

# 動く調査対象集団に対する標本調査-V\*

——羽の野兎の一夜の間に走る足跡延長を RST-法とコンピュータ・シミュレーションによつて推定する方法——

林 知己夫・駒 沢 勉

(1971 年 7 月 受付)

## Estimation of the Size of Mobile Population

—Estimation of trace length of a hare in one night by random selected trace (RST) method and computer simulation—

Chikio Hayashi and Tsutomu Komazawa

The authors find the method to estimate the length of trace of a hare in one night by computer simulation. At the point of intersection of two traces where we can not decide which trace is one of the hare in question we select the trace to survey at random. We continue this process, at the points of intersect mentioned above, to find the starting point of a trace and the end point of the (or another) trace.

Thus we obtain the distance  $x$  on level which is not always equal to the length of a hare. The method to estimate the length  $l$  from  $x$  is required. For this purpose, we set three models, i.e. model I, model II and model III. We assume that the points of intersection are put on all traces independently with equal probability and matched at random and further assume that the traces have not any loop and the points of intersection do not form any closed figure with the sides of trace.

[Model I]

All traces  $T_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) to intersect are equal to  $l$  in length with the same number  $k$  of the points of intersection.

[Model II]

All traces  $T_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) to intersect are equal to  $l$  in length with the random number  $k_i$  of the points of intersection which obeys to some probability distribution law of mean  $\bar{k}$  and variance  $\sigma_k^2$ .

[Model III]

The  $i$ -th trace  $T_i$  is a two-dimensional random variable the components of which are a random variable  $l_i$  that obeys to some probability distribution law of mean  $\bar{l}$  and variance  $\sigma_l^2$  and a random variable  $k_i$  that obeys to some probability distribution law of mean  $\bar{k}$  and variance  $\sigma_k^2$ . We write  $T_i(l_i, k_i)$ . All random variables are assumed to be mutually independent. In model I, we can easily calculate the mean of  $x$ ,  $E(x)$ , as below,

$$E(x) = \frac{l}{k+1} \left\{ 1 + \frac{2k}{k+1} \left( \frac{k}{1-(1/2)^k} - 1 \right) \right\}, \quad k \geq 2.$$

We have  $x=l$  in the case  $k=1$  and  $E(x) \rightarrow 2l$  as  $k \rightarrow \infty$ .

In model II and model III, we obtain  $E(x)/E(\bar{l})$  and  $\{E(x^2) - E(x)^2\}/E(\bar{l})^2 = \sigma_x^2/E(\bar{l})^2$  by computer simulation. Thus we find that  $E(x)/E(\bar{l})$ 's in three models are approximately equal. We also have the mean and variance of the number of the points of intersection in three models by computer simulation. In some cases, we show the distribution function of  $x$ . This research was carried out as a part of JIBP Project (contributions from JIBP-PT No. 125).

The Institute of Statistical Mathematics

## § 1 はじめに

一定面積に一定時間(一夜)内につけられた野兎足跡の総延長を推定する方法とその簡便法

\* この研究は IBP の PT 部門の一環たることを意識して行なわれたものである。JIBP-PT No. 125 である。

についてはすでに動く調査対象集団に対する標本調査-III (彙報第17巻, 第1号) に示した。一定面積内の野兎総数を推定するためには、一羽の野兎が一定時間(一夜)内にどの位走行するものかを知る必要がある。積雪期においては、やはり足跡追跡によってこれを調査、推定するのがよい。この調査方法には二通り考えられる。まず第一には、野兎を捕獲し、足跡に弁別のための標識がつく様にして放ち、翌日その足跡を測量して行くと言うことが考えられる。次には、野兎の雪上についた自然の足跡を追跡することである。この両者には、それぞれ特色があるが、両者あわせて行ない、その結果を比較検討して行くことが望ましい。

第1の方法は、捕獲が数多く容易に行なわれれば望ましいものとなる。我々は捕獲した野兎には首輪をつけることにしている。首輪は軽いほどよくまた噛まれても壊れないしっかりしたものでなくてはならないので、アルミニウム管を用いている。管に4ヶ所穴をあけこれに網を張り、外部に覆いをつけておく。管の内部に粉末色素を入れ、野兎の動きに応じて色素が雪上に落ちるようにしておく。この方法によれば、足跡の識別も容易であり、放した野兎の足跡を完全に測量することができる。これは極めて実用性のある方法で、1971年の冬期では成功している。この方法による足跡追跡については、別に発表する予定である。また、色素首輪の代わりに、小型無線発信機をつけて放し、二機以上の方向探知機で位置を割り出して、足跡の総延長を出すテレメータ方式も考えられる。これが可能ならば、積雪期以外でも、野兎の行動を知ることが出来る。これに関しては、テレメータ作成の技術上の問題点、地形上の問題、方探誤差の問題(林文, 山田典子, 野兎統報 No. 4, 1970) などあり、克服しなければならない困難な問題がある。いずれの方法にしろ、第1の方法は、野兎に「もの」を装著するので、あるいは、自然の状態におけるものではないのではないかと、との疑問点も残るのである。これについては、第2の方法との比較検討を要するものである。

第2の方法は、極めて自然な方法である。これで追跡できれば申分のないものである(我々は、過去に僅かな例しか追跡に成功していない)。しかし、追跡して行くうちに、他の野兎の足跡とが入り混り、どれが本来の野兎足跡か見分けがつかなくなることが多い。このため切角追跡してきても、ここで断念せざるを得なくなる。こうした困難な問題がある。

我々は、ここでは、第2の方法をとりあげこの困難をどう解決して行くかの一つの方法を示してみようと思う。

## § 2 自然の足跡の追跡方法

どの足跡が、追跡している本来の野兎の足跡か判断できなくなったとき——可能なる限り本来の足跡を見出す様努力すべきであるが——等確率で(ランダムに)選ばれた足跡を追跡する(Random Selected Trace method と名づけるので、略してRST法と言うことにする)ことにするのである。つまり、いずれが本来の足跡か判断できないとき、ランダムに追跡すべき足跡を定めることにするのである。こうして、何箇所でも足跡が交叉し、本来の足跡かどうか判断できなかつたとき、ランダムに選んだ足跡を追跡して行くのである。こうして、終点と始点とを必ず見出すところまで測量して行くのである。始点とは昨夜出発した場所を言い、終点とは、今朝とどまった場所を言う(一夜とは昨夜から今朝までのこととしておく)。この始点と終点は雪上の足跡によって容易に判断のつくものである。この様にして、兎に角、始点と終点との間、走行した水平距離  $x$  を測量するのである。これが我々のデータである。勿論、この  $x$  が、一羽の野兎の一夜の中に走行した距離の推定とはなっていない。この  $x$  から、目的とする一羽の野兎の一夜中の走行距離を推定することを考えるのである。このためには、確率モデルをつくる必要がある。

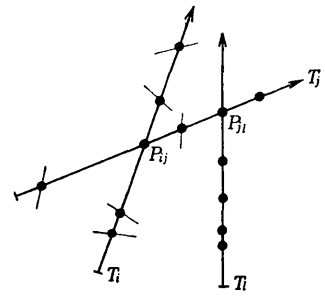
## § 3 足跡長推定のための3つのモデル

モデルとして3つを考えるのであるが、いずれの場合も足跡の交叉はランダムに生ずるものとしておく。また、簡単のため同一の足跡は交叉することはない——交叉してもよいが、いず

れが本来の（追跡している）足跡か判断できないと言うことは起らない、つまり、たとえ現象的には交差しても、RST法における実質の意味で交差することはない——、二つの別の足跡は互に2度以上交差することはない——これも現象的には2回以上交差しても、実質的に識別不能のものは2回以上交差しない——、また、我々が追跡している足跡に実質的な意味に於て関係する「交差している足跡のあつまり」において3つ以上の交差点は足跡を辺とする閉じた図形を描くことはないものとしておく。

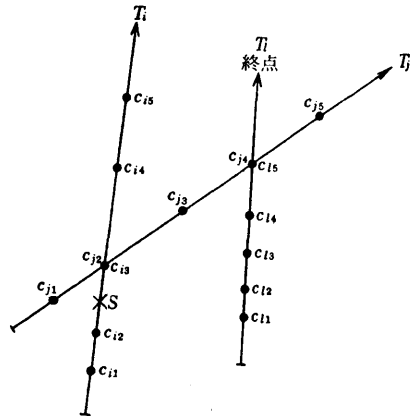
**モデル I (MI と名づける)**

交差するすべての足跡の長さは一定で  $l$  とする。またすべての足跡は丁度  $k$  回交差するものとする。この交差は次の様にランダムに行なわれるものとする。第1図を見よう。なお、この図では足跡は直線で書いてあるがこれは見易いためにそうしたものであって曲線で一向差支へはない。大事なのは長さの関係であり、始点からの長さ  $u$  ( $u \leq l$ ) がものを言うのである。曲ったものをびんと伸して考えればよいわけである（以下の論議ではすべて同様である）。足跡  $T_i$  と  $T_j$  が  $P_{ij}$  で交差をする。この  $P_{ij}$  は  $T_i$  (長さ  $l$ ) の上で、 $[0, l]$  上に等確率に選ばれた  $k$  個の点（これらが交点となっているのである） $C_{i1}, \dots, C_{ik}$  のうちのどれか1つである。1, 2,  $\dots, k$  の順は足跡の進む方向につけられたものとしよう（以下すべて同様とする）。



$k=5$  の場合  
第 1 図

さらに厳密に言えば、 $C_{i1}, \dots, C_{ik}$  の  $k$  個の点を等確率（この場合は  $1/k$ ）で1つ選んだものが  $P_{ij}$  となるのである。一方  $T_j$  (長さ  $l$ ) の方から見よう。この  $P_{ij}$  は、また、 $T_j$  の上で  $[0, l]$  上に等確率に選ばれた  $k$  個の点  $C_{j1}, \dots, C_{jk}$  のうちのどれか1つである。厳密に言えば、 $C_{j1}, \dots, C_{jk}$  の  $k$  個の点を等確率 ( $1/k$ ) で1つ選んだものが  $P_{ij}$  となっているのである。 $P_{ji}$  も同様である。この様に、すべての足跡において  $[0, l]$  上に等確率に選ばれた  $k$  個の点を考え、この各々を等確率に選び、それをマッチさせたものが交点となるのである。 $T_i, T_j$  という2つの組みでマッチさせることができればあとは同様である。また、交点が閉じた図形を描かないとは  $T_i$  と  $T_j$ ,  $T_j$  と  $T_l$  が交わっていれば  $T_i$  と  $T_l$  とは実質的意味——足跡が判定出来なくなるという意味——において交わらないということになる。



$k=5$  とする  
第 2 図

このMIは、実際のものを表現していると言うことは出来ないが、これから以後のモデルの基本となるのでもう少し詳細に説明しておく。 $T_i$  と  $T_j$  を考えよう。足跡は矢印の方に向かって居り（前進）、その方向に追跡していると想定しよう。

交点については

$$C_{i3} = C_{j3} = P_{ij}$$

$$C_{j4} = C_{i5} = P_{ji}$$

としておく。

$T_i$  上の  $S$  が足跡の出発点としよう。この  $S$  も  $T_i$  上で  $[0, l]$  の範囲において等確率に選ばれたものである。

まず  $S$  を等確率に選び、次に  $k$  ( $=5$ ) 個の交点を等確率に選び、これらを順に  $C_{i1}, \dots, C_{i5}$  と名づける。足跡追跡は  $S$  から出発して足跡の進む方向（↑印）に進む、第2図を見よう。 $C_{i3}$  で  $T_j$  との交点が見られる。ここでいずれが本来の足跡かわからなくなるわけである。こ

ここで  $1/2$  の確率で  $T_i, T_j$  どちらかを選ぶかをきめる。  $T_i$  が選ばればさらに進む。  $C_{i4}$  で足跡が交り、ここでいずれが本来の足跡か判定できなくなり  $1/2$  の確率で追跡すべき足跡を選ぶことになる。これは  $P_{ij}$  点での操作と全く同様である。さて、  $1/2$  の確率で  $T_j$  の方が選ばれたとしよう。交点たるべき前述の様に  $k$  個の交点が  $[0, l]$  上に等確率で選ばれ（それらが順に  $C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{j5}$  と名づけられる）。さらにそのうちの1つが  $1/k$  の確率で選ばれ、それが  $C_{j2}$  となり  $C_{i3}=C_{j2}=P_{ij}$  となって  $T_j$  を足跡の方へ進むのである。さて  $C_{j3}$  に進みここで本来の足跡がわからなくなり、  $1/2$  の確率で追跡すべき足跡をさだめる。  $T_j$  が選ばれば  $C_{j4}$  に進みここで確率  $1/2$  で追跡すべき足跡を選ぶ。  $T_j$  でない方が選ばれば  $P_{ij}$  点で  $T_i$  を選んだときと同様にして新しい足跡を追跡する。この交点のあり方は  $P_{ij}$  における時と全く同様になる。  $T_j$  が選ばれば、  $C_{j4}$  にいたり、  $1/2$  確率で追跡すべき足跡をきめるのである。  $T_i$  が選ばれたとしよう。  $T_i$  の  $[0, l]$  上に  $k$  個の点々が等確率で選ばれそれを順に  $C_{i1}, \dots, C_{i5}$  としよう、このうちの1つが  $1/k$  ( $1/5$ ) の確率で選ばれ  $C_{j4}$  で交わることになる。  $C_{i5}$  が選ばれたとすれば  $C_{j4}=C_{i5}=P_{ji}$  となる。これで  $T_i$  を追跡する。  $k=5$  であるから、これ以上の交点はないわけで終点が見出されたことになり足跡の進む方向の追跡は終ることになる。足跡の逆の方向は  $S$  から逆に進む。  $C_{i2}$  に至りここで交点があり、いずれが本来の足跡かどうか解らなくなる。ここで前述の様な仕方で追跡すべき足跡を選び、始点（追跡する方から言えば終点）を見出すまで同様の操作を繰返すのである。これが **MI** のモデルの骨子である。いずれにしても、足跡の始点と終点（ともに追跡の終了する点）まで追跡するのである。それではどこで追跡が終るかと言えば、足跡の進む方向の追跡では二つの足跡の交点において  $C_{.k}$  がいずれか一方または両方に現れ、  $1/2$  の確率で  $C_{.k}$  の方があらわれている  $T$  が選ばれば終点となることになる。逆方向を辿る場合は二つの足跡の交点において  $C_{.1}$  がいずれか一方または両方に現れ  $C_{.1}$  の方があらわれている  $T$  が選ばれば始点を見出すことになり追跡は終るわけである。

さて、足跡追跡測量で  $x$  が得られたとき——勿論水平距離、以下同様——  $E(x)$  の分散を求めることが出来れば（さらに  $x$  の分布を求めることが出来れば）望ましいわけである。これらは  $l$  及び交点数  $k$  の関数として求められることになる。

### モデル II (MII と名づける)

足跡長  $l$  はすべて一定とするが交点数が変化している場合である。  $T_i$  での交点数は  $k_i$ ,  $T_j$  での交点数は  $k_j$  であるとする。したがって  $[0, l]$  上に等確率で定める交点の数  $C_{j1}, \dots, C_{jk}$  が確率変数となる。あとの考え方は **MI** と全く同様である。この  $k_i, k_j$  は平均  $E(k)=\bar{k}$ , 分散  $\sigma_k^2$  の確率変数で、  $k_i, k_j$  はすべて互に独立としておく。後の計算では  $k_i$  は平均  $\bar{k}$ , 分散  $\sigma_k^2$  のガウス分布  $N(\bar{k}, \sigma_k^2)$  に従うとする。

我々は  $E(x)$ ,  $x$  の分散を  $l$  及び交点の平均  $\bar{k}$  や分散  $\sigma_k^2$  によって求めればよい。

### モデル III (MIII と名づける)

こんどは長さも確率変数で変るとする。  $T_i$  は長さ  $l_i$ , 交点数  $k_i$  をもつ2次元確率変数とする。  $T_i(l_i, k_i)$  とあらわす。  $l_i$  と  $k_i$  とは独立としておく。これと  $T_j(l_j, k_j)$  が交叉するわけである。交叉の仕方、追跡の仕方は **MI** と全く同様である。  $l_i, k_i, l_j, k_j$  は互にすべて独立としておく。我々の問題に関するかぎりすべて互に独立としておく。  $k_i, k_j$  は **MII** と同様の確率変数、  $l_i, l_j$  は平均  $E(l)=\bar{l}$ , 分散  $\sigma_l^2$  の確率変数としておく。後の計算ではガウス分布とし、  $N(\bar{l}, \sigma_l^2)$  に従うものとする。  $T_i(l_i, k_i)$  の定め方は次の様になる。まず  $l_i$  の実現値をさだめ、次に  $k_i$  の実現値をさだめる。  $C_{i1}, \dots, C_{ik_i}$  は、  $[0, l_i]$  上に等確率に選ばれた  $k_i$  個の点で、足跡の進む方向に順に名づけられた点（交点になる）であるとする。このうち1つが  $1/k_i$  の確率で選ばれ、これが今問題とする交点になる。  $T_j(l_j, k_j)$  も同様である。まず  $l_j$  の実現値をさだめ、次に  $k_j$  の実現値をさだめる。  $C_{j1}, \dots, C_{jk_j}$  は、  $[0, l_j]$  上に等確率に選ばれた  $k_j$  個の点で、足跡の進む方向に順に名づけられた点（交点となる）であるとする。このうち1つが  $1/k_j$  の確率で選ばれこの点と  $T_i$  上に選ばれた点々がマッチし、ここで  $1/2$  の確率で  $T_i$  か  $T_j$  が追

跡すべき足跡としてきだめられることになる。

あとの手続き、順逆方向の追跡の仕方、追跡の終点のきだめ方などは全く **MI** と同一である。こうしたモデルにおいても追跡の実測距離  $x$  を求め、 $E(x)$ ,  $\sigma_x^2$  を  $\bar{l}$ ,  $\sigma_l^2$ ,  $\bar{k}$ ,  $\sigma_k^2$  の函数として求めることが出来ればよいわけである。この **MIII** モデルになれば、現実の代用として、かなり満足すべきものとなる。

この3つのモデルについて  $E(x)$  などを求めることになるが、**MI** のほかは、計算が面倒で、乱数によるコンピュータ・シミュレーションによらざるを得ない。

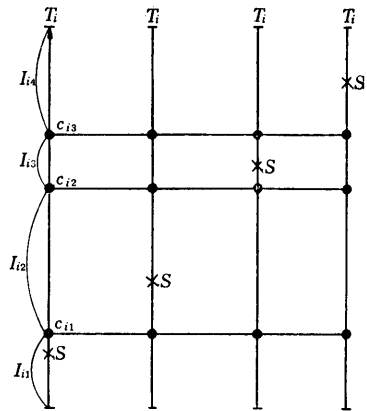
§ 4 **MI** モデルにおける計算

$l$  を長さとする。  $k$  を交点数とする。 交点の間隔  $z$  の平均  $E(z)$  は明らかに

$$E(z) = l / (k + 1)$$

である。 間隔は当然  $k+1$  個あるわけである。 もし、  $k=1$  であれば、  $x$  は常に  $l$  に等しいことは明らかである。 以下  $k \geq 2$  について計算してみる。

計算の手順は、**MI** の説明のところで行なった様に、そのまま順次に行なって行く。 第3図をみよう。 追跡の出発点を  $S$  とし、  $S$  は  $T_i$  上にありとする。  $S$  の位置は第3図の4通りになる。  $C_{i1}$ ,  $C_{i2}$ ,  $C_{i3}$  は  $[0, l]$  上に等確率（一様分布）できだめられ、足跡の進む順に  $C_{i1}$ ,  $C_{i2}$ ,  $C_{i3}$  と名づけられる。  $S$  は第3図のうちのどれかに入るわけである。 夫々確率  $I_{i1}/l$ ,  $I_{i2}/l$ ,  $I_{i3}/l$ ,  $I_{i4}/l$  でそれぞれの場合がおこるわけである。 これらの確率の平均はすべて等しく  $l / (k+1) = l/4$  になる。



$k=3$  の場合  
第 3 図

第1の場合は  $S$  から出発し  $C_{i1}$  に到りここで  $1/2$  の確率でこの足跡か、他の交差する足跡をとるかを決める。 第2の場合は  $C_{i2}$  で、第3の場合は  $C_{i3}$  で行なう。 第4の場合は交差する足跡がなく、追跡して行くと終点に達するわけである。 逆方向は第1の場合はこれで終る。 第2の場合は  $C_{i1}$  で、第3の場合は  $C_{i2}$  で、第4の場合は  $C_{i3}$  で、いずれの足跡を選ぶかを確率できだめる。 いずれの場合も進行方向、逆方向を考えたとき、交点までの距離は夫々  $I_{i1}$ ,  $I_{i2}$ ,  $I_{i3}$ ,  $I_{i4}$  だけ走行することになる。 これらの平均  $E(I)$  は  $E(x)$  に等しく  $l / (k+1) = l/4$  となるわけである。

さて交点において、**MI** モデルの様にして足跡がとられることになる。 こうして、例えば順方向を考えれば、交点のところからは、再帰式的考えで平均距離を計算できる。 逆方向も交点のところから全く同様に再帰式的考えで平均距離を計算できる。 これに  $E(I) = l / (k+1)$  を加えれば全平均長が出ることになる。 この計算を一々書けば煩雑になるが、克明に計算すれば難しいものではないので、結果だけを書いておこう。

$$E(x) = \frac{l}{k+1} \left\{ 1 + \frac{2k}{k+1} \left( \frac{k}{1 - (1/2)^k} - 1 \right) \right\}, \text{ 但し } k \geq 2$$

この式で注目されるのは  $k \rightarrow \infty$  のときであり、 $E(x) \rightarrow 2l$  となることである。

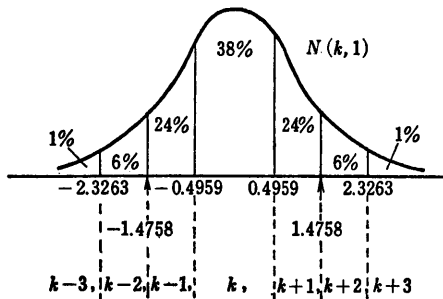
交点数が大きくなれば  $E(x)$  は、単調増加であり、 $\infty$  のとき  $l$  の2倍になり、これ以上ならぬと言うことであり、極めて興味のあることである。 なお、§5のシミュレーションによれば、 $x$  の平均は、**MII**, **MIII** によっても、この  $E(x)$  とほとんど等しいと言うことで基だ注目されるところである。 この意味で、**MI** による計算は重要なものである。

分散は、計算が面倒になるのでシミュレーションによった。

§ 5 シミュレーション

いずれの場合も  $\bar{l} = 1000$  (米) として計算した。 これは一般性を失わない。 いくつでも等価

である。なぜならば  $l$  を変えればその倍数だけ伸縮するだけであるからである。  $E(x)/l = E(x)/1000$  を求めると言う形で結果を表示することにする。計算は足跡の長さ、交点数のいろいろな条件下における追跡動作の 1000 回分のそれらの平均値、分散を中心に行なうが、あわせて  $x$  の分布をも示すことにする。



第4図の1

**MI-モデルの場合**

$k=1, 2, 4, 6, 8, 10, 15, 40$  として

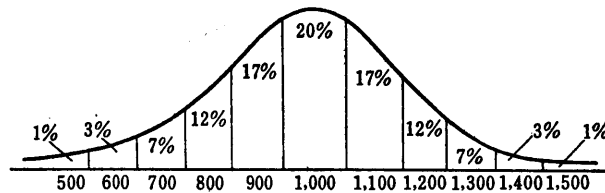
**MII-モデル**

$l$  は前と同様に 1000 (米) とするが、交点数は次の様なガウス分布に従うものとする。ガウス分布と言っても、整数を用いなければならないので第4図の1の様に平均交点数  $k$  を与えておいて正規乱数により、図のような範囲に入ったときの  $k$  の値を交点数  $K = k + i$  ( $i = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ) とする。

$k=4, 6, 8, 10, 15, 20, 40$  の各ケースについてシミュレーションを行なう。

**MIII-モデル**

$k$  については **MII** と同様の分布で選び出す。足跡の長さについては第4図の2の様なガウス分布に従うものとして  $l$  をさだめる。  $l$  としては 100 米おきとし 500-1500 米の間の値をとるものとする。実際的には  $N(0, 1)$  の正規乱数が図のような範囲に入ったとき第4図の2の下に記してある数を道の長さとする。



第4図の2

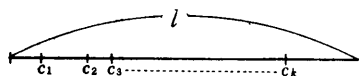
なお、各モデルとも交点の位置づけは足跡の長さ  $l$  の一様乱数によって決める。

各モデルともシミュレーションは次の手順によって行なう。これは §3 のモデルの説明を具体的に示したものである。

足跡の長さ  $l$ 、交点数  $k$  は上述の説明の様に一定のガウス分布にしたがって、つくり出す。

(i) 追跡開始地点の設定

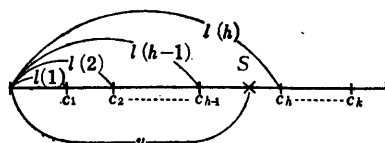
a)  $\text{mod}(l)$  の一様乱数を交点数だけ発生させ道上に交叉位置をつくる。



(注: MI, MII では  $l=1,000$ )

第5図

b) 追跡開始地点を  $\text{mod}(l)$  の一様乱数を発生させて決める。



(S: 追跡開発地点)

第6図

c) 追跡開始地点から交叉点までの距離を計算する。

$$x_1 = l(h) - u$$

(ii) 交叉点に来たら新しい道を選ぶかどうか (0, 1) なる一様乱数で決める (今までの道が選ばれれば b)~)

a) 新しい道が選ばれたなら i, a' と同じ方法で道を設定して、次にどこで交叉するか mod (k) の一様乱数を発生させ決める。

b) 次の交叉点までの距離を計算する。

$x_2 = x_1 + l(h' + 1) - l(h')$  (注: 選ばれた交差点を  $C_k'$  とする今までの道が選ばれれば  $h' = h$  とする)

(ii) の操作を繰返し行ない交差点  $C_k$  の方が選ばれるとはじめの追跡方向とは逆方向に追跡開始点から同じ操作を繰返し一回の追跡シミュレーションを終了する。

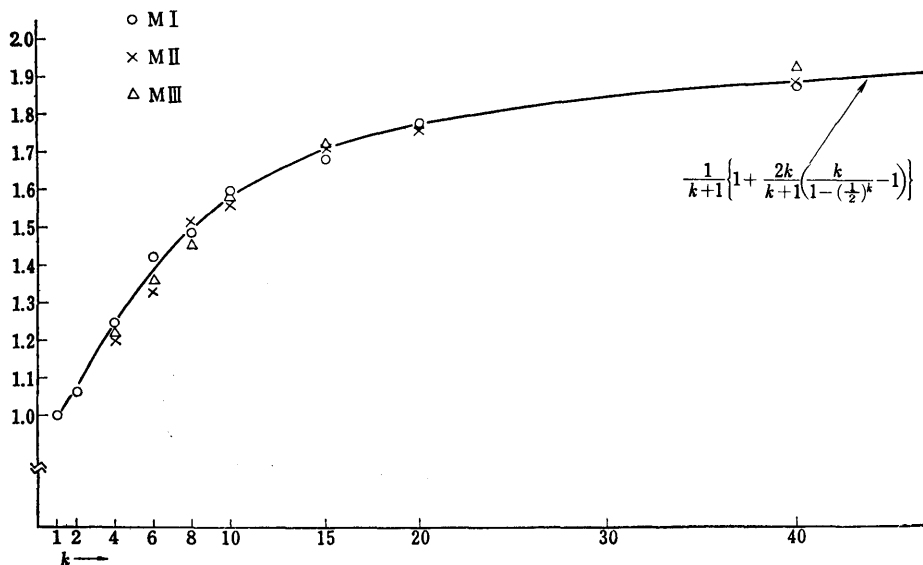
(iii) 一回の追跡の動作の追跡距離  $x$  と交差点通過個数の 1000 回分の平均値, 標準偏差を計算する。

### § 6 シミュレーション計算結果

第 1 表 追跡距離について [ $E(x)/(E(l)=1000)$ ]

交 叉 点 数 $k, k$	M I		M II		M III		理論値 平均*
	平 均	標 準 偏 差	平 均	標 準 偏 差	平 均	標 準 偏 差	
1	1.003	0.264	—	—	—	—	1.000
2	1.064	0.448	—	—	—	—	1.074
4	1.249	0.663	1.203	0.735	1.218	0.693	1.245
6	1.419	0.891	1.327	0.878	1.359	0.894	1.391
8	1.482	0.999	1.515	1.013	1.449	1.012	1.500
10	1.593	1.157	1.556	1.135	1.575	1.180	1.580
15	1.678	1.141	1.709	1.257	1.711	1.274	1.703
20	1.771	1.285	1.755	1.350	1.768	1.345	1.771
40	1.873	1.281	1.881	1.425	1.923	1.377	1.880

\* 理論値の式:  $\frac{1}{k+1} \left\{ 1 + \frac{2k}{k+1} \left( \frac{k}{1-(1/2)^k} - 1 \right) \right\}$



第 7 図

この結果は非常に面白く、平均はすべての場合を通し **M I** の場合の理論式と殆ど変わらないのである。いずれの場合でも平均的には、理論式の平均がつかえるので極めて見透しがよい。 $\bar{k}=4$  で 1.25,  $\bar{k}=10$  で約 1.6,  $\bar{k}=40$  で 1.9 程度になり  $\bar{k}=\infty$  の場合の 2 に近いことがわかる。なお一般に標準偏差は大きいので、実査に当っては、追跡本数を多くし、推定平均の精度を確保しなければならないことがわかる。

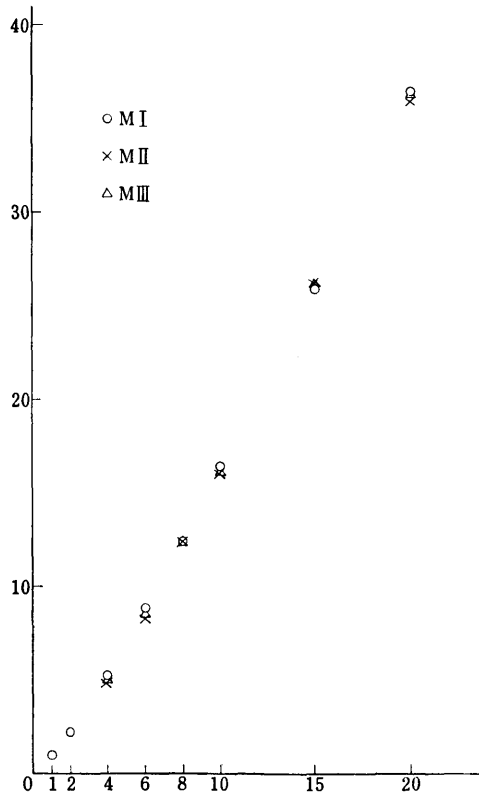
なお、交点数  $k(\bar{k})$ —横軸—と  $E(x)/\{E(l)=1000\}$  との関係をグラフ化して利用の便に供しよう(第7図)。

次に実際の交点数の平均と標準偏差を第2表に示そう。このときも平均にくらべ標準偏差が相当大きいことが了解されよう。

$k(\bar{k})$ —横軸—と実際の交点数の平均をグラフ化したものが第8図である。

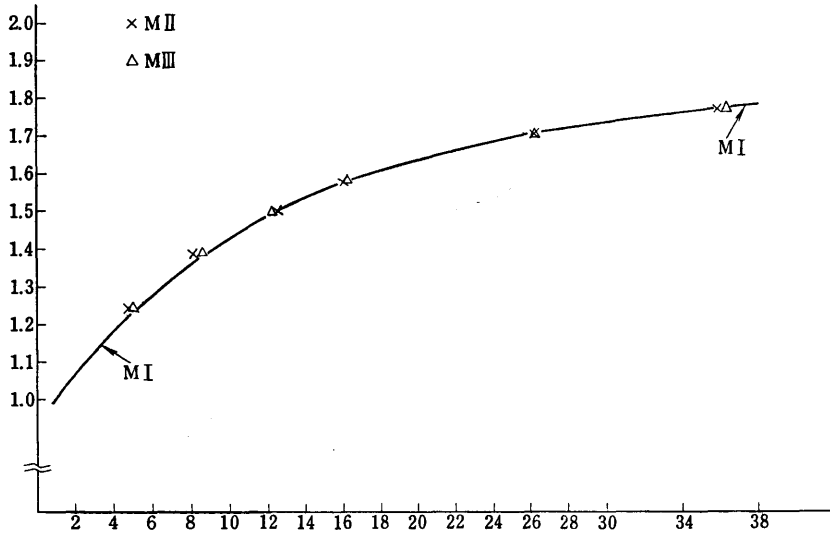
第2表 実測の交点数

交 叉 点 数 $k, \bar{k}$	M I		M II		M III	
	平 均	標 準 偏 差	平 均	標 準 偏 差	平 均	標 準 偏 差
1	1,000	0.				
2	2,219	0.938				
4	5,157	2,895	4,895	2,897	4,935	2,914
6	8,883	5,656	8,171	5,070	8,460	5,752
8	12,372	8,343	12,475	8,726	12,157	8,502
10	16,368	11,218	16,014	11,832	16,139	11,323
15	25,766	17,669	26,162	19,389	26,155	17,731
20	36,428	26,350	35,935	26,628	36,347	25,731
40	71,183	53,028	79,889	57,961	77,187	55,252

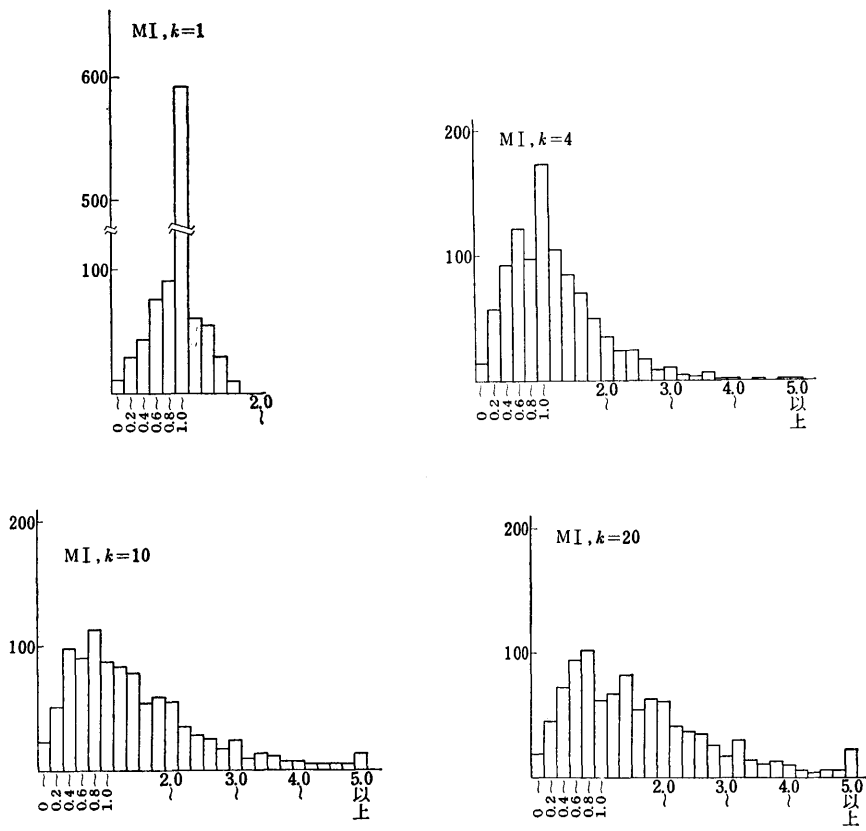


第 8 図

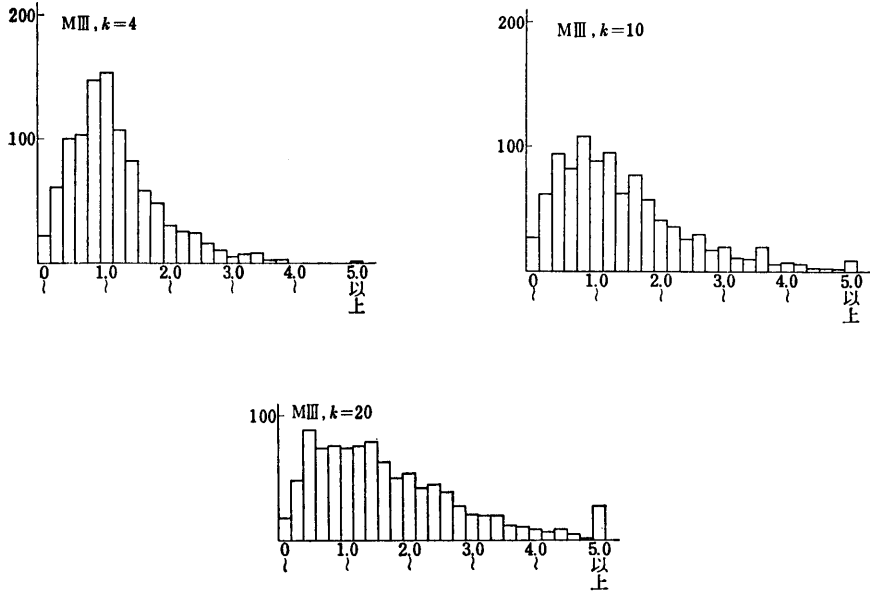




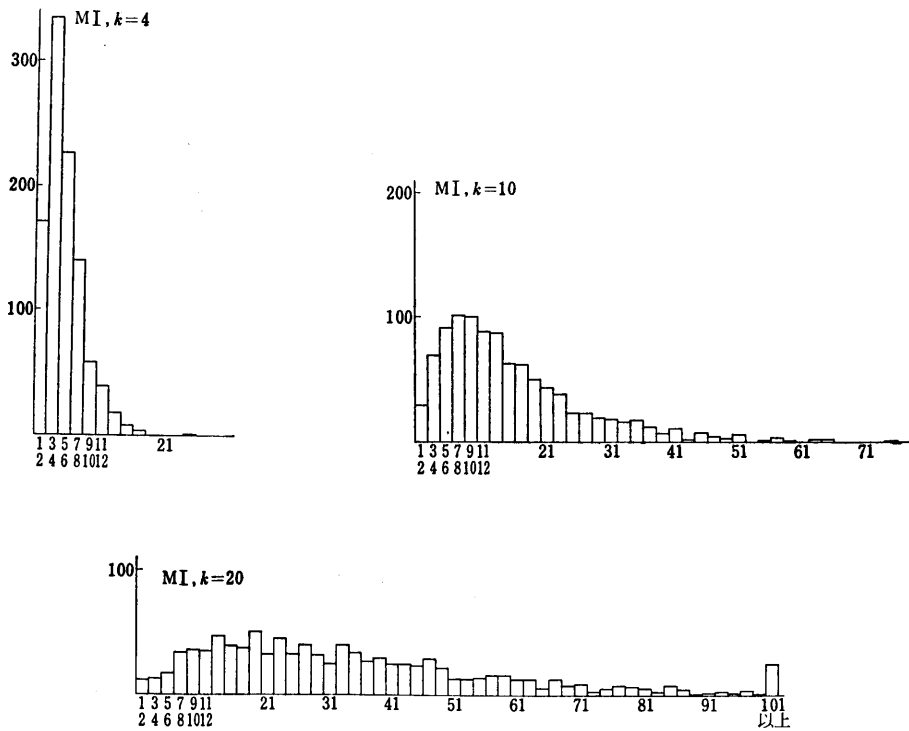
第 9 図

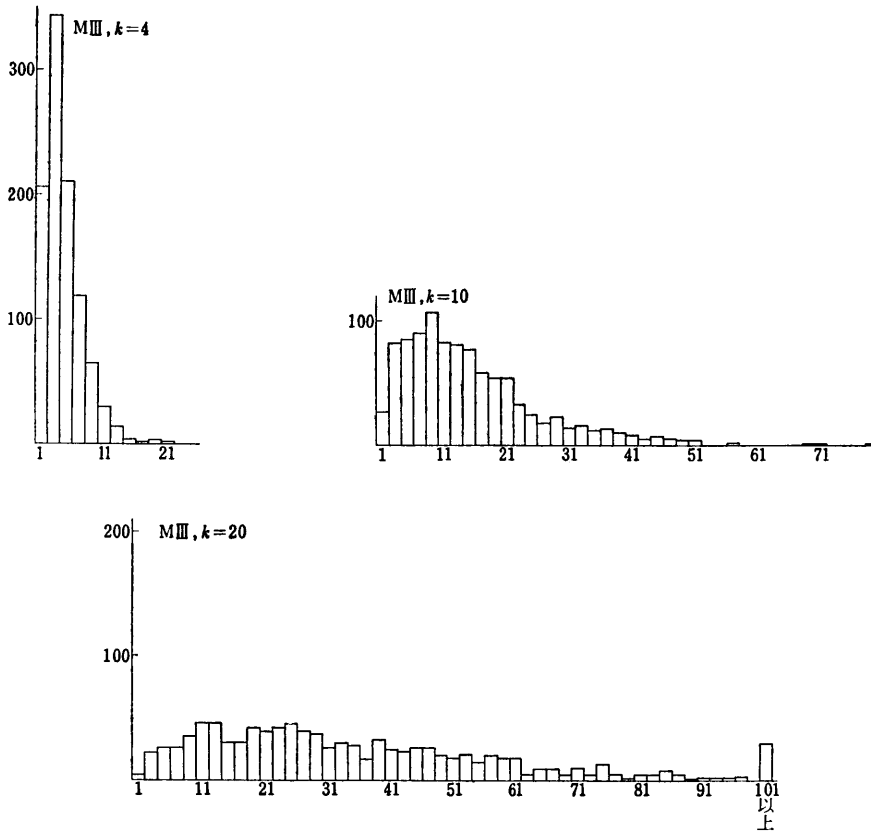


第 10 図 その 1 MI



第10図 その2 MIII





第 11 図 その 2 MIII

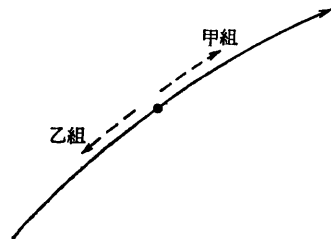
次に実際に用いるのに 便利な様に実際の交点数の平均と  $[E(x)/\{E(l)=1000\}]$  との関係グラフ化してみよう。これが第 9 図であって、データから  $[E(x)/\{E(l)=1000\}]$  を推定するにはこれを用いるのが实际的であろう。横軸は実測の交点数を示すものと考えればよい\*。この様にして、この値を利用して  $x$  から  $E(l)$  を推定できることになる。

次に、参考のため  $E(x)/E(l)$  の分布、 $k$  の分布の例をいくつかのものについて示してみよう。第 10 図、第 11 図をみられたい。

§ 7 付 録

RST 法による野兎足跡追跡測量要領

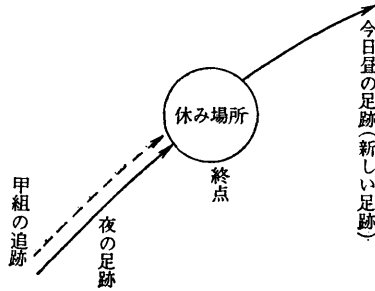
1. 一班が一つの足跡を追跡するものとする。一班は二組からなり、甲組、乙組と名づける。各組は少くも 2 名からなるものとする。したがって一班は少くも 4 名から成る。
2. 各組は必ず骰子をも一つ携行し、紛失しない様に管理する。
3. 各班は、追跡しようとする足跡を定め、進行方向を甲組が、逆方向を乙組が追跡する。この追跡しようとする足跡の始点はどこでもよい。足跡の中の一箇



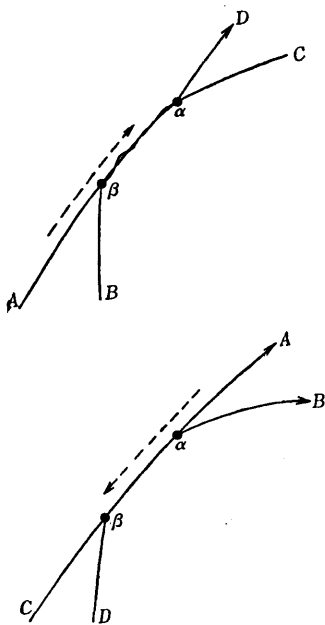
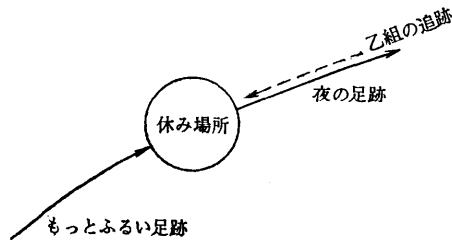
\* データの交叉点数から本来の  $k$  の値を推定するためには、 $k$  の事前確率分布を必要とすることになる。この行き方であれば、データによって示される交叉点数を平均としてもつ様な  $k$  の値を本来の  $k$  として採用すると言う立場になる。我々はこの考え方をとることにする。 $[E(x)/\{E(l)=1000\}]$  のうごく範囲が大きくないので大局的には大過はないものと考えられる。

所と定めればよい。

4. 追跡測量の要領は、通常の測量の通り、但し休み場所は測点にとりその旨記入しておく。甲組は野兎の終点を見出すまで測量を続ける。終点とは一夜のうちに歩き終った点を言う。昼になってから休み場所を飛び出した——追跡されることによって——としても、そこは測量しない。どこまでが昨夜の足跡かどこからが昼の足跡かは注意すればすぐ見分けがつくものである。長く休んだ場所は体の形が雪の上について滲みているので見分けやすい。ここが終点となる。



乙組は逆に足跡を追ってゆき始点を見出すまで測量する。始点はもっと古い足跡と昨夜の足跡との接続点の休み場所となる。

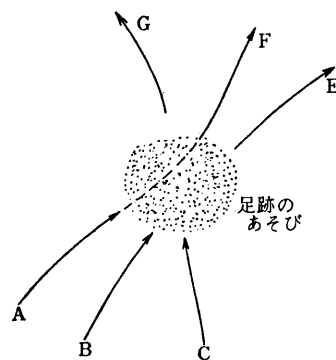


5. 枝分れがなくはっきり追跡できれば一番望ましい。しかし追跡して行くといずれが本来の足跡か判明しない場合が起る。これは可能な限り、周囲の状況から本来の足跡を見出す努力を行うべきであるが、どうしても見分けが不可能となった時は次の様にする。Aが本来の追跡の足跡とする。βで足跡Bと入交りαでC、Dと二つに分れる。この時C、Dのいずれが本来のAの足跡であるか判明しなくなる。ここで骰子を振って次に追跡すべき足跡を決める。C(向って右の方) D(向って左の方)を1/2の確率で定める。つまり奇数(1, 3, 5)が出れば右の方Cを追跡し、偶数(2, 4, 6)が出れば左の方Dを追跡するものとする。逆方向に追う乙組の方も同様で、αでBと交り、βでC、Dいずれが本来のAの足跡かわからなくなる。βで骰子を振り、同様に追跡すべき足跡を定める。このα、βの点は必ず測量に記入し、B及び追跡しない方の足跡の方向の概略を測量図上に記入しておく。二本の場合は以上の通りであるが、三本以上の時は次の様にする。

Aを追跡してきたとしよう。遊び場になり、B、Cの足跡と入り交り、E、F、Gと出て行く。このとき向って右から見て

- Eに骰子の目 1, 2
- Fに骰子の目 3, 4
- Gに骰子の目 5, 6

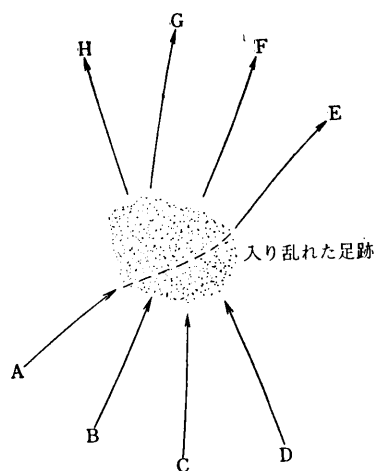
を相応させ骰子を振る。1, 2が出ればE, 3, 4が出ればF, 5, 6が出ればGをとりあげる。こうして次の追跡すべき足跡を定める。もしこれがFだとするとAとFとを結び(図の破線)測定の線とする。この時もB、C及び遊び場及び追跡しない二本の足跡の概略の図を測量図上に記入しておく。



4本以上の時も同様である。Aが本来追跡すべき足跡とする。B、C、Dが入り交り、遊び場となる。E、F、G、Hが出て行く。この時、右からE、F、G、Hとして置き、

- Eに1の目
- Fに2の目
- Gに3の目
- Hに4の目

を割り当てる。ここで骰子を振り、1, 2, 3, 4の目のうちどれかが出れば追跡すべき足跡が決まる。5, 6が出れば振りなおすものとする。こうして追跡がきまれば、B、C、D、遊び場、追跡しない足跡の略図を書き(測量図上に記入すること)足跡を追跡し測量して行く。もしEが追跡すべき足跡となれば作図はAとEを結ぶ点線が足跡となる。



こうすれば6本までは同様に行ける。これ以上のことはまず存在しないから、安心してよい。

6. 以上の様にして、足跡が入り交り判明しなくなれば、骰子を振り、乗り換えて、足跡を追跡し、始点と終点を見出すことが必要である。この時、繰返すが本来の足跡を可能な限り見分けること——昨夜の足跡と一昨夜の足跡などをはっきり見分けること——、そしてどうしても判断し得なくなったとき、骰子を振り乗り換えて行く。この骰子を振ることはできる限り少ない方がよい。ぎりぎりの所で骰子を振り、安易に流れないことが必要である。乗り換えた場所の足跡の状況の略図を必ず忘れない様にし、測量図上にも明示することが大事である。なお、データとしては、骰子を振った場所や交点数が大事なものとなるのでこの情報ははっきり書いておく必要がある。三本以上の場合(この本数をQとする)は交点は(Q-1)個として数えることにする。