

状況的決定理論 I

松原 望

(1973年5月受付)

Situational Decision Theory I

Nozomu Matsubara

There is a wide belief that what we call a decision theory is somehow not very useful in solving the real-world problem. In seeking what presupposition it started off with, I easily come, as many others do, to rather banal conclusion that the loss function is the whole trouble to us. Many, though not all, of us have been beleaguered with the rightly worthy question as to what constitutes the human judgement of "a loss". The loss is a human sentiment or, more precisely, its outwardly expression, of what he feels disagreeable there.

Whether quite justifiably or not, I assume the case, frequently in reality, that the most fundamental outward factor that influences the human loss is an "actual, realized situation" and not something like a probability law, and then set out to construct a decision theory on this basis. Under no circumstances it should be understood as an antithesis against the "Waldian" theory. For it is just as every illness has its doctor.

The Institute of Statistical Mathematics

§ 1 「不確定性」の受容と「情報」	§ 6 統計的及び状況的決定理論
§ 2 例示的問題	§ 7 絶対倫理と状況倫理
§ 3 戦略の導入	§ 8 定式化(諸定義)
§ 4 結論の尺度不変性	§ 9 状況的決定理論の分類
§ 5 選好順序は効用に先行する	§ 10 各場合の戦略

The meek will he guide in judgement and the meek will he teach in his way

Old Testament¹⁾

§ 1. 「不確定性」の受容と「情報」²⁾

H. Chernoff と L. Moses³⁾ は、決定理論の真髄を開いたかの名著 "Elementary Decision Theory" の中で、統計学を主として「不確定性の下での決定」decision making under uncertainty を扱うものと定義した。それは正鶴を射ているといってよいだろう。

「不確定性」という言葉自身は、消極的、否定的な響きをもつてゐる。実際、不確定性 uncertainty とは、つまり、ある知りたいことを知らないでいる状態 (無知 ignorance)、と思われがちである。しかし、そのように断定することは浅薄に過ぎるのであって、経済学者 John Hicks⁴⁾ がいみじくも引用したように "Uncertainty and expectations are the joys of life" (p. 189) であることもある。好むと好まざるにかかわらず、人間は社会的、心理的、経済的、その他のあらゆる行動をとる際ににおいて、とりまく状況の不確定性にさらされ、影響されている。ある場合には、それを肯定的に取り入れることさえある。

次の事が重点である。即ち行動者である人間が、不確定性を肯定的に受容するか、それを否定的に回避するかは、その状況における彼自身の価値基準 (倫理的なるものをも含む) によるのであって、それによって、何が彼にとって情報であるか決まるのである。

従来の決定理論の構築においては、自然の法則的秩序 (いわゆる「自然の状態」) と行動者

の行動の二つが対置されている。そこにおいては、行動者たる人間は個性をもたず、匿名であり心的・倫理的構造をもたないとされる。もとより、それで十分な場合も多いであろう。しかしながら、もし、自然に自己規律的法則性を付与し、一人の人間はその中に浮びつつ、もっぱらその法則性から派生する現象の受け手としての地位にあまんじるという見解であるとしたら、人間は、最初から、自己の行動に対して責任をもつことが不可能となるであろう。

多くの人々は、決定理論に倫理という形而上学的なものを導入することには賛成できない、というであろう。倫理がはたして形而上学的、思弁的なものかは、十分に検討する余地がある。しかし、それはしばらくおくとして、次の事はいえるであろう。

I. 人間の行動は必然的に、その人間にとって何が「よい」とされている事か、に戻って考えられねばならない（本質的要請）。

例えは、かの H. R. Niebuhr⁵⁾は、これを「責任性」としてとらえ、次のように言う。
「責任性というシンボリズムは、我々自身の行為の素材であるところの我々の存在を認識し、定義づける択一的もしくは、追加的な方法を表わしている。」

II. 今日的問題として、「公正」、「公平」、「平等」、「正義」等という社会倫理的概念を、一つの社会的指標として、具現化すべしという要請がある。究極的には、これは、一理論のよく扱い得る問題ではないが、社会的存在としての人間の行動を扱う際には、当然、可能な限り十分な考慮を払わねばならない（社会的要請）。

III. よく指摘されるように、数理科学の分野一般に、いわゆる最適性の原理が支配している。そのいうところは、要するに、とるべき行動は、最適行動であるべきであり、しかも、それは与えられたモデルから形式論理の過程を経て、必然的に断定的に導出されるものである、ということである。いうまでもなく、形式論理を採用するのは、それにはそれなりの一貫性があり、従って客観的説得力をもち、また事後の反駁を事前に封ずるのに一定の有効性をもつからである。

しかし、決定の理論に例を引いてみると、本来の目指すところは、理論が結論を生むに至る過程の論理的説得力でもなく、又、いかに普遍的に妥当するかでもない。要するに、与えられた設定の下で、行動する人間の価値基準が、その行動をいかなる過程で左右するか、謙虚に記述する事を第一の任務とすべきである。最終的に採用すべき行動の指定は、各個人の人格を尊重してそれに委ねるべきである（方法論上の要請）。

§ 2. 例示的問題²⁾

ある企業がいて自動車会社を所有経営していたとしよう。彼には、十分な利益金の蓄積があり、しかも自動車の販売市場も大方飽和したと判断したので、新たに航空機産業に進出する可能性を考慮した。その場合、航空機会社をそっくり買収するのである。ところが、一大困難が横たわっている。近い将来に二人の候補が激突する大統領選挙があって、一人は、折柄航空機産業は政府契約が多いので、公正という立場から、特別課税をせよと提唱しているのである。従って、この企業家は、課税賛成候補（“tax candidate”， t と略す）と課税反対候補（“non tax candidate”， n と略す）のどちらが、将来当選するかわからない、という不確定性にさらされることになる。しかも、問題はもっと複雑であって、選挙が終ってしまった後では、当然買収価格は市場機構の中で上昇するか下落するかどちらかである。だから、選挙の結果を待っていて、もし n が当選した場合、選挙前に買うよりも大幅に高い価格に直面してしまうことになってしまう。これは、H. Theil⁶⁾ が提出した例であるが、これと全く類似したケースは、企業の例をひくまでもなく、我々の日常に頻繁に起っている。

この企業家は、航空機会社を買うか否か、買うとすればいつか（選挙前か、選挙後か）、選挙後に再び手放すべきか否か、と迷うことになる。

これらは、結局、次の問題に還元される。

1. 「情報」は待って利用するものか。

2. 「不確定性」の解消は、常に望ましいか。
 3. 「将来、情報が入手可能である」ということを知る事自身も、「情報」に入れてよいか。上の企業家の問題に対して、数値を例証的に導入してみよう。単位は適当にとる。

表 1 選挙前

	航空機 会社	自動車 会社
買収価格	4	0
売上げ	8*	2

* 自動車会社からの売上げを含む

表 2 選挙後

(t)	航空機 会社	自動車 会社	(n)	航空機 会社	自動車 会社
買収価格	$3\frac{3}{4}$	0	買収価格	$4\frac{1}{2}$	0
売上げ	8*	2	売上げ	8*	2
課税	1	0	課税	0	0

表 1 は、選挙前における航空機会社、自動車会社の買収価格 (= 買収のための出費)、及び営業による売上げを示す。自動車会社は保持したままなので、価格 = 出費 = 0 としてよい。選挙後には (表 2), t, n のいずれが当選するかで二つの場合に別れる。t が当選すると、特別課税が航空機会社に賦課されるので、それを悪材料として市場価格は下落する。

さて、例えば “CtA” で、選挙前には自動車会社のみにとどまり、選挙で t が勝ち、選挙後になおも航空機会社買収に乗り出したという事態を表わすとすると、この事態に伴なって、この企業家に生ずる収益 (損失) 勘定は、売上げ - (買収費 + 課税額) = $6 - (3\frac{3}{4} + 1) = 1\frac{1}{4}$ である。考えられるすべての事態に対してこの様に評価すると、表 3 の様になる。

表 3

状況	· = t	· = n	① = $-4 + 6 - 1$	税引利益 (選挙前)
C·C	0	0	② = $-3\frac{3}{4} + 6 - 1$	税引利益 (選挙後)
A·A	1 ①	2 ④	③ = $-4 + 3\frac{3}{4}$	下落分
C·A	$1\frac{1}{4}$ ②	$1\frac{1}{2}$ ⑤	④ = $-4 + 6$	利 益 (選挙前)
A·C	$-1\frac{1}{4}$ ③	$1\frac{1}{2}$ ⑥	⑤ = $-4\frac{1}{2} + 6$	利 益 (選挙後)
			⑥ = $-4 + 4\frac{1}{2}$	上昇分

一般に、③ < 0, ⑥ > 0 と仮定するのは、自然なことである。また、それに伴なって ① > ②, ④ > ⑤ と仮定するのも、自然である。① - ② = ③, ⑤ - ④ = ⑥ だからである。さらに CnC, CtC に対しては、0 であるのは当然である。自動車会社だけに専念していれば、選挙も課税も買収も、全く関連をもたないからである。

§ 3. 戦略の導入²⁾

さて、企業家にとっては、8つの戦略 $D = \{s_1, s_2, \dots, s_8\}$ が考えられる。ここで、戦略とは、起り得るあらゆる場合に対してとるべき行動をあらかじめ決めた、永続的なルールのことである。例えば、選挙前には自動車 (C) にとどまっていて、t が勝てば C のまま、n が勝てば航空機 (A) に進出するという戦略があるが、これを $C(tC, nA)$ で表わそう。これを表記すると、表 4 のごとくになる。

表 4

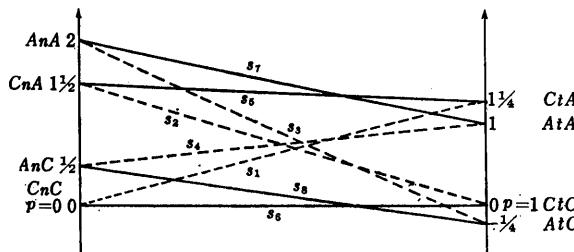
$$D_1 \left\{ \begin{array}{l} s_1 = C(tA, nC) \\ s_2 = C(tC, nA) \\ s_3 = A(tC, nA) \\ s_4 = A(tA, nC) \end{array} \right. \quad D_2 \left\{ \begin{array}{l} s_5 = C(tA, nA) \\ s_6 = C(tC, nC) \\ s_7 = A(tA, nA) \\ s_8 = A(tC, nC) \end{array} \right.$$

ここで D を二種類にわけ、 D_1 と D_2 としたことの意味を説明しよう。

D_1 に属する s_1, s_2, s_3, s_4 は、「t, n が争う選挙がある」という情報をあり、しかも、選挙の

結果という情報も行動の中に反映させる戦略である。 D_2 に属する s_5, s_6, s_7, s_8 はいろいろと解釈できるが、選挙の結果を無視するか、あるいは、選挙以前に行動をすべて決定しておくか、あるいは自分の利益にかかわりのある「選挙がある」という情報さえ知らされていないか、のいずれかの場合に対応する。

この場合、重要なことは、 t, n のいずれが勝つかという不確定性は、完全に選挙の結果という情報により解消されることである。情報は、不確定性を完全に解いているのである。さて、俗流解釈によると、 D_1 の戦略はその情報を十分に活用しているので、一見投げやりな（あるいは、「先物買い」的な） D_2 の戦略よりも、よさそうにみえる。実際はどうかを見るために、「 t が勝つ」という確率を解析の手段（あるいは、いわゆる主観確率）として導入し、 s_1, s_2, \dots, s_8 それぞれに対する平均的収益額（average payoff）を計算してみよう。例えば、 $s_4 = A(tA, nC)$ に対しては、 $p \cdot 1 + (1-p) \cdot \frac{1}{2}$ となる。これを種々の p に対して図示すると図1の如くなる。



(実線は D_1 属するもの、破線は D_2 属するもの)

図 1

この図をみてわかることは、 $D^* = \{s_5, s_7\}$ が完備類（complete class）となっていることである。いいかえると、 D の中のどんな戦略 s をとっても、 s に決して劣らない（“at least as good as”）戦略 s' が必ず D^* の中から見出せる。つまり、 s_1 に対しては s_5 がまさり、 s_2 に対しては s_5, s_7 がまさり、 s_3 に対しては s_7 がまさり、等というわけである。つまり、 D^* に入っていない戦略は、この意味において、考えなくてよい。

ここで重要なことは、 $D^* \subset D_2$ となっていることである。情報を「活用」しない戦略（の全体） D_2 の中から D^* が見出されたのである。

これは、多分に我々の直観に反する結果であり、あらためて、我々に「情報とは何か」という問を考えなおす様に迫っている。情報が完璧であっても、ある場合には、人間の行動の（その人間にとつての）有益性に対して阻害要因となる場合があるわけである。情報を「得る」という言葉は misleading であって、往々にして情報は行為者に対して負の限界効用をもつことがある。「得る」という言葉は単なる国語上の述語とみるべきであろう。

ただ、 D_2 に属する戦略が、情報を「活用」しない戦略といってよいか、議論の余地のある所である。少くとも、一見そうみえるということにとどめておき、又、他の機会にこの問題にふれることにする。

ここに例示した例は、一見して非常に簡単な様であるが、非常に大きな問題と豊かな内容へ発展してゆく萌芽とを、内蔵している。最も重要なポイントは表 2, 3 に、暗黙に含まれている。即ち、この例から表面的様相を捨象すると、行動のための価値判断の基準（「利得」、「効用」、「損失」、「価値」、「選好」、あるいは、一般に何らかの意味での倫理学的判断の数学的表現）は状況の影響をまぬがれえない、ということである。行為者としての人間を、その様な倫理的内部構造 ethical infrastructure をもったものとして扱うべきである。

§ 4. 結論の尺度不変性

表 3 は、各事態に応じて、この企業家に起る収支勘定をあらわしたものである。

この表が提起する問題は非常に大きく、決して副次的なものではない。以後、それらの問題を逐次指摘しながら、上のモデルの概観をする。各々の問題はおって、可能な限り厳密な取扱いをするはずである。

表 3 の数次にあらわれた、主なる特徴を指摘してみよう。まず、先にあげた基本的仮説

$$\text{仮説 } 0 : \begin{cases} ③ < 0, ⑥ > 0; \\ ① < ②, ④ > ⑤ \end{cases}$$

がある。更に、この自動車企業家の場合には；

$$\text{仮説 } 1 : ④ > ⑥, ① > 0$$

となっている。今、図 1において数量尺度を一切捨象して、順序（厳密には、実数の大小関係による全順序）だけを抽象した図を書くと、下の図 2 の 1 の様になる。

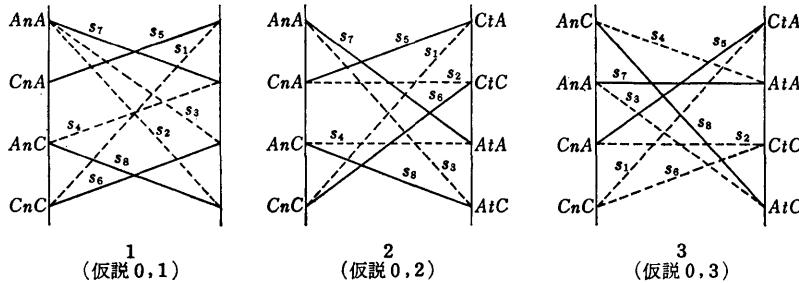


図 2

ここにおいて、顕著な事実を二つ指摘しよう。一つには、順序に関する仮説 0 及び 1 だけを指定すれば、数量尺度による大小を指定しなくとも必然的にこの図 2 の 1 に到達せざるを得ないこと、二つには、この様にしても、完備類は依然として $D^* = \{s_5, s_7\}$ (「情報」不使用) となることである。

数学的にいえば、第一のことは、順序によって完全類は「あいまいさなく定義」される (well-defined)，ということになる。このこと自身が、大きな理論的重要性をもつがが、それは後で述べることにし、他の場合の不变性を試してみよう。仮説 1 をそれぞれ、次の仮説 2、仮説 3 で置きかえてみると、図 2 の 2, 3 に達する。

$$\text{仮説 } 2 : ② > 0, ① < 0$$

$$\text{仮説 } 3 : ⑥ > ④, ④ > 0, ② > 0, ① > 0$$

仮説 0 及び 3 の場合は図 2 の 2 に達し、この場合も $D^* = \{s_5, s_7\}$ となり、先ほどと同じ解釈が与えられる。仮説 0 及び 3 の時は、図 2 の 3 に達するが、この時は $D^* = \{s_4, s_5\}$ となって、もはや $D^* \subset D_2$ ではない。しかし、 $D^* \subset D_1$ でもないので、情報を使う方が良いという主張は、依然として受け入れられないである。

§ 5. 選好順序は効用に先行する

完備類が順序のみに依り数量尺度 (効用) に依らない、ということは種々の意味をもつ。

元来、統計的決定理論、またその母胎となったゲーム理論においては、損失関数、支払関数が具体的に与えられていることが、最適解導出、実施のための暗黙の了解であった。しかし、少數の例外を除けば、現実に適合したこれらの関数を導入することは不可能に近い。これが、決定理論 (ひいては、数理科学的接近) の重大な瑕疵であり、その適用範囲をせばめる大きな

要因であった。もっとも、この問題は、人間の価値判断の数量化という、困難な要請と同等の課題である。効用関数という概念も、理論上はともかく、測定やさらには解析手段への入力ということになると、途端に無力になるのである。だから von Neumann, Morgenstern によるかの有名な「ある公理系をみたす選好順序 preference ordering と両立する効用関数が、一次変換を除いて一意に存在する」という定理も、理論上、記述上の武器にとどまる。

Luce-Raiffa⁷⁾ も指摘するように、「効用」の意味において、根本にかかる誤解、誤謬が広く流布しており、それに対して注意が与えられている。それを引用することは、この節の目的にかなっているだけでなく、効用の真の意味を理解する上に役立つであろう。

「我々としては、次の様な言い表わし方をする間違いをしたくない。即ち、 A の効用が (B の効用) より高いから、主体は B よりも A の方を好むのだ、と。むしろ、逆に、 A が B よりも好まれるからこそ、 A により高い効用を認めるのである。」(p. 22)

「第一の誤謬：賭け L の効用 $u(L)$ が賭け L' の効用 $u(L')$ より大だから、 L は L' よりも好まれる。

なぜ、これが誤謬なのかを理解するには、一定の注意が前もって必要となる。つまり、効用理論の解釈に異なった二つの様式があるからである。その一つとして、この理論を、選好を記述するためのものと考えることができよう。この見解にてらすと、前述の誤謬文の因果関係は、本来のものまさに逆を言っているのである。賭けの札のうちどれを選好するかは、効用関数の導入よりも、論理上先行しているのであるから、いまひとつ、この（効用）理論を、行動を矛盾のないものにするための指標のように考えることもできよう。ここにおいてもまた、一定の単純な選好順序がまず来て、しかして、より複雑な場合の決定のために、矛盾が起らないための一定の規準が採用される。このような設定のもとでは、結局いわんとすることは、先ず効用の概念を用いて、選好（の順序）及び無矛盾性の規準を統括し、それによって選択可能性がこみいっている時にも、いかなる決定を下すべきか、予知することが非常に容易になるのである。何はともあれ要するに、根底に主観的な効用関数が存在することを仮定したり、あるいは、そのことで思弁を勞したりする必要はない。我々は、選好や無矛盾性の規準に対して、その由来の説明をつけることを目的としているのではないのだから、そうであるよりも、むしろ、それを記述するための便利な方法を得たいに思っているだけなのである。」(p. 32)

我々が扱った例においては、単に、効用関数理論という大迷宮を by-pass したという“技術面”だけでなく、さらに積極的に、完備類が基礎的な選好順序で一意的に決定されるという本質的構造に注目すべきである。効用は、数学的にみれば、順序関係の一次元への不完全な写像にすぎず、しかも、人間の行動は、本来的には、一次元の数量的効用よりも、より多元的な選好順序に根をおろしているという事を考えれば、我々の得た結果は、より現実に近づいた描写であると言ってよい。

前述した様に、Luce-Raiffa は、一般論として効用概念をそれ自身独立に議論することは、不必要的思弁に陥ると警告している。より具体的な経済学の分野においても、Hicks⁴⁾ は同趣旨の事を “Utility and Preference” と題した中で述べている。

「数量的効用概念 the quantitative concept of utility は市場の諸現象を説明するためには不要である。だから、オッカムの剃刀 (Occam's razor) の原則に従って、それなしで済ませるがよい。というのは、實際上、理論が不必要的ものを含むか否かはどうでもよい事柄ではないからである。かようなものは以下の問題には無関係であり、それが存在することは眼界を不明瞭にしやすいのである。このことがいかに重要であるかはただ経験のみによって示すことができる。」(安井・熊谷訳 p. 24)

このようにして、Hicks は、Marshall の効用概念から出でて、「Pareto の発見（選好の無差別曲線）の扉の中に入るべきだと考える」のである。

一般的統計的決定理論の中においても、損失関数を順序のみでとらえた時に、どれだけ robust な結果が得られるかということは、かなり現実的意味をもつ問題と思われる。

ゲーム理論はその点で、この要求にかなり答えうるものといえる。その好例は、“prisoner's dilemma” (Luce-Raiffa⁷⁾, p. 94) で、そこでは支払行列の要素の大小順序のみが結論にとつて、本質的なものである。この点が、ゲーム理論が定性的解釈になじむ最大の理由であろう。

§ 6. 統計的及び状況的決定理論

A. Wald⁸⁾ の創始になる統計的決定理論においては、「自然の状態」 θ と行為者の「行為」 a

との絡み合いから、損失 $L(\theta, a)$ が生じるという構造であって、これが決定分析の出発点となっている。ここにおいて自然の状態 θ とは、数字的には、現象の確率構造の指定の役をなうパラメーターであり、行為者とは、多くの場合、統計家 statistician である。A. Wald はそれまでの Neyman-Pearson 流の統計的推論を、この立場から統一的に眺望できるとしたのである。

state of nature を「自然の状態」と訳すのは多少なりとも問題である。Wald においても、Blackwell⁹⁾においても、“nature”は、“statistician”に対していわば控除的に定義されている。即ち、統計的推論を決定理論の framework にあてはめるために、まず、statistician という具体的な存在を第一の Player とし、彼を取り巻く残りのすべての諸物、諸現象をひっくるめて仮に nature と呼んで、これに第二の Player の役を負わせたのである。Wald⁸⁾が“Nature”と大文字を用いて、擬人化したのも、もっぱらそれを Player とする意図から出た事に相違ないが、それは、むしろ前述したような操作上の概念にとどまるのである。従って、“nature”は、「自然界の法則」の様な使い方の中での、自己規律的な「自然」あるいはその法則を意味するのでは必ずしもない（統計的推論に登場する θ は、この意味に近い）。決定理論における state of nature は、先ほど述べた様な意味として、広く捉えるのが、決定理論の真髓に沿っている。Chernoff-Moses³⁾が用いた透逸な例である contractor's example (p. 3)においては、state of nature θ は、(nature の文字通りの訳としての)「自然」の状態ではない。各家庭で何使うか」は、決して「自然」の状態とはいえない。むしろ、それは、当事者自身に非常に近い関心であり、事実上、ほとんどデータと同じく、生々しい、「人間の側の」状態なのである。決定理論の創始者たちは、そのような意味で nature という語を広く使ったのである。

文献学的詮索とさえみえるこの議論をなぜしなければならないかは、おって明らかになる。

最近においては、「決定」とは、むしろ何らかの行動、しかも「意志的行動」に着手することを、一般的に意味しており、純粹の科学的推論を目的とした「統計的決定」とは、やや、趣きが異なる様に思われる。A. Wald が当初において、そこまでを予定していたかは、必ずしも明らかでないが、Raiffa, Schlaifer などの Harvard School は、Wald の定式化の範囲内で、かなり深く「決定」を掘り下げ、現実の問題に応用している。にもかかわらず、大ざっぱにいえば、decision theory は検定論、推定論などの統計的推論の統一に大いに役立つものの、それ以後特に現実の問題の解析にも役立っているとはいえない。その理由は種々あろうが、最も大きい理由は、いうまでもなく、それはあくまで statistical decision theory なのであるということである。statistics を未知のパラメーター θ に関する推論を目的とするものと規定するならば、行為者（統計家）の究極的関心の対象は他ならぬこの θ であって他ではない。もちろん、観測の結果、得られたデータは重要であろう。しかし、これとて、 θ の解明のために奉仕すべきものであって、そのまゝの実現値自体に意味があるのでない。これに対して、現実における「決定」の問題では、実現した状況 o (actual outcome, realized situation) に直面して、その中で最適な行動 a をとることが、事実上関心のすべてであり、その状況がいかなる確率法則 θ によって実現するかという事に対する関心は、仮にあったとしても、希薄なものでしかない。実際、上の企業家の例でも、 o が t であるか、 n であるかが、 $\theta = p = \text{Prob.}(o = t)$ よりもはるかに重要な関心事であり、事実、収益関数（負の損失関数）は表 3 にみると、 $f(\theta, a)$ でなく、 $f(o, a)$ の形になっていることは注意に値する（ここに、 $a = A, C$ ）。

統計的決定理論では損失関数は $L(\theta, a)$ であったが、現実の決定問題においては $L(\theta, o, a)$ 、あるいは、 θ の影響が少ないならば、 $L(o, a)$ とする事がよい。 $L(\theta, o, a)$ とする場合には、これは、3-person game の形をしており、いわば、 o と θ が弱い結託をしている coalition game とみる事もできる。 θ は o の出方をある程度支配できるが、完全にではない。たとえば前述の例でも、 θ が $1/2$ でも $1/10$ でも、実際に $o = t$ となる事を妨げられない。 θ が L の中に全く参加しないこともある。社会的事件のように o の一回性が高いとき、例えば「選

拳」、「戦争勃発」 という様な状況のときは、(頻度的) 確率という概念はほとんど行動的な意味をもたない。例えば、「明日戦争が起きる」 確率を客観的に考えることはできない。

さて、state of nature θ をかなり広く解釈する原義に従うと、状況 o というところの概念もそれに吸収され、従って、新しい決定理論を要請する必要は一見全くないように見える。しかし、 θ と o とを峻別する十分な根拠がある。即ち、 θ は常に観測不能であるが、 o は実現と同時に観測可能となるということである。自動車企業家の例で、もし $o = A, C$ を θ のように考えて、統計的決定理論を援用しようとすると、ただちに少くとも二つの構造上の困難に直面する。 θ は統計的決定理論の骨組では観測不能であるべきところ、もし、 θ が o ならば観測(確定) 可能ということになる(尚、 p は事前分布となる)。また、 o が θ として用いられてしまつた後、いわゆる決定関数 $\delta(\cdot)$ の \cdot にあたる変数(観測データ x) が不在である。

これが新しい決定理論を要請する大きな理由で、我々は仮に状況的決定理論と呼ぶ。後でもわかるように、これはかなり人格主義的色彩の強いものである。

§7. 絶対倫理と状況倫理

$L(o, a)$ 及び $L(\theta, a)$ という評価の定式化は、二つの異なった倫理の存在様式、即ち、「状況倫理」及び「絶対倫理」にある程度対応させることができる。

絶対倫理は、例えば、Kant のいわゆる「定言的命令」Kategorischer Imperativ、即ちいかなる状況にあっても絶対無条件的に守るべき道徳法則の命令、という表現をもつ。

これに対して、「状況倫理家は仮言命法的に決断するのであって、定言命法的に決断するのではない。」(J. Fletcher¹⁰⁾) 即ち、すべての決断は、「もし……ならば」という仮言的判断(hypothetical judgement) である、といっているわけである。

$L(\theta, a)$ が絶対倫理に共通する部分をもっていることは、明らかである。つまり、いずれも一定の法則的秩序を基盤として予定し、それが一方では現象の生起法則(即ち、確率法則)であり、また他方では道徳規範であるからである。また、 $L(o, a)$ が状況倫理的であることは、更に明らかである。実際、決断(行動への意志) は状況を反映し、それに応じてなされるというわけであるから。

決定理論を「行動者(自然人に限る。擬制上の人、例えば法の擬制による法人のようなものはここでは除外する) の行動決定をもたらす要因は何か」という観点からはじめてみれば、およそ、そのような要因の探究に対して、少くとも原理的な尊敬はしなくてはならない。その意味で、最近の TIME¹¹⁾ 誌の特集 “Second Thoughts about Man” は、およそ、human science に関心を持つ者は一読しておくに値するものである。また、その中に曰く、上に述べた “situationalism” は 1960 年代の米国に開花し、70 年代に入ってその価値を改めて問われているということである。

もっとも、筆者はアブリオリに状況倫理を設定し、それからすべての行動を導出しようというのではない。損失関数を o と a の関数として要請する定式化が、ある場合には状況倫理の背景をもつ、といいたいのである。

実際には、行動 a は状況に關係せず独立した部分(そうならざるを得ない部分) α と、 o が実現次第決定されるべき部分 β から成り立っているというべきである。 $a = (\alpha, \beta)$ 。行動をこのように分節する利点はかなり大きい。 α, β で一人の行動者の、情報取得前及び後の行動を表わすことができる。また、社会的システムにおいて、情報から疎外されているセクター、及びそれを保持しているセクターの行動とに対応している。

第一節において「不確定性」に言及したが、尚、Chernoff-Moses⁹⁾ も指摘する如く、これには「ランダムネス」(結果として何が出現するかわからない状態) 及び「ランダムネスの法則」の二種類がある。すぐにわかるように、前者の不確定性を考えたものが $L(o, a)$ 、後者が $L(\theta, a)$ であつて、これは狭義の統計学に対応する。しかしながら、「不確定性の下での決定」というとき、前者も考えねばならぬ場合があるとは、今まで述べた通りである。

§8. 定式化 (諸定義)

ここまで述べてきた考え方を定式化すると、「状況的決定問題」の数字的道具立ては、次の様になるであろう。

- (i) outcome の空間 ; $O = \{C_1, \dots, C_k\}$
- (ii) random outcome o の分布 ; o は多項分布に従う。

$$o \sim M(1; p_1, \dots, p_k), \text{ 即ち}$$

$$P(o = C_i) = p_i, i = 1, \dots, k$$

$$(p_1 \geq 0, \dots, p_k \geq 0, p_1 + \dots + p_k = 1)$$
- (iii) 独立的行動の空間 independent action space ; $A = \{a_1, a_2, \dots, a_s\}$
 行動者を行動単位 I (action unit I) という。
- (iv) 徒属的行動の空間 dependent action space ; $B = \{\beta_1, \dots, \beta_t\}$
 行動者を行動単位 II (action unit II) という。
- (v) 行動計画の空間 α space of action schemes ; α と β のペアの集合,
 即ち $\alpha \subset A \times B$
- (vi) 状況的損失関数 situational loss function ; $L(o, a)$ ($o \in O, a \in \alpha$)
- (vii) 状況的選好順序 situational preference ordering ; $o = C_i$ ($i = 1, \dots, k$) となった時の α 上のある選好順序 \gtrsim_i
- (viii) \gtrsim_i と両立する von Neumann-Morgenstern 型効用関数 ; $u_i(a)$, $a \in \alpha$ ($i = 1, 2, \dots, k$)
- (ix) 戰略 strategy
- (x) $s \in S$ の危険関数 risk function $R(\theta, s) = E_\theta L(o, s(o))$, $\theta = (p_1, \dots, p_k)$, $s \in S$
 なお、行動単位 I と II が一致することもあるが、その場合は一人の行動者が行動の二つの面をもつことを示す。

[例] 自動車企業家においては

$$O = \{t, n\} (t, n \text{ がそれぞれ } C_1, C_2 \text{ にあたる}),$$

$$o \sim M(1; p, 1-p) = B; (p),$$

$$A = B = \{A, C\} (a_1 = \beta_1 = A, a_2 = \beta_2 = C \text{ とする}),$$

$\alpha = \{(A, A), (A, C), (C, A), (C, C)\}$, (A は、自動車の他に航空機産業に進出する行動を表わす)

		$L(o, a) = (\text{表 3}) \times (-1);$	
		t	n
		$\begin{array}{c} o \\ \hline a \end{array}$	
	(A, A)	-1	-2
	(A, C)	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$
	(C, A)	$-1\frac{1}{4}$	$-1\frac{1}{2}$
	(C, C)	0	0

\gtrsim_t は $(C, A) \gtrsim (A, A) \gtrsim (C, C) \gtrsim (A, C)$ となるある順序,

\gtrsim_n は $(A, A) \gtrsim (C, A) \gtrsim (A, C) \gtrsim (C, C)$ となるある順序,

$u_t(\cdot)$, $u_n(\cdot)$ は、それぞれ \gtrsim_t , \gtrsim_n と両立する効用関数である。

戦略は次の如くである。この場合、行動単位 I, II は一致している。

	I	II	
		t	n
s_1	C	A	C
s_2	C	C	A
s_3	A	C	A
s_4	A	A	C
s_5	C	A	A
s_6	C	C	C
s_7	A	A	A
s_8	A	C	C

また, $R(\theta, s) = (\text{p. 26 のグラフ}) \times (-1)$ である.

§ 9. 状況的決定理論の分類

定義 1. $\alpha = A \times B$ のとき, 行動計画 action schemes は完備 complete であるといい, $\alpha \not\equiv A \times B$ のとき, 同じく非完備 incomplete であるという.

不完全の場合とは, 即ち, あるペア (α, β) は行動として採用できないことをいうのである.

定義 2. 行動 α, β の間に情報交換があるとき, 完全情報 perfect information の場合をいい, しからざるとき不完全情報 imperfect information の場合をいう.

なお, ここでいう「情報交換」の意味は, おって明らかになる.

定義 3. (行動 α と観測された状況 situations との関係)

(i) α よりも 先に状況が実現する場合

Situations Come First ··· SCF

(ii) α よりも 後に状況が実現する場合

Situations Come Last ··· SCL

(iii) α と 同時に状況が実現する場合

Situations Come Simultaneously ··· SCS

§ 10. 各場合の戦略

(i) Perfect-Information Complete-Action-Scheme この場合には, 行動単位 I, II は何らかの形で通報しあって協力しあう. つまり, α の方が先にきまればそれに従って, β を最適にきめることができ, 又, β が先にきまるなら, それに従って, α を最適にきめることができる. しかも, $\alpha = A \times B$ なので, α が一つきまることにより β が動ける空間は, α に関係なく B である. α がきまることによって β の選択範囲が支配, 或いは, 制限されることがない. 但し, 最初に仮定した様に, α と β は完全に平等な扱いをできない. β の方は状況 o に関連依存して変わることができるから, o の関数となるのに対して, 行動単位 I にとっては, 何らかの理由で, o が直接観測不可能なので, その行動 α は o の関連をもたないのである. α は o の関数ではない.

SCF の場合 行動単位 II は次の様な戦略 \bar{s} を持っている. \bar{s} は, C_1, \dots, C_k のうちの一つ o が実現したのを見て, B の中のある行動 $\bar{s}(o)$ を採用する一つのルールであるが, o が各々, C_1, \dots, C_k であった時に, 各々行動 $\beta^{(1)}, \dots, \beta^{(k)}$ ($\beta^{(\cdot)}$ は β_1, \dots, β_t のどれかを表わす) をとる戦略を $\bar{s} = (\beta^{(1)}, \dots, \beta^{(k)})$ とあらわそう.

実際にとられた行動 β は, 行動単位 I に通報される. 行動単位 I は, あらかじめ σ という戦略を持っている. σ は, β を見て A の中のある行動 $\sigma(\beta)$ を採用する一つのルールであって, $\sigma = (\alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(t)})$ とも書ける. $\alpha^{(\cdot)}$ は a_1, \dots, a_s のどれかであるがこれは, β が各々 β_1, \dots, β_t であるのに応じて, それぞれ行動 $\alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(t)}$ をとることを指定する. ペアとしての戦略は, 従って (σ, \bar{s}) である.

SCL の場合 この場合は、行動単位 I がまず行動 $a \in A$ をとる。行動単位 II は戦略 \tilde{s} を持っているが、それは、 a と状況 o を見て B の中にある行動 $\tilde{s}(a, o)$ を採用する一つのルールである。 $\tilde{s} = (\beta^{(1,1)}, \dots, \beta^{(1,k)}; \dots; \beta^{(s,1)}, \dots, \beta^{(s,k)})$ で表わそう。ここに $\beta^{(\cdot,\cdot)}$ は β_1, \dots, β_s のどれかであって、例えば a が a_1 , o が C_k であった時に第 1 群の第 k 座標 $\beta^{(1,k)}$ を行動として選ぶことを意味する。ペアとしての戦略は (a, \tilde{s}) である。

自動車企業家の例がこれにあたる。即ち、例えば

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= (A, A; A, A) \\ \tilde{s}_2 &= (A, C; A, C) \\ \tilde{s}_3 &= (C, A; C, A) \\ \tilde{s}_4 &= (C, C; C, C)\end{aligned}$$

とすれば、この例における 8 つの戦略は、

$$\begin{aligned}s_1 &= (C, \tilde{s}_2), s_2 = (C, \tilde{s}_3), s_3 = (A, \tilde{s}_3), s_4 = (A, \tilde{s}_2), \\ s_5 &= (C, \tilde{s}_3), s_6 = (C, \tilde{s}_4), s_7 = (A, \tilde{s}_1), s_8 = (A, \tilde{s}_4),\end{aligned}$$

となる。

SCS の場合 この場合は、双方とも相手の行動に対する知識を利用できない。

それぞれの行動単位の戦略は、 a, \tilde{s} であって、ペアとしての戦略は (a, \tilde{s}) となる。

(ii) Imperfect-Information Complete-Action-Scheme 行動単位 I, II の間に通報がない時には、一方の行動単位の行動は他の行動の関数ではない（依存しない）から、状況 o 以外に、組織的行動をとらしめる要因はない。実際、行動単位 II は状況 o にもとづいて行動 β をとるが、行動単位 I は o も β も知ることができず、その行動 a は全く任意で非組織的となる。

ここで注意しなければならないことは、SCF, SCL, SCS の区別が消失することである。前の場合、行動 a と状況 o の関係は、行動 β を媒介として行なわれている。実際、I と II の間には「通報」があり、又、 β は o に関連依存してきめられるからである。しかし、今や a と β の間には何の連絡もないで、 a と o の間の時間的前後関係は全く実質的意味をもたない。

互いに通報がないので、形式的には、perfect information の場合の SCS の場合と同一になり、ペアとしての戦略は (a, \tilde{s}) の形であらわされる。もっとも、後に述べる complete class の定義においては、この二つの場合は分れてくることがわかる。

(iii) Perfect-Information Incomplete-Action-Schemes action schemes が非完備になると、完備の場合にはみられなかった概念が介入してくる。完備の場合は行動単位 I, II の関係は、通報という面に限られたけれども、非完備の場合は、新たに「制限付け」limitation という概念が入ってくる。これは、先発の行動単位の行動により、後発のそれが範囲を限られることを意味する。

卑近な例として、ここにりんご 1 個があったとし、 $e_1 = \text{「食べる}」, e_2 = \text{「食べない}」, A = B = \{e_1, e_2\}$ とする。先発が e_1 という行動をとれば、もはや後発は e_1 という行動をとり得ない（先発が e_2 の時、初めて、後発は実質的な行動選択の自由をもつ）。

又、ある父親が年末に得たある額の現金を、1. 2 年もの定期預金、2. 普通貯金、3. 現金のまま、のいずれかの形でたくわえようとした。ところが、翌春の 3 月には、その子供の入学試験があり、かなりの額の資金が急に入用になる可能性がある。この場合は、 A (12 月の行動) = B (3 月の行動) = {1, 2, 3} であるが、12 月に 1. の行動をとった時には、資金は凍結され 3 月には全く行動選択の余地がないことになる。

一般に行動の対 (a, β) をとった時、 $(a, \beta) \in a$ の時は、 (a, β) は効果をもつ或いは有効、effective, 又、 $(a, \beta) \notin a$ の時、無効 null, ineffective ということにしよう。complete action scheme の場合は全ての対 (a, β) が有効である。更に、 $a \in A$ を固定して考えた時、 $(a, \beta) \in a$ 或いは $\notin a$ に従って、 β は a に対して有効、或いは同じく無効という。 β を固定した時も同様とする。

さて、 a_i ($i = 1, \dots, s$) に対して有効な β の集合を B_i とあらわし、 B の第 i 制限と呼ぶ。

つまり、

$$B_i = \{\beta_j; (a_i, \beta_j) \in \alpha\} \subset B$$

同様に、 β_j ($j = 1, \dots, t$) に対して有効な a の集合を A_j とあらわし、 A の第 j 制限と呼ぶ。つまり、

$$A_j = a_i; (a_i, \beta_j) \in \alpha \} \subset A.$$

我々は、 $A_j \neq \emptyset$, $B_i \neq \emptyset$ と約束する。

Perfect Information の時には、各々の行動が A_j 或いは B_i の上に制限されるだけで、戦略の数字的定義に本質的な変化はない。

SCF の場合 ペアとしての戦略は (σ, \bar{s}) である。ここに、 $\sigma = (\alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(t)})$ の形であるが、 $\alpha^{(1)}$ は A_1, \dots, A_t の中だけを動く。 \bar{s} は前述の如くである。

SCL の場合 ペアとしての戦略は (a, \bar{s}) である。 a は前述のままであるが、 \bar{s} においては、各 i について、第 i 群の座標 $\beta^{(i), *}$ は全て B_i の中だけに限られる。

SCS の場合 通報のある場合には、無効な行動を採用する事が避けられるが、この場合には、通報が利用できず、通報がない場合と同様、相互の行動 (a_i, β_j) が無効となる可能性が生じる。その場合には、戦略とは何かという問題が生じる。complete の場合にならって (a, \bar{s}) としただけでは、無効な行動がとられることを妨げないからである。

ここ（戦略の定義）では、この困難を形式的、数学的に解決することを考え、その実質的、現実的な意味（実際、これは多くの事を意味する）後にまわすことにする。

無効、つまり効果を生まなかったということも、一つの効果と考えそれを形式的に ω と表わす。従って、 (a_i, β_j) が無効に終った時、これに対する評価は、 (a_i, β_j) に対してではなく ω に対して行われる。よって、action scheme が与えられた時、無効になっている箇所、即ち α に含まれていない箇所に ω を充当し、これによって定義された広義の action scheme を拡大行動計画 augmented action scheme と呼び、 $\bar{\alpha}$ で表わす。即ち、

$$(\bar{\alpha})_{ij} = \begin{cases} (a_i, \beta_j) & ((a_i, \beta_j) \in \alpha \text{ のとき}) \\ \omega & ((a_i, \beta_j) \notin \alpha \text{ のとき}) \end{cases}$$

$\bar{\alpha}$ は action scheme として complete である。 ω は、無効を表すのであるから、有効な行動の一群とは、質的に全くかけはなれたものと考えられる。その点で、一つの極限的概念を表すわけであり、後で行われるように、評価の際にも外挿的な値を与えてしかるべきである。

戦略は、今や $\bar{\alpha}$ が complete のだから、 (a, \bar{s}) としてよい。

(iv) Imperfect-Information Incomplete-Action-Schemes 与えられた α から、拡大行動計画 $\bar{\alpha}$ を作れば、少くとも形式的には “Incomplete” という点から来る難点は解消し、場合は一見して (ii) に帰するようであるが、必ずしもそうではない。(ii) においては、SCF, SCL, SCS の区別がないが、この場合はこの 3 つの区別が意味をもつといわねばならない。それを見る為に次のような action scheme α を考えてみよう（図 3）。ごく粗っぽく考えてみても、行動単位 I は、行動単位 II に対して、優越しているといわねばならない。なぜなら、 a が先に決定される場合、 β の選択される範囲 (B_1, B_2) は a が a_1 であるか a_2 であるかによって、著しくその広さが異なるからである。即ち、 $\#(B_1) = 4$, $\#(B_2) = 1$ ($\#$ は元の個数を表わす) である一方、 $\#(A_1) = \dots = \#(A_6) = 1$ であるから、相手のとり得る可能な行動の個数をどの程度変え得るかという尺度で考える限り、行動単位 I と行動単位 II の間に、選択力の差がある。

	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
a_1	*	*		*	*
a_2				*	

図 3

るといわねばならぬ。

以下、各 i, j に対して $n_i = \#(B_i)$, $m_j = \#(A_j)$, とおいて、それぞれ行動 a_i, β_j の有効度 (effectiveness) と呼ぶ。いうまでもなく、 n_i, m_j は、どちらかが先に行動をとった時に、他方に残されている選択の余地の広さ狭さを表す基準である。もっとも、お互いにどの a_i か β_j を知ることはできないので、どの n_i, m_j であるかは互いに相手方に判定できない。あくまでも、先発の行動単位のみが支配できる量である。

これらの考察から、 \bar{a} に対して (i) の場合を適用するのが、より現実に対して説明力を持つといえるであろう。

このように、情報交換という要因以外に、action scheme の集合論的構造、つまり、complete であるか incomplete かという区別によって、2つの行動単位の間に、優越、その他の相互関係が介入するのは、大変興味深いことである。

ここまで来て、一応、各場合の戦略を図にまとめておこう。

	Complete Action Schemes	Incomplete Action Schemes
Perfect Information	場合 (i) SCF : (σ, \tilde{s}) , SCL : (a, \tilde{s}) , SCS : (a, \tilde{s}) .	場合 (iii) SCF : (σ, \tilde{s}) (但し、 σ は制限づけられる) SCL : (a, \tilde{s}) (但し、 \tilde{s} は制限づけられる) SCS : (a, \tilde{s}) (但し、 \bar{a} を考える)
Imperfect Information	場合 (ii) SCF SCL SCS : (a, \tilde{s})	場合 (vi) \bar{a} を考えた上で SCF : (σ, \tilde{s}) SCL : (σ, \tilde{s}) SCS : (a, \tilde{s})

(注) 戰略の集合は、いったいいかなる意味を持つであろうか。

従来の見解に従うならば、我々は「最適」戦略にのみ興味があり、従って我々の最終目的は、我々がとるべき最適なる戦略を求めて呈示することにあると、思われている。この立場からは、最適ならざる戦略は、捨てられて顧みられない（しかも、実際、最適ならざる戦略の方が、数において殆んど全てを占めるのである）。であるから、戦略の集合はそこから最適なるものを選び出すすべく用意された集合論的範囲にすぎなくなる。

しかし、筆者は見解を異にする。そもそも、いかなるモデルといえども、現象の有限な描写に過ぎず、いやしくもそれをもって現象の完全な代替物を手中にしたとすることは許されるべきではない。我々が数理的に扱っている構築物はいかなる場合でも、不完全であり、現象の一部の記述でしかないということに思いを駆せ、結論に至るまで謙虚さを保つことが要求される。最適性を過重に崇拜することは、あきらかにこの立場からすれば、不健全の徵であり、傲慢のそしりを免れない、というべきであろう。最適ならざる戦略も、それなりに、一つの行動上の価値観を表示しているかもしれない、それに対しても考慮の時間を割くことが、逆に現象の理解を深めることになると思われる。

戦略の集合を考えることは、単に、数学的な形式の一貫性のためだけではなく、一つ一つの戦略がそれぞれの行動原理に対応しているという意味において、解釈的、内容的に必要なことなのである。

ただ、我々は他の極端、不可知論も警戒せねばならない。これは、即ち、よい戦略は、いかなる意味においても、いかなる寛容な定義をもってしても、決してわかるものではないとする立場である。これは、我々が、現象の理解、解明に努めようと建設的態度をとる限り、排除せざるを得ないであろう。（続）

続く II, 及び III では次の内容を扱う。

「状況的決定理論 II」

具体例の導入, 戰略の図式化 (Game Tree), 完備類の導入, 完備類の意味付け, 各場合における完備類, 多数決の原理, 主觀確率, 非蓋然化過程, 損失及び効用関数の構造, ω の評価, random game, 諸定理, 統計的決定理論, 行動主義の観点

「状況的決定理論 III」

I, II の応用 (特に, 社会科学的応用)

追記 この論文の発表にあたって, 統計数理研究所員山中信子嬢の原稿清書の労を多とし, ここに謝意を表したい。

統計数理研究所

文 献

- 1) *Psalms 25: 9.*
- 2) 松原 望: 統計数理研究所シンポジウム記事5 (シンポジウム「確率モデル」の報告集)
- 3) H. Chernoff, L. Moses: *Elementary Decision Theory* (John Wiley & Sons)
邦訳あり (宮沢訳; 「決定理論入門」, 紀伊国屋書店)
- 4) J. R. Hicks: *Value and Capital* (Oxford, 2 nd. ed.)
邦訳あり (安井・熊谷訳; 「価値と資本」, I, II, 岩波書店)
- 5) R. H. Niebuhr: *The Responsible Self* (Harper & Row)
邦訳あり (小原訳; 「責任を負う自己」, 新教出版社)
- 6) H. Thiel: *Optimum Decision Rules for Government and Industry* (North Holland)
- 7) D. Luce, H. Raiffa: *Games and Decisions* (John Wiley & Sons)
- 8) A. Wald: *Statistical Decision Functions* (John Wiley & Sons)
- 9) D. Blackwell, M. Girshick: *Theory of Games and Statistical Decisions* (John Wiley & Sons)
- 10) J. Fletcher: *Situation Ethics* (The Westminster Press)
邦訳あり (小原訳; 「状況倫理」, 新教出版社)
- 11) April, 2, 9, 16, 23; 1973.