルの検定について

以上 (1) 及び (2) で与えた諸結果は統計的推論の立場からすれば、検定を通じて吟味されるべきである。且つその為には、これまでの推定方式に照すと、尤度の検討が此の場合妥当するであろう。今 (2.1) 式に於て、

$$(5.2) \quad \lambda = \frac{1}{\theta}$$

とすれば、 λ 及び θ の最尤推定量 λ 及び θ の間にも同様の関係が成立し、且つ其れ等の尤度は不変であるから、特にそれを L_θ で表わすことにすると θ は (2.6) 式の条件附最尤推定量となり、 N を観測地域人口の総数とすれば



第4・5図 同心円メッシュの変換結果(数字は人口密度/haを示す)

(5.3)
$$\theta = \sum f_i x_i^p \quad \text{且つ}$$

(5.4)
$$L_\theta = e^{-N \sum f_i (\log \theta + 1)}$$

が成立する。

他方、(2.6) 式の parameter p 及び θ の最尤推定量とその尤度をそれぞれ \hat{p} , $\hat{\theta}$ 及び $L_{p,\theta}$ で表わすと、(3.22) 及び (3.23) の結果により、

(5.5)
$$L_{p,\theta} = e^{N \sum f_i \{-\log \theta + \log p + (p-1) \log x_i - 1\}}$$

が成立する。

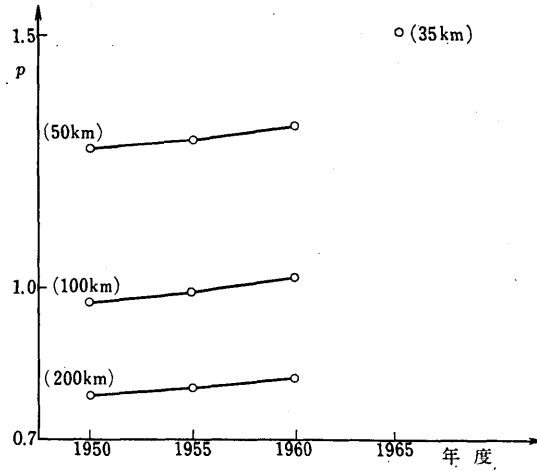
扱、此の場合、尤度比 $\lambda_p = L_\theta / L_{p,\theta}$ は (2.6) 式のモデルに対し仮説 H_0

(5.6)
$$H_0; p = 1$$

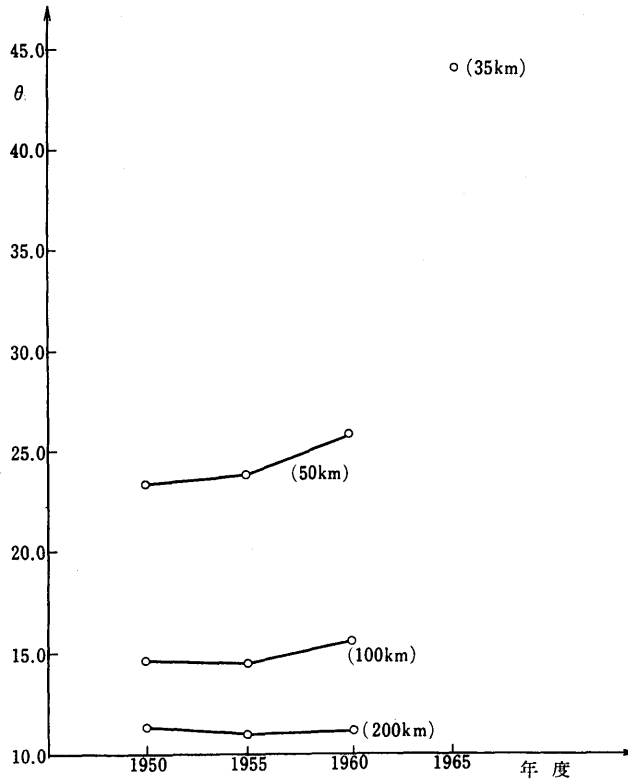
の test、即ち (2.1) 式のモデルを妥当とするか否かについての test を与えることになる。第 5.1 表 (ii) は $-2 \log \lambda_p$ が漸近的に自由度 1 の χ^2 分布に従うことを仮定して尤度比検定を行った結果を示すが、それによると予想通り観測された各年次を通じて H_0 が棄却される。

此の事を更に別の角度から検討することにすれば、A. I. C の適用が考えられてよいであろう (註1)。今、(2.1) 式及び (2.6) 式に対する A. I. C をそれぞれ A. I. C_θ 及び A. I. C_{λ_p}

(i) p の変動



(ii) θ の変動



第4.6図 p 及び λ の年変動 (括弧内の数字は使用資料の距離限界を示す)

と表わすと, (5.4) 及び (5.5) 式を用いて

$$(5.7) \quad A. I. C_{\theta} = -2 \log L_{\theta} + 2$$

及び

$$(5.8) \quad A. I. C_{p, \theta} = -2 \log L_{p, \theta} + 4$$

が成立する。此れ等の計算は第5.1表 (iii) に総括されるが、その結果は、各年次を通じて

$$(5.9) \quad A. I. C_{p, \theta} < A. I. C_{\theta}$$

となり、極めて高い水準で H_0 が棄却され、又 Weibull model が採用される。

扱、以上に示された新モデルの適合に関する test の結果は、充分満足すべきものであるが、第 4.2 図をみると、分布の裾に関して稍傾向的な適合が認められ、そのことの根本には、資料そのものの質的性格が作用していると思われるので、次節に於て、改めてその分析を試みることにしよう。

表 5.1

(i) 尤度の比較

年	$\log_e L_{\theta}$	$\log_e L_{p, \theta}$	N (人)
1950	-0.2682×10^8	-0.2640×10^8	1.0664×10^8
1955	-0.3247×10^8	-0.3188×10^8	1.2962×10^8
1960	-0.3833×10^8	-0.3755×10^8	1.5458×10^8
1965	-0.2625×10^8	-0.2608×10^8	1.5596×10^8

(ii) χ^2 -表による尤度比検定

年	$-2 \log_e \lambda_p$	χ^2 test
1950	0.8274×10^6	0.5% 以下の有意水準で H_0 棄却
1955	0.1179×10^7	"
1960	0.1547×10^7	"
1965	0.3340×10^6	"

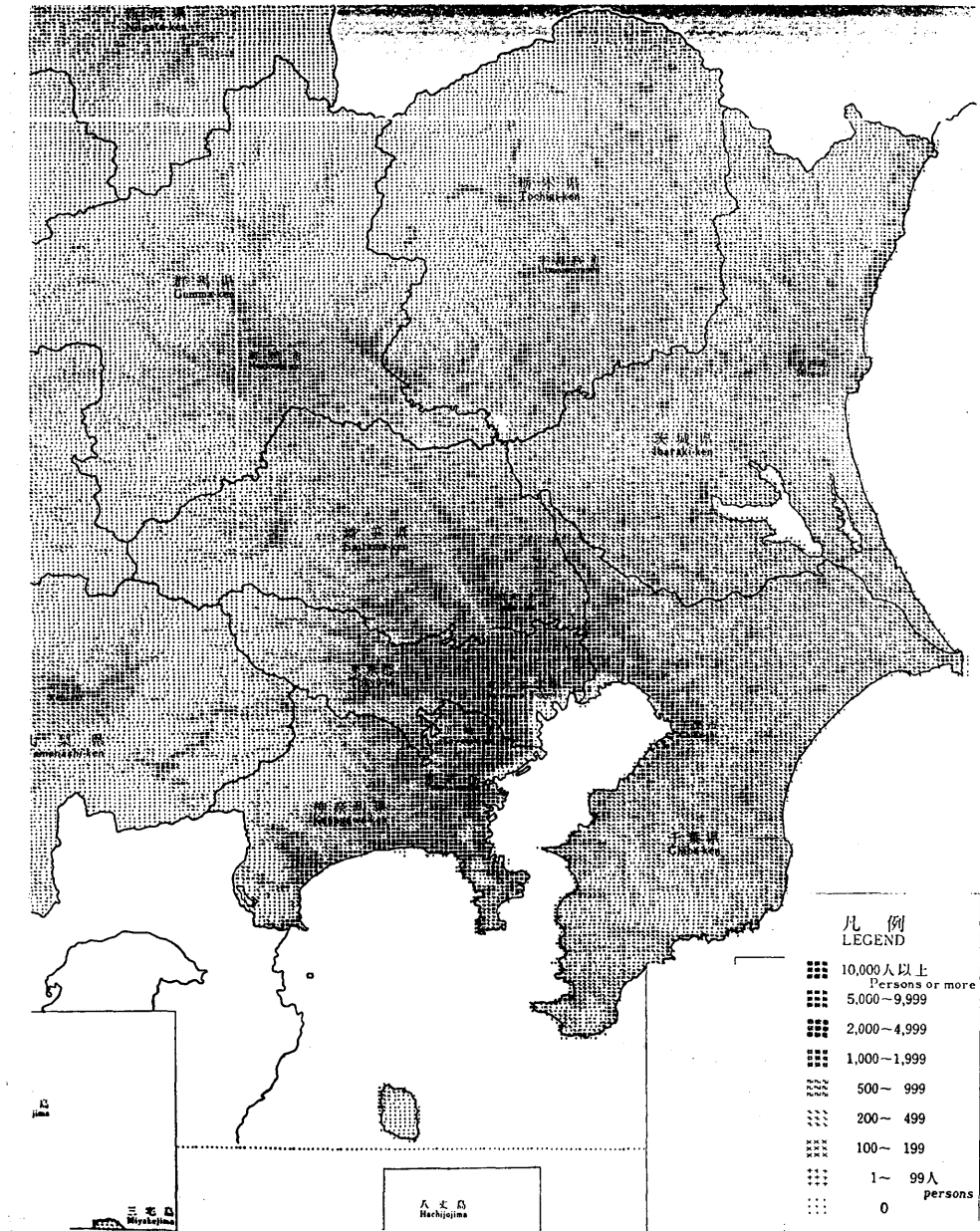
(iii) A. I. C の比較

年	A. I. C_{θ}	A. I. $C_{p, \theta}$
1950	0.5363×10^8	0.5280×10^8
1955	0.6493×10^8	0.6375×10^8
1960	0.7665×10^8	0.7510×10^8
1965	0.5250×10^8	0.5216×10^8

(4) 資料の再検討について

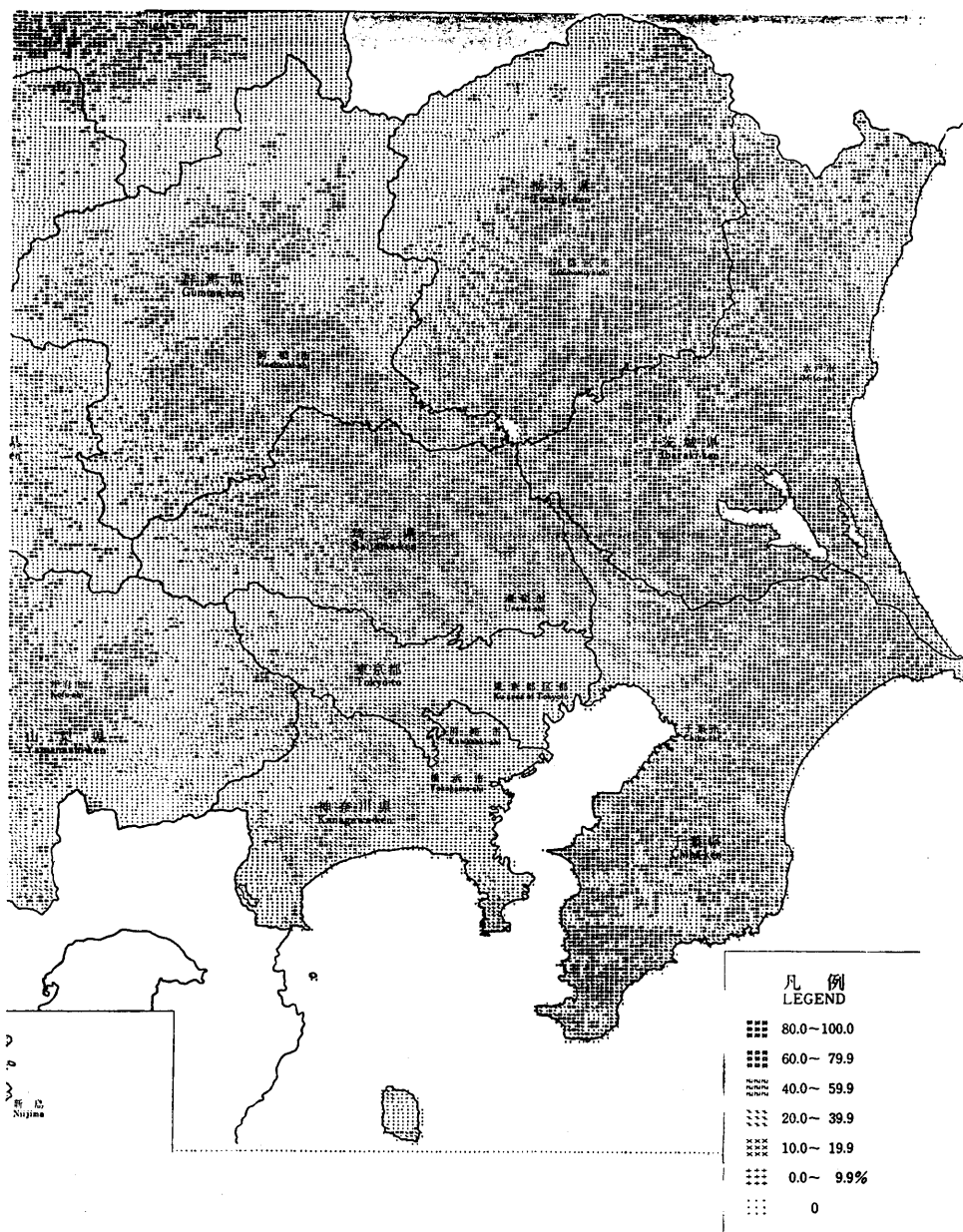
第 4.1, 第 4.2 及び 4.4 図におけるデータへの適合結果によると近距離部分における高い適合性と対立的に比較的遠距離部分に著しい不適合性が認められる。一般にこのように裾の長い分布は、特異性をもつものであるがその現実的根拠を調べるならば、まず、第 5.1 図に示される人口分布に占める第 5.2 図に掲げた第一次産業就業人口の全く対立的な分布傾向が、注目される。つまり、遠距離地域における不適合性は、一つには、此の非都市的とでも云える層によってもたらされるものと考えられないであろうか。又、此の不適合性は都市化の進行が急激である程度著しいものと考えられる。従ってもし解析の対象を第一次産業人口を除き都市的性格の強い第 2, 第 3 次産業人口を中心とする人口とすれば、第 (2.6) 式は、遙かに高い適合度を示すものと予想する事は、充分根拠のあることといえよう。

データに対するモデル (2.1) の不適合性についての他の一面として、全数標本に対する最尤推定法の適用限界に関連する次の家族社会的要因が考えられる。すなわち最尤法は、各標本が独立であることを前提としてその意義が認められるのであるが、これを具体的に人口集団の全数標本について考えれば、各人が自由に独立に行動していることが条件とされるが、このような条件は非現実的であり、その意味では、世帯集団を対象として世帯密度分布について以上



第5.1図 総人口の地理的分布

の解析を適用すべきであるといえる。且つ此の場合、都市の単身世帯や核家族化と遠距離圏における世帯規模の相対的増大が予想され、それは、世帯密度分布が人口密度分布に対し裾が短くなることを論理的に帰結するであらう。(第5.3図参照) 従つてもし人口単位の資料に替えて世帯単位の資料を用いるならば、Weibull model が更に、その適合性を増大させると考えられるのである。遠距離部分に対する不適合性の第二の原因として衛星都市の存在と其等の

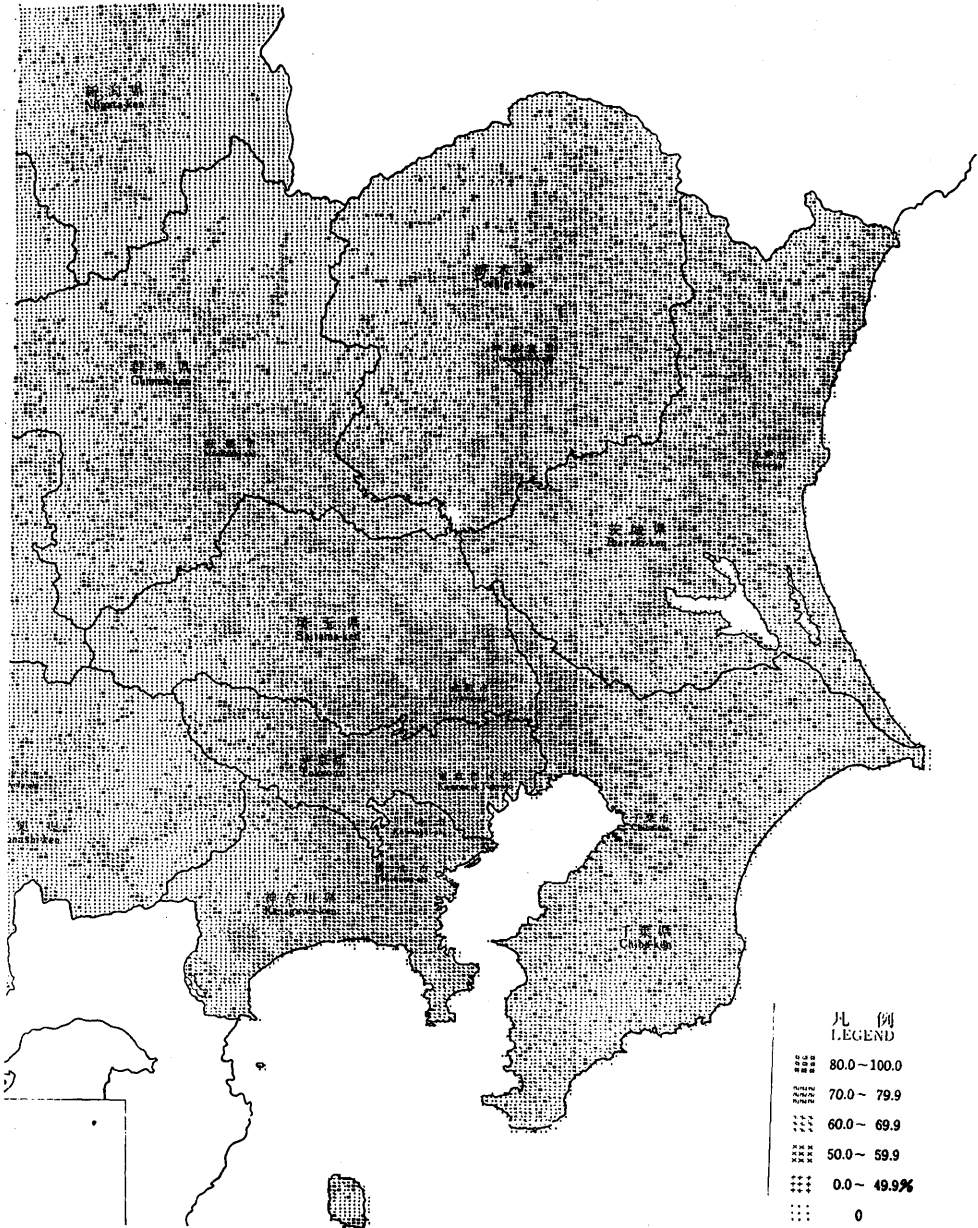


第5.2図 第1次産業就業率

相互作用が考えられるが、それは次の(5)で述べることにする。

(5) データ解析上の問題点

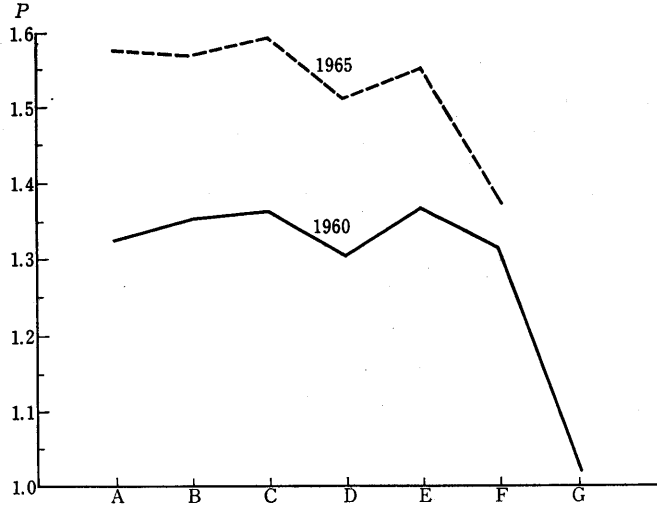
最後に、統計資料の利用について一言する必要がある。それは、本稿で直接対象とした資料は予め都心の位置を設定した上で方形メッシュから変換された同心円メッシュ資料であるが方形メッシュをそのまま適用する場合はどうなるであろうか。この場合方向差を捨象したモデルは、各方向に関して両側 Weibull 分布



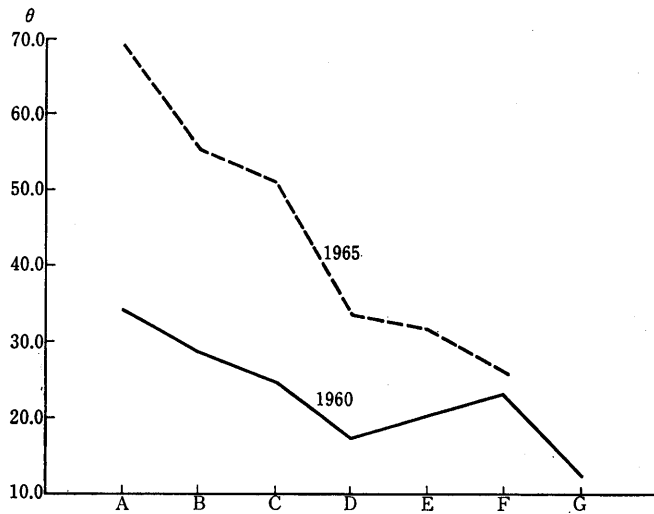
第5.3図 核家族世帯の割合

$$(5.10) \quad f(x) = \frac{p}{2\theta} |x-a|^{p-1} e^{-\frac{|x-a|^p}{\theta}}$$

となることを想定して p , θ と共に a で決定される都心の探索を同時に行うことが考えられる。然しより実際的な方法は, p , θ を共に都心からの方向との関数と考えた上で, 都心からの距離 r と τ に関する二次元分布



(i) p の変動



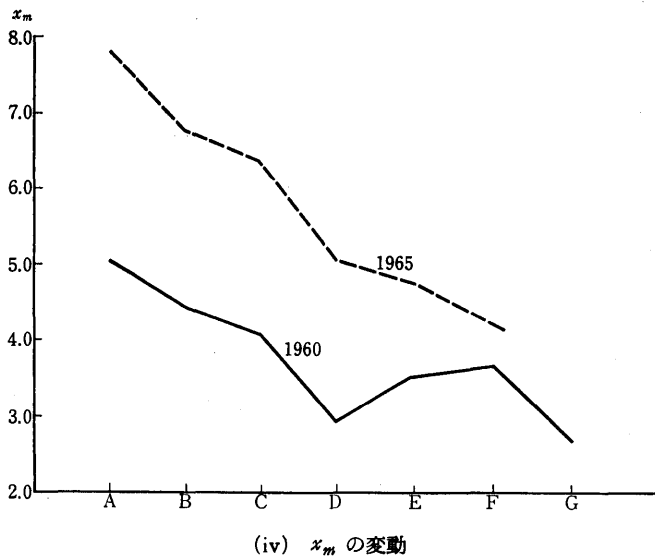
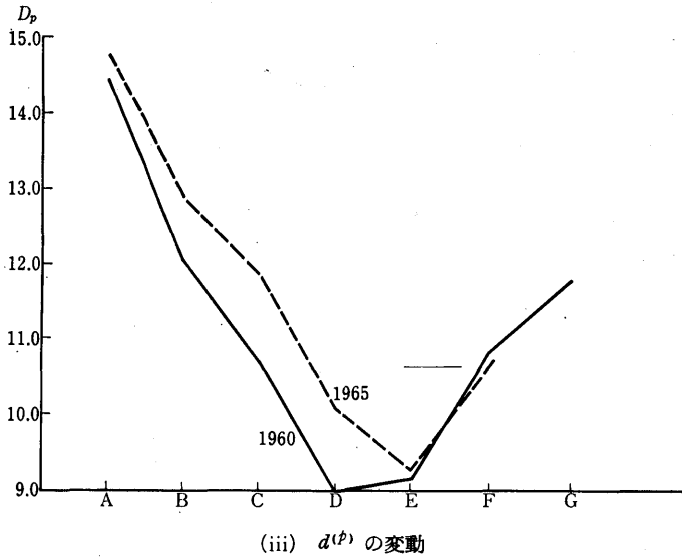
(ii) theta の変動

$$(5.11) \quad f(r, \tau) = A \frac{\dot{p}(\tau)}{\theta(\tau)} r^{\dot{p}(\tau)-1} \cdot \exp \left\{ -\frac{r^{\dot{p}(\tau)}}{\theta(\tau)} \right\};$$

$$\frac{1}{A} = \int_0^{2\pi} E(r|\tau) f(\tau) d\tau = \int_0^{2\pi} \{\theta(\tau)\}^{1/\dot{p}(\tau)} \Gamma\left(\frac{1}{\dot{p}(\tau)} + 1\right) f(\tau) d\tau;$$

$$\theta(\tau), \dot{p}(\tau), r > 0$$

を想定し、 $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ 、 $\tan \tau = \frac{y-b}{x-a}$ で変換して得られる $f(x, y; \tau)$ のモデルを導き、直接方形メッシュを用いて各パラメータを推定することであろう。その際人口重心は (a, b) を近似的に推定する為の初期値として用いられる。



第5.4図 方向別・時期別の係数変動

但し、 $p(\tau)$ 、 $\theta(\tau)$ は第4.1~2表のような経験資料によって得られた結果の分析を通じて決定すべきもので、その関数形は主要方向に対する距離法則を反映する。然し乍ら第4.1表及び第5.4図によれば、 $p(\tau)$ が比較的、安定しているのに対し $\theta(\tau)$ は極く限られた地域である F、G を除き A から時計の方向と共に減少する一方、(4.2) 表及び第5.4図によれば、時間と共に増大する。又、その増大度は、時計の針の方向と共に増大する傾向をもつもので此の分析は興味を唆るものがある。

他方に於て、本稿で扱った資料は極めて限定された地域及び時点に関するものであるから、今後大阪、名古屋、等を初めとする。地方大都市及び1970年以降の国勢調査の結果を利用することによって、更に、国際比較を通じて、モデルをより現実的なものに接近させる根拠を見

出し得るであろう。その為には、土地、交通・住宅・産業等の都市政策は勿論、都市の産業構成や資本、資産構成及び住民の職業構成等の分析を通じて、各都市の質の規定が同時に行われねばならない(註2)。それは都市吸引力の要因分析にも関連するであろう。

更に相互に競合的或いは補完的關係にある都市群や近隣に大都市を控えた大都市等を対象とする場合は、都市間の相互作用によって、(2.6)式の孤立型モデルは集団型のモデルに置き換えられねばならない。そのような場合都市吸引力の場は、遙かに複雑な形態を示すであろうし、それに伴って、多次元解析やベクトル値確率の方法の適用を必要とするであろう(註3)。

(註1) 後掲 Akaike H [1] 参照

(註2) 後掲 上田 [8] 第9章参照

(註3) ベクトル値を確率の方法は田口 [7] によるが、その後の検討によりいはゆるノン・パラメトリックな統計量と密接な関係が認められた。

追記

本稿における諸数値計算及びグラフの作成に於ては、田辺国土氏の助言の下に専ら石橋文字夫人の手を煩わした。又、資料及び原稿の整理は、馬場成子嬢の助力によるものであって、ここに厚く御礼する次第である。

参 考 文 献

- [1] Akaike, M, Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, Proceedings of the second International Symposium on Information theory, Supplement to Problems of Control and Information Theory (1972)
- [2] Ekblom, H. and Henriksson, S., L_p Criteria for the estimation of location parameters, Siam, J. Appl. Math., Vol. 17, No.6 (1969)
- [3] Fechner, G. T., Ueber den Ausgangswerth der kleinsten Abweichungssumme, dessen Bestimmung, Verwendung und Verallgemeinerung, Abhandlungen der Königlich, Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, mathematisch-physische Klasse, X, (1878)
- [4] Kendall, M.G. and Stuart, A, The Advanced Theory of Statistics, Vol. 2, Inference Relationship, second edition, Charles Griffin & Company Ltd. London (1967)
- [5] 館 稔, 人口分析の方法, 形成選書, 古今書院 (昭和40年)
- [6] 館 稔・浜 英彦, 大都市地域における人口の圏構造—東京都を中心とする大都市地域における1950年, 1955年, 及び1960年面積, 人口, 人口密度及び1950年~1960年人口増加年—日本人口学会記要(和文版) No. 4, (1963)
- [7] 田口時夫, 経済統計における分布と分配構造の解析法の研究, 統計数理研究所集報, 第22巻, 第1号, (1974)
- [8] Taguchi, T., On Fechners thesis and statistics with norm p , Ann. Inst. Statist. Math., Vol. 26, No.2 (1974)
- [9] 上田正夫, 人口統計(統計新書5), 東京一粒社, 昭和44年
- [10] Rice, J.R and White, J.S., Normp for smoothing and estimation, Siam. Rev. 6, (1964)
- [11] 木内信蔵・川野重任編, 人間と都市環境, 鹿島出版会 (昭和50年)

参 考 資 料

1. 1965年以降国勢調査にもとづく総理府統計局情報統計課作成の方形メッシュ資料
2. 1965年に関する同上資料による日本科学技術連盟作成の同心円メッシュ資料