交通違反における重みづけの問題

植　松　俊　夫

(1972年1月　受付)

On the Rating of Traffic Violations

Tosio Uematu

This is the result of a research which was carried out by request of the driver licensing authorities, prior to their introduction of point system into the licensing. It was required to submit some reasonable rating method, on the basis of which actual points to various traffic violations would be determined.

For such a purpose we need to analyze some data which contain relevant information. Appropriate ones will be the traffic violation and accident records of drivers, and we carry out here some statistical analyses of those records.

In view of the importance of reducing the number of traffic accidents, we try to evaluate driver's behavior with respect to accident (or no accident) regarded as its consequence. Section 3.1 is devoted to the problem of evaluating the risk of accident corresponding to each traffic offence item. In Sections 3.2 and 3.3 we study, through the data, the relation between driver's pattern of offence and his accident-proneness, using two methods. The desired rating of various violations is obtained as the result of such analyses.

Section 4 is devoted to an operational problem which arises in connection with the administrative disposition of traffic offenders.

The Institute of Statistical Mathematics

§1 前　置　き

この報告は，警察庁交通局運転免許課から提起され，運転免許における点数制の基礎づけの問題に関して行なった研究の結果である．

運転免許の行政処分に関する点数制度は，昭和44年10月から実施に移されたわけであるが，既にそれに先だって交通反則金制度（いわゆる交通切符）が実施されている．この方は，激増する交通違反に対処してその処分の方法を大幅に簡素化したものと言えるが，その一方で，いわば，幾ら違反を犯しても，反則金さえ払えば済むという欠点を伴っている．運転免許における点数制度は，この欠点を補うという意味を持っている．

この点数制度というのは次の様なものである．即ち，交通違反のいろいろの種類毎に予め点数が定められてあって，ドライバーは違反行為を摘発されると，その度毎に対応した点数を加算される．加算の結果このドライバーの合計点が，前もって決められている何段かの水準を越える毎に，それに応じた処置がとられる．この処置として現に採用されているのは，段階に応じて，軽いものとしては警告，更に免許停止，一番重いのが免許取消しの行政処分である．

この制度の狙いは，違反をびしびし処罰する事によって直接これを抑えようとするかわりに，持ち点を挺にドライバーの自覚をうながしてなるべく違反をしないように気をつけさせ，それによって違反を減らすという点に置かれている．そのために，実施の細目においては更に，処分前歴者を不利にしたり，又一年間違反がない者が有利となるようにする等の方式も取り入れられている．この様にして，違反を重ねるものにとっては厳しい制度となっている．

この報告は，上に述べた様な運転免許に対する点数制に於て用いらるべき，種々の交通違反種別毎の点数について，その決定の為の合理的な方法を考究しようとするものである．但しここに云う合理性は，後に述べる或る一つの立場に基づいたものである．吾々は幾つかの方法を考えてそれ等を適用した結果を提示し，又結果の間の比較を行なう．

これ等の結果はあく迄も基礎研究として得られたものであって，或る一つの視点に立った場合の理論的帰結を示すものである．実際の点数決定は，その他に，交通警察的観点から得られている経験則に基づく条件や，種々の違反に対して存在する社会通念を加味して行なわれなくてはならない．

さて点数制が対象とするのは，ドライバー集団の行動である．吾々はここで点数を，ドライバー集団の違反行為の様態とそれに対応して及ぼされる害に応じて，操作的に決められるべきものと規定する事が許されよう．その場合違反による害としては，違反の帰結として起った交通事故を採る事ができよう．この様な立場に立って，吾々はドライバーの交通違反及び交通事故に関するデーターの統計的解析を行ない，交通違反を交通事故との関連に於いて評価する事を試みる．これによって，種々の違反種別の間の重みづけが行なわれ，その結果として違反種別の点数が導き出される．これに関して，吾々は§3に於いて三通りの解析法を述べる．

実際に行なわれている点数制度には，上にふれた様に，違反者に対する行政処分の方法や，運用上の効果促進措置が組み込まれている．この場合，こういった附随する処理をどの様なやり方でやれば，違反抑止上あるいは交通事故防止上最も効果があがるかという，オペレーショナルな問題が考えられる．勿論この様な問題に充分な解答を与えるには，一度点数制が導入され，その下でのドライバー行動についてのデーターが積み重ねられる事が必要であり，問題は今後にまつべきものと言わなくてはならない．然しながら問題としての重要性にかんがみ，吾々は§4において行政処分のやり方を取り上げ，これについて非常に限定された意味に於いてではあるが最適な方式の概念を定式化し，その求め方に関する方法論を展開する事とする．

§2　交通違反の様態

運転免許の点数制の施行に先立って，警察庁により，全国の運転免許所持者の交通違反の実態についての調査が実施された．吾々は以下の解析で，このデーターを使う事とする．この調査では，対象として全国にわたり6万人の運転免許所持者が選ばれて，その交通違反及び起した交通事故（人身事故のみ）に関して，昭和39年末から約3年間にわたって追跡調査が行なわれた．この調査対象者の年令（調査対象選定時）別及び性別の構成をあげると表1の通りである．

表1　交通違反追跡調査対象者の性別及び年令別構成

性別＼年令別	16～20才	21～25才	26～30才	31～35才	36～40才	41～45才	46～50才	51才以上	計　(%)
男	16,011	12,793	7,849	6,013	4,090	2,242	1,402	1,150	51,550 (85.9)
女	1,593	2,640	1,544	1,341	881	314	109	28	8,450 (14.1)
計 (%)	17,604 (29,3)	15,433 (25.7)	9,393 (15.6)	7,354 (12.3)	4,971 (8.3)	2,556 (4.3)	1,511 (2.5)	1,178 (2.0)	60,000人 (100.0)

本節では以下，吾々のデーターの集計結果によって，違反と事故との関連性及び違反に関係する要因について，大づかみに二，三の点を調べてみる事にする．表2は年令層毎に違反者数及び事故者数を求めたものである（以下すべて，事故は人身事故のみである）．この表から，年令層毎の違反率及び事故率（即ち当該年令層の対象者のうち，違反乃至事故を起した事のあるものの割合）を求めたものが表3である．なお表3では，違反者のうち事故になった違反を起したものの割合をも同時に与えてある．同様に性別に関して対応する表を作ったものが，表4と表5である（表4で違反率及び事故率は，男或いは女の対象者のうち，違反乃至事故を起した事のあるものの割合である）．

表 2 年令別の違反者数及び事故者数

年令別	16〜20才	21〜25才	26〜30才	31〜35才	36〜40才	41〜45才	46〜50才	51才以上	計
違反者数	5,102	4,271	2,156	1,354	844	396	273	257	14,653人
事故者数	1,039	985	453	285	182	69	44	46	3,103人

表 3 年令別の違反率と事故率

年令別	16〜20才	21〜25才	26〜30才	31〜35才	36〜40才	41〜45才	46〜50才	51才以上	全対象
違反率	29.0%	27.7%	23.0%	18.4%	17.0%	15.5%	18.1%	21.8%	24.4%
事故率	5.9%	6.4%	4.8%	3.9%	3.7%	2.7%	2.9%	3.9%	5.2%
違反者に対する事故者の割合	20.4%	23.1%	21.0%	21.0%	21.6%	17.4%	16.1%	17.9%	21.2%

表3によると，年令層の間での違反率の差がみられる．即ち違反率は 30 才以下の若年層に高く，この部分では若い程高い傾向が見られる．30 才を越えると違反率は漸次減ってゆくが，その後老年層になるにつれて再びそれが高まっている．然し若年層に比べれば低い．この場合の年令層間の違反率の差は，たとえばそれを 30 才以下とそれ以上との間でみると有意水準 1% でも有意である．一方事故率についても，年令層の間で差があり，而も違反率と殆んど全く同じ傾向が現われている．即ち，16〜20 才の層を除けば年令が高くなるにつれて事故率は一度下がり，その後再び増えてゆくという傾向が見られる．事故率でも，たとえば 30 才以下とそれ以上の間で，有意水準 1% でも有意な差がみられる．

表 4 性別の違反者及び事故者数

性別	男	女	計
違反者数	14,214	439	14,653人
事故者数	3,000	103	3,103人

表 5 性別の違反率と事故率

性別	男	女	全対象
違反率	27.6%	5.2%	24.4%
事故率	5.8%	1.2%	5.2%
違反者に対する事故者の割合	21.1%	23.5%	21.2%

違反率が高い年令層程事故率も高い傾向があるという，この違反率と事故率の対応は，違反と事故との結びつきを示唆するものであり，§1 に述べた，違反の与える害としての交通事故と言う見方，及びそれに関して交通違反を評価するという立場に一つの拠り所を与える．

なお違反者に対する事故者の割合でみてみると，年令層が 40 才以下と 40 才以上とに分れてその間にやや差がみられる．即ちこの様に分けた夫々の年令層のなかでは違反数の増減にほぼ比例して事故数が増減しているが，2 つの年令層の間ではこの比例常数が異なっている．40 才以上の年令層の方が 40 才以下に比べて，事故が少なめ（違反との対比に於て）となっている．

年令層によって違反乃至事故の率に差異があり，特に若年層の率が高いという上の結果は，運転免許のシステムに於て年令に対する考慮が充分なされなくてはならない事を示している．点数制においても，何等かの形で年令の条件をとり入れる必要がある様に思われるが，ここでは取上げない．

性別の集計結果（表 4 及び表 5）は，余り役に立ちそうにない．違反，事故共に，男に比べ女の方の率が異常に小さい．恐らく，女の運転免許保持者の実動率が非常に小さい為であろう．表から女のドライバーは，男に比べ違反や事故を起す事が非常に少ないと結論する事はできないと思われる．たとえば違反者に対する事故者の割合でみると，男女間に殆んど差が出ていな

い.

次に，違反を重ねるドライバー程事故を起しやすい傾向があるかという点について見てみる事とする．表6は対象者中で違反を起した事のあるもののみをとり（以下解析対象者と呼ぶ），それを無事故グループ（違反経験はあるが事故を起した事のない者）と事故グループ（事故を起した事のある者）に分け，夫々について違反回数の度数分布を求めたものである．なお解析対象者をとり分けた時若干のミス・データーが除かれた結果，解析対象者の総数は 14,249 人となった．この表によると，無事故グループでも違反回数の非常に多いものがやはり存在し，どちらのグループも違反回数の分布する範囲は広い．然しながら，全体的に見て事故グループの分布の方が無事故グループのそれに比べて，どこも下の方にずれこんでおり，事故グループの方が無事故グループに比べて，全体的に違反が多い傾向がうかがえる．平均違反回数で云えば，無事故グループのそれが約 1.5 回であるのに対し，事故グループの方は約2回である．

表6　違反回数の分布

違反回数	無事故グループ		事故グループ		解析対象者全体	
	人数	(%)	人数	(%)	人数	(%)
1	7,769	(69.2)	1,545	(51.4)	9,314	(65.3)
2	2,102	(18.7)	733	(24.3)	2,835	(19.9)
3	770	(6.9)	366	(12.1)	1,136	(8.0)
4	337	(3.0)	174	(5.8)	511	(3.6)
5	128	(1.1)	97	(3.2)	225	(1.6)
6	62	(0.5)	50	(1.7)	112	(0.8)
7	31	(0.3)	25	(0.8)	56	(0.4)
8	22	(0.2)	10	(0.3)	32	(0.2)
9	8	(0.1)	6	(0.2)	14	(0.1)
10	3	(0.0)	6	(0.2)	9	(0.1)
11	2	(0.0)	0	(—)	2	(0.0)
12	1	(0.0)	1	(0.0)	2	(0.0)
13	0	(—)	0	(—)	0	(—)
14	0	(—)	0	(—)	0	(—)
15	0	(—)	0	(—)	0	(—)
16	0	(—)	1	(0.0)	1	(0.0)
合　計	11,235人	(100.0)	3,014人	(100.0)	14,249人	(100.0)

この二つの分布の差を χ^2-検定してみると，有意水準 1% の下でも有意であり，両者の間にはっきりと差がある事が分る．これから見ると，違反回数は事故発生に影響を及ぼしていると考えるのが妥当である．点数制では違反を犯す毎に点数をたし込むという形で，評価に違反回数がとり入れられているわけであるが，上に見た所によれば，これだけでも，点数制が事故と結びつけた評価になると思われる．実際には更に，違反項目間の軽重を評価してゆく事により効果をあげるわけであるが，その為の方法については後で述べられる．

なおここで，交通取締りに於いて対象とされる違反項目の明細をあげておく．これらは表7の第一欄に掲げた通りである．これら各違反項目毎に，解析対象者全体の違反件数（総件数 23,159）の細目をも表7に掲げた．この表だけから事故の素因としての違反項目を評価するとすれば，たとえば各項目毎に違反の中で事故となったものの割合を求めて比較するという事が考えられる．この事故対違反比を実際に計算した結果（数字の大きさを適当にする為に 10 倍してある）が，表7の最後の欄にあげてある．

この欄の数字を見て目につく事は，一部に異常に大きい数字が目につき，それに比べる時はたとえば“酒よい運転違反”の如き事故の重要素因の数字さえも相対的にずっと小さい．ここに何か問題がありそうである．そこで特に大きい数字の出ている違反項目を見ると，これらは数字の大きい順に，“車間距離保持違反”，“過労運転違反”，“安全運転義務違反”，“交通事故

表 7　違反種別毎の違反数

違反種別	(イ) 違反のみ（事故なし）	(ロ) 事故となった違反	(ハ) 違反全体	{(ロ)÷(ハ)}×10
最高速度違反	6,794	54	6,848	0.079
無免許運転違反	452	28	480	0.583
駐・停車違反	1,911	8	1,919	0.042
通行区分違反	1,064	29	1,093	0.265
一時停止違反	1,453	45	1,498	0.300
通行禁止違反	925	8	933	0.086
信号無視違反	1,373	39	1,412	0.276
乗車・積載違反	770	14	784	0.179
踏切通過違反	554	17	571	0.298
右左折違反	732	169	901	1.876
追越違反	1,050	176	1,226	1.436
整備不良車両運転違反	236	19	255	0.745
酒よい運転違反	510	160	670	2.388
歩行者保護違反	28	61	389	1.568
徐行違反	95	455	550	8.273
過労運転違反	1	41	42	9.762
交通事故の場合の措置違反	4	28	32	8.750
安全運転義務違反	58	1,472	1,530	9.621
免許の条件違反	191	2	193	0.104
横断等の違反	43	46	89	5.169
車両の優先違反	13	47	60	7.833
運転者の遵守事項違反	130	41	171	2.398
車間距離保持違反	2	192	194	9.897
合図違反	48	1	49	0.204
その他の違反	1,111	159	1,270	1.252
合計	19,848件	3,311件	23,159件	1.430

の場合の措置違反”等である．これらの違反項目は，通常の交通取締りにおいてチェックされその結果摘発されるものと言うよりは，どちらかというと，交通事故が実際に起って詳しく調べられる結果として摘発される性格のものである．従ってこれらをこのまゝ含めておく事は問題である．この点を考慮して，吾々は以後の解析では，表 7 の事故対違反比の数字が 6 を越える様な項目をはづしてしまう事とする．

所で事故（吾々の場合必らず違反を伴っているものである）は違反のみから起るわけではなく，その他の偶発的な要因もからまって起るものと考えられる．所が事故対違反比それ自体では，この点が明瞭ではない．吾々はこの後で，違反の危険度の概念を導入して，事故の偶発性を含めた問題の定式化を行なう．

§3　交通違反評価の方法

交通違反のデーターを解析するに当って，二つの行き方を区別する事ができる．一つは個々の違反をベースに解析を行なうものであり，今一つは個々のドライバーをベースにするものである．

ドライバーが道路を走行中等に交通違反を犯す時，この個々の違反は事故となる危険性を伴っていると考えられる．そのうち実際に事故となるのはごく一部分に過ぎないが，事故とならなかった場合でも，違反が事故を起させるかも知れない素因として働いていたという点には変りがない．この場合違反の種類によって，事故になる危険性の高いものと低いものがあるであろう．この様に考える時吾々は，種々の違反の夫々に固有な危険度の概念に到達する．危険度の高い違反は低いものに比べて，事故防止の観点から重大視すべきものとなる．この様な違反

危険度の相対的大きさを評価し，これらをもって違反の間のウェートとするのも，点数決定の一つの方法であろう（点数制の為の違反危険度評価としては，取締りの程度もからめるのが実際的である事は後述する）．吾々は，この違反危険度の相対的評価の為の解析を§3.1で取上げる．これは個々の違反をベースとした解析になる．

一方，点数制度の本来の趣旨からすれば，ドライバーの交通違反の累犯が重視されねばならない．従ってドライバーの累犯とその事故となる危険性の間の結びつきを直接反映させる形の評価方法が問題となる．この場合には，関連するデーター解析は個々のドライバーをベースとしたものとなる．

今点数制に取り入れられる違反項目がr個あるとし，且つこれらの違反項目の夫々に，数値$a_1, a_2, \cdots, a_r$が点数として与えられたとする．そこで対象としているドライバーの集団からランダムにとられたドライバーを考え，このドライバーの対象期間中に摘発を受けた違反の件数が，夫々の違反項目について$u_1, u_2, \cdots, u_r$であったとする．

このドライバーに対して，点数制によって総合点が計算されたとすれば，§1に説明した様な点数制にあっては，この総合点を表わす変数は

$$u = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \cdots + a_r u_r$$

で与えられる事となる．

ドライバーが事故を起しやすいかそうでないかという事が，このuによって良く予測できる程，この点数制システムは有効である．そこで上述の点数$\{a_i\}$は，uと事故発生様態との関連をなるべく深くする様に決定すべきものとなる．uの式の形からみれば明らかな如く，そうする事によって累犯と事故の危険性の結びつきが直接反映される事になる．吾々はこの様な点数の決定の問題を，§3.2と§3.3で取上げる事にする．§3.2では回帰分析が検討され，又§3.3では判別分析が適用される．

点数制が適用される場合，ドライバーの行動としてあがって来る違反は，取締りを受けて摘発を受けたもののみであって，裏には摘発されない多数の違反行為が潜在しているであろう．この点の厳密な定式化は違反危険度の評価の所で試みられる．一方§3.2と§3.3の解析ではその様な定式化がむつかしく，摘発を受けた違反のみを考えてゆかざるを得ない．従ってuはドライバーの違反の相対的水準に関連したものをその出所に迄立帰る事なくそのまま取扱がっている事になる．然し交通取締りがドライバー集団に対して偏りなく行なわれる限り，その様な相対性は余り問題ないとみてよいであろう．

§3.1　違反危険度の評価

初めに，先に導入した違反危険度の概念を，統計的な観点から明確に定義づける事にする．今自動車の交通を個々のドライバーに迄立帰って考えれば，これは路上における車の走行という試行の総体である．各ドライバーの走行は，これを時間的或いは空間的に適当な単位に関して分解して考える事ができよう．こうして想定した単位走行の全体がこのドライバーについての走行であり，これを全ドライバーにつき集め，更に或る与えられた対象期間にわたって集めれば，これがこの期間中の総交通量をなすわけである．

所でドライバーはその走行中に，交通違反の行為を行なうかも知れない．即ち上述した単位走行のうちには，交通違反を犯しながらの走行があるであろう．吾々はこの様な単位走行のみを考え，それらの全体を違反走行の母集団として想定する事にする．

今，同一の違反走行中に二つ以上の違反がなされている時は，一番危険の高い違反をとって他の違反を無視する事にする．然る時は，違反走行の母集団は，違反の種目に従って種目別の部分母集団に分けられる．今それらの夫々の大きさ（属する走行の数）を$N_1, N_2, \cdots, N_r$（rは違反種目の数）とする．

今任意の違反種目を考えるに，この違反の下での任意の走行は，この違反種目に固有な事故発生の確率を持つであろう．今i番目の違反種目に対するこの確率をp_iとする．然る時は，このp_iがi番目の違反の事故となりうる危険度を表わすと考えられる．そこでこれをもって，

i 番目の違反の危険度と定義する事にする．

i 番目の違反種目の部分母集団に属する N_i 個の違反走行は，夫々が p_i なる生起の確率をもつ様な試行をなす．吾々はこれ等の試行同志を，互に独立であると仮定する事にする．今この違反種目の走行の下で実際に起った事故件数を ν_i とする．然る時は明らかに，ν_i はパラメーターが N_i, p_i なる2項分布に従う確率変数である．この場合 N_i は極めて大きく，p_i は極めて小さいから，今 $\lambda_i=N_ip_i$ とおく時は，近似的に ν_iはパラメーター λ_i のポアッソン分布に従うともみられる．なお，$\nu_1, \nu_2, \cdots, \nu_r$ は互に独立となる．本節で取上げようとするのは，上の様に定義された違反危険度 $p_1, p_2, \cdots, p_r$ の相対的な割合をデーターから推定するという問題である．なお吾々のデーターには，違反種目別の事故件数 $\{\nu_i\}$ が含まれている．然し想定されている違反種目別の部分母集団の大きさ $\{N_i\}$ については何も知る事ができない．

吾々はデーターとして，違反種目別の事故件数と共に，違反種目別の違反件数（勿論摘発された違反である）を与えられている．そこで次に，これら違反件数のデーターをどういう風に見たらよいかという点について述べる．これ等の違反は，潜在しているすべての違反のうちから取られた一部分をなしている．この抽出の操作をなすものは交通取締りである．そこで吾々は次の様に考える事にする．即ち，データーの違反諸件は，違反走行の母集団からランダムに或る総数 n' だけ抽出されたサンプルをなす．交通取締りがこの抽出操作となっている．吾々はこれを仮定する事にする．

所で交通取締りの実際を考慮する時，上の仮定だけでは現実と大きく食い違ってしまう．即ち違反種目の間で取締りやすいものと取締りにくいものがある等の事により，取締り率に差異があると考えられる．従って違反種目毎に分けた違反件数は，総数 n' の抽出がランダムに違反種目に配分された場合の結果を示さない．この様な点を考慮して，更に次の仮定を入れる事にする．即ち，各違反種目毎に定まっている或る常数 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_r$（すべての α_i は $0<\alpha_i<1$）があって，総数 n' の抽出の各抽出でその結果が i 番目の違反種目に属する違反走行であれば，この違反走行は確率 $1-\alpha_i$ でサンプルから棄てられる．この操作は互に独立に行われる．

この α_i を，i 番目の違反種目に対する取締り率と呼ぶ事にする．吾々の違反種目別違反件数のデーターは，最初の n' 個の抽出から，更に上の様な確率 $\{1-\alpha_i\}$ で一部分が棄てられた結果得られた種目別の違反件数であるという事になる．この違反件数のデーターと，前に述べた事故件数のデーターとは，違反走行の母集団に関して夫々全く別個に，即ち独立に観測されたものと見なくてはならない．従って吾々は違反件数としては，違反があって且つ事故になったものを含まぬ違反のみの走行についてのものを取らなくてはならない．

今吾々のデーターに於いて，違反種目毎の違反件数を $n_1, n_2, \cdots, n_r$，その総数を n とする．又 $N=\sum_{i=1}^{r} N_i$ として，$\pi_i=\dfrac{N_i}{N}$ $(i=1, 2, \cdots, r)$ と置く．この N は極めて大であるから，想定している違反走行の母集団は無限母集団とみてよい．従って上に述べた総数 n' 個の違反走行の抽出は互に独立な抽出であるとみてよい．従って吾々の仮定の下では，$n_1, n_2, \cdots, n_r, n'-n$ は次の様な多項分布に従う確率変数である：

$$P\{n_1, n_2, \cdots, n_r, n'-n\}$$
$$=\frac{n'!}{n_1!\,n_2!\cdots n_r!\,(n'-n)!}(\alpha_1\pi_1)^{n_1}(\alpha_2\pi_2)^{n_2}\cdots(\alpha_r\pi_r)^{n_r}(1-\bar{\alpha})^{n'-n}$$

ここに $\bar{\alpha}=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\pi_i$ とする．

この分布にパラメーターとして含まれている n' は吾々の知る事のできないものである．従ってこれを除去する必要がある．その為に吾々は次の様に考える．即ち，n を与えられた数と考えて，以下 $n_1, n_2, \cdots, n_r$ を $\sum_{i=1}^{r} n_i=n$ と言う条件の下で考える事にする．多項分布の性質から，この条件の下での $n_1, n_2, \cdots, n_r$ の分布は又多項分布である：

$$P\{n_1, n_2, \cdots, n_r | n_1 + n_2 + \cdots + n_r = n\}$$
$$= \frac{n!}{n_1!\, n_2! \cdots n_r!} \left(\frac{\alpha_1}{\bar{\alpha}} \pi_1\right)^{n_1} \left(\frac{\alpha_2}{\bar{\alpha}} \pi_2\right)^{n_2} \cdots \left(\frac{\alpha_r}{\bar{\alpha}} \pi_r\right)^{n_r}.$$

従って，上の結果から n_i はパラメーターが $n, \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i$ の2項分布に従う確率変数である（以下常に $\sum_{i=1}^{r} n_i = n$ なる条件の下にあると考える）.

さて n_i の平均値と分散，又 n_i と n_1 の間の共分散は夫々，次の様に与えられる：

$$E(n_i) = n \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i,$$

$$V(n_i) = n \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i \left(1 - \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i\right),$$

$$Cov(n_i, n_1) = -n \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i \frac{\alpha_1}{\bar{\alpha}} \pi_1.$$

又 ν_i の平均値と分散は次の様である：

$$E(\nu_i) = N \pi_i p_i,$$
$$V(\nu_i) = N \pi_i p_i (1 - p_i).$$

これ等の式と，又前に述べた独立性についての仮定とから，次の関係が得られる：

$$E(n_1 \nu_i) = n N \frac{\alpha_1}{\bar{\alpha}} \pi_1 \pi_i p_i, \tag{1}$$

$$E(n_i \nu_1) = n N \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i \pi_1 p_1, \tag{2}$$

$$V(n_1 \nu_i) \fallingdotseq n N \frac{\alpha_1}{\bar{\alpha}} \pi_1 \pi_i p_i \left\{n \frac{\alpha_1}{\bar{\alpha}} \pi_1 (1 - p_i) + N \pi_i p_i \left(1 - \frac{\alpha_1}{\bar{\alpha}} \pi_1\right)\right\}, \tag{3}$$

$$V(n_i \nu_1) \fallingdotseq n N \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i \pi_1 p_1 \left\{n \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i (1 - p_1) + N \pi p_1 \left(1 - \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}} \pi_i\right)\right\}, \tag{4}$$

$$Cov(n_1 \nu_i, n_i \nu_1) = -n N^2 \frac{\alpha_1 \alpha_i}{\bar{\alpha}^2} \pi_1^2 \pi_i^2 p_1 p_i. \tag{5}$$

以上の準備の下に，違反危険度 $p_1, p_2, \cdots, p_r$ の相対的割合を推定する問題にはいる．どれを基準にしてもよいから，今例えば番号1の違反種目を基準にとる事とする．よって

$$\eta_i = \frac{p_i}{p_1}, \quad i = 1, 2, \cdots, r,$$

とおく．この η_i は番号 i の違反種目の相対的危険度であり，$\eta_1 = 1$ である．そこで $2 \leqq i \leqq r$ に対して η_i を推定する事を考える．

今

$$c_i = \frac{\bar{\alpha}}{n N \pi_1 \pi_i \alpha_1 \alpha_i} \tag{6}$$

とおき，

$$X_i = c_i \alpha_i n_1 \nu_i, \tag{7}$$
$$Y_i = c_i \alpha_1 n_i \nu_1, \tag{8}$$

と定義すれば，

$$E(X_i) = p_i, \quad E(Y_i) = p_1. \tag{9}$$

よって

$$R_i=\frac{X_i}{Y_i}=\left(\frac{\alpha_i}{\alpha_1}\right)\frac{\left(\frac{\nu_i}{n_i}\right)}{\left(\frac{\nu_1}{n_1}\right)}, \tag{10}$$

を $\frac{p_i}{p_1}(=\eta_i)$ の推定量にとる事にする（但しここでは，$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_r$ が既知の場合としておく）．そこでこの推定の誤差を次に評価する．

上の推定は比推定なので偏りを含む．今 R_i の偏りと平均平方誤差を夫々，$Bias\,(R_i)$，$M.S.E.\,(R_i)$ と書くに，これらは近似的に，

$$Bias\,(R_i)\fallingdotseq\frac{E(X_i)}{E(Y_i)}\left[\frac{V(Y_i)}{\{E(Y_i)\}^2}-\frac{\sqrt{V(X_i)V(Y_i)}\ \rho_i}{E(X_i)E(Y_i)}\right], \tag{11}$$

$$M.S.E.\,(R_i)\fallingdotseq\left\{\frac{E(X_i)}{E(Y_i)}\right\}^2\left[\frac{V(X_i)}{\{E(X_i)\}^2}-2\frac{\sqrt{V(X_i)V(Y_i)}\ \rho_i}{E(X_i)E(Y_i)}+\frac{V(Y_i)}{\{E(Y_i)\}^2}\right], \tag{12}$$

で与えられる．こゝに ρ_i は，$\rho_i=\rho(X_i, Y_i)$ とする．

(1) から (9) 迄の関係により，(11) と (12) は夫々次の様になる：

$$Bias\,(R_i)\fallingdotseq\eta_i\left\{\frac{1-p_1}{N\pi_1 p_1}+\frac{\bar{\alpha}-\alpha_i\pi_i}{n\pi_i\alpha_i}+\frac{1}{n}\right\} \tag{13}$$

$$M.S.E.\,(R_i)$$

$$\fallingdotseq\eta_i^2\left\{\frac{1-p_i}{N\pi_i p_i}+\frac{\bar{\alpha}-\alpha_1\pi_1}{n\pi_1\alpha_1}+\frac{2}{n}+\frac{1-p_i}{N\pi_1 p_1}+\frac{\bar{\alpha}-\alpha_i\pi_i}{n\pi_i\alpha_i}\right\} \tag{14}$$

(13), (14) に於いて，p_1, p_i は極めて小である事に注意すれば，相対誤差としては次の近似式を得る：

$$\frac{Bias\,(R_i)}{\eta_i}\fallingdotseq\frac{1}{N_i p_i}+\frac{\left(\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_i}-\pi_i\right)}{n\pi_i}+\frac{1}{n}, \tag{15}$$

$$\frac{M.S.E.\,(R_i)}{\eta_i^2}\fallingdotseq\frac{1}{N_i p_i}+\frac{1}{N_1 p_1}+\frac{\left(\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_1}-\pi_1\right)}{n\pi_1}+\frac{\left(\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_i}-\pi_i\right)}{n\pi_i}+\frac{2}{n}. \tag{16}$$

表 8 に於いては，$\{n_i\}$ と $\{\nu_i\}$ のデーターから違反種目別に求めた $\left(\frac{\nu_i}{n_i}\right)\Big/\left(\frac{\nu_1}{n_1}\right)$ が掲げてある（基準の違反種目としては，「追越違反」をえらんだ．これは $\frac{\nu_i}{n_i}$ の値が全体の平均値に一番近いものである）．これから $\eta_i\left(=\frac{p_i}{p_1}\right)$ の推定値 R_i を求めるには，更に $\frac{\alpha_i}{\alpha_1}$ をかけなくてはならない．即ち，$\{R_i\}$ によって相対的違反危険度 $\{\eta_i\}$ を推定するには，取締り率 $\{\alpha_i\}$ についての資料が必要となる．常識的に考えて，取締り率 $\{\alpha_i\}$ は違反項目によって非常に異なるであろう．$\left(\frac{\nu_i}{n_i}\right)\Big/\left(\frac{\nu_1}{n_1}\right)$ の値，即ちすべての α_i が一定とした場合の R_i の値のままでは，推定しようとしている η_i の値から大きく狂っているものと思われる．例えば「最高速度違反」での当該の数値は，危険度にしては（他と比べて）常識に反して異常に小さい．然しこの事は，「最高速度違反」は最も取締り率の高い違反項目であるから，本来の危険度は上述の数値に高い取締り率がかかってぐっと大きくなるべきものであると考えれば説明がつく．

実際問題として，$\{\alpha_i\}$ についての資料を得る事は非常に難かしいであろう．この点から，デ

ーターによって相対的違反危険度自体を評価しようとする事には実施上の困難があるわけである．

然し点数制という立場から考える時，吾々が評価しなくてはならないのは違反危険度自体ではないという考え方も出てくる．即ち取締り率の高い違反種目は，既にこの面からこの種目に対するきつい評価が加えられているのに等しいわけである．従ってこの様な種目に対する点数自体の評価は，それに見あってゆるめられないと違反種目間のバランスがとれないという考え方が成立つ．この様な立場からすれば吾々は，違反危険度に比例し但つ取締り率に反比例する様な量を評価すればよい事になる．これは即ち $\frac{p_i}{\alpha_i}$ である．勿論前と同様に，相対値 $\left(\frac{p_i}{\alpha_i}\right)\Big/\left(\frac{p_1}{\alpha_1}\right)$ を問題にすればよい．

(10) より，$\left(\frac{p_i}{\alpha_i}\right)\Big/\left(\frac{p_1}{\alpha_1}\right)$ の推定量としては，$\left(\frac{\nu_i}{n_i}\right)\Big/\left(\frac{\nu_1}{n_1}\right)$ をとればよい．その時の相対誤差の評価は，やはり (15) 及び (16) の右辺で与えられる．

(15) 式は未知の量 $\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_i}-\pi_i$ を含んでいるが，一応の目安としてその絶対値を10以下と見て推定の相対誤差を評価してみる．(15) と (16) の右辺に含まれる N_1p_1, N_ip_i, $n\pi_1$, $n\pi_i$ を夫々，その推定値 ν_1, ν_i, n_1, n_i で置きかえて計算したものが，表8における $\frac{Bias(R_i)}{\eta_i}$ の評価値と R_i の変動係数の評価値の欄である．

この結果によれば，推定値 R_i の偏りは R_i の変動に基づく誤差に比べて，おゝむね無視し得る．問題は推定量 R_i の変動に基づく誤差で，これは可成り大きい．違反の種目によってに推定値の信頼性が全く保証されぬものもあるが，一方では，少くとも種目間の危険度の大小関

表 8　違反危険度の相対値の推定

違反種別 i	(イ)違反のみ(事故なし) n_i	(ロ)事故となった違反 ν_i	$\frac{\nu_i}{n_i}\times 10$	$\left(\frac{\nu_i}{n_i}\right)\Big/\left(\frac{\nu_i}{n_i}\right)$	$\frac{Bias(R_i)}{\eta_i}$ の評価値	R_i の変動係数の評価値
最高速度違反	6,794	54	0.080	0.047	0.007	0.188
無免許運転違反	452	28	0.620	0.370	0.028	0.270
駐・停車違反	1,911	8	0.042	0.025	0.011	0.381
通行区分違反	1,064	29	0.273	0.163	0.015	0.243
一時停止違反	1,453	45	0.310	0.185	0.013	0.210
通行禁止違反	925	8	0.086	0.052	0.016	0.389
信号無視違反	1,373	39	0.284	0.169	0.013	0.219
乗車・積載違反	770	14	0.182	0.108	0.019	0.316
踏切通過違反	554	17	0.307	0.183	0.024	0.303
右左折違反	732	169	2.309	1.377	0.019	0.186
追越違反	1,050	176	1.676	1.000	0	0
整備不良車両運転違反	236	19	0.805	0.480	0.048	0.332
酒よい運転違反	510	160	3.137	1.872	0.025	0.203
歩行者保護違反	328	61	1.860	1.110	0.036	0.249
免許の条件違反	191	2	0.105	0.062	0.058	0.753
横断等の違反	43	46	10.698	6.382	0.238	0.519
運転者の遵守事項違反	130	41	3.154	1.882	0.083	0.341
その他*	1,172	207	1.766	1.054	0.014	0.169
合計	19,688	1,123				

*「その他」は「車両の優先違反」,「合図違反」及び「その他の違反」を一つにまとめたものである．

係に関しては推定値に基づく大小関係が，誤差を含めて考えても成立つものが多い．例えば「酒よい運転違反」は誤差を含めて考えても，「一時停止違反」より遙かに危険度が高い事が表8から分る．この様に，表8を使えば推定の誤差を含めた上で，違反種目間の危険度の比較を行う事ができる．

§3.2 回帰分析による重みづけ

本節では，前に述べた総合点 $u=\sum_{i=1}^{r} a_i u_i$ における点数 $\{a_i\}$ を，回帰分析によって決定する事を問題とする．これは即ち，ドライバーの起す事故の件数 ν を違反に線形の構造で関連づけようとするものである．

この様な線形な構造の存在を，本源的なモデルから出発して厳密に定式化する事はできないが，§3.1 に述べた考え方を使えば，平均的な意味でそれを解釈する事はできる．即ち，任意のドライバーをとった時，任意の違反種目 i に着目して考えれば，このドライバーの起す平均事故件数はこの種目について犯す違反件数 u_i に比例する．又ドライバーの総事故件数は，色々の違反種目にわたった事故件数の総和である．かくて平均的な意味では，事故件数 ν は $\{u_i\}$ と線形構造でつながっているとみられる事になる．但しそれはあく迄も平均的なはなしであって，これを実際問題として線形構造とみてよいかは，検討を要す．

今もし次の回帰モデルを仮定したとする：

$$\nu = a + \sum_{i=1}^{r} a_i u_i + \varepsilon,$$

ここに a はある常数で，これによって調節して $E(\varepsilon)=0$ とする．これは即ち，ドライバーの個人を単位として，その種目別違反件数に事故件数を回帰させるものである．この様なモデルによって，係数 $\{a_i\}$ をデーターから推定するという風に問題を設定する事はできるが，ここで普通に回帰分析を行なってよいかとなると疑問である．

即ち，上の考え方からすれば ν は $\{a_i\}$, $\{u_i\}$ に関係したパラメーターを持つ複合ポアッソン分布に従う確率変数であるとみられ，残差 ε の分散は $\{a_i\}$, $\{u_i\}$ に依存する．更に，ν は平均値が非常に小さく，従って変動係数が非常に大きく，甚だ不安定である．この為に各 u_i と ν

表 9 事故件数の違反に対する回帰——ノースカロライナ州の資料に与えられている結果

違反種別	相関係数	偏相関係数	偏回帰係数
年間免許交付件数	0.049	0.056	0.008
酒酔い運転	−0.021		
速度違反	0.104	0.104	0.113
優先通行妨害	−0.004		
車間距離不保持違反	0.022	0.012	0.340
追越し不適当	0.004		
カーブでの追越し	0.014	0.015	0.878
反対（左）側運転	0.031	0.027	0.509
合図違反	0.014	0.011	0.633
停止信号無視	−0.001		
燈火使用不適当	0.002		
ひき逃げ	0.008		
無謀操縦	0.035	0.029	0.133
ブレーキ不良	−0.003		
マフラー不良	0.032	0.018	0.334
遅すぎる運転	−0.002		
スピード競争	−0.002		
無免許	0.020	0.014	0.093

は殆んど無相関に近いとみられ，その様な変数同志を直接結びつけても余り意味がない事になる．

それにも拘らず強引に上述のモデルで回帰分析を行なった例を表9に掲げる．これは警察庁の資料の中に含まれていた，米国のノースカロライナ州の行なった分析の結果をあげたものである．この結果では，予期される如く，各違反種目に対する違反件数と事故件数の相関は極めて低く，又相関係数の負の符号も頻繁に現われている．この様な状態は，実質上どれも無相関である事を示していると見るべきである．従って求められている偏回帰係数も無意味であると考えられる．

そこで吾々は事故件数の不安定さを減ずる事を考える．その為にはドライバー各個人を単位とせず，相当数のドライバーを集めてグループを構成し，こうしてできた各グループを単位ととればよい．但しその場合全体からランダムに集めてグループを構成したのでは，事故件数と各種目の違反件数は再び無相関となってしまうであろう．グループの構成に当っては，各グループが違反の相様に関して夫々独自の特徴を持つようにしなくてはならない．即ち違反の様相に関してできるだけグループ内が均一になる事が望ましい．

この様に，グループを単位にとる事によって，事故件数を単位毎にばらつきの小さい変数とした後，新ためて事故件数とそれに対応する違反の様相の間の関連づけを考える．こうする事によって両者の間のはっきりした構造をとらえる事が可能となる．

今或るグループ化を行なった場合に於いて，ランダムにとったグループの全事故数を z, i 番目の違反種目に対する違反の総数を x_i $(i=1, 2, \cdots, r)$ とし，それ等の間に次の線形関係を想定する：

$$z \sim \hat{z} = b' + \sum_{i=1}^{r} b_i x_i.$$

或いは，グループの大きさが必ずしも一定にできない場合を考慮して，上式の両辺を当該グループの大きさ m で割って，グループの事故率と違反率の間の関係についての次の想定であるとしてもよい：

$$\zeta \sim \hat{\zeta} = b + \sum_{i=1}^{r} b_i \xi_i,$$

ここに，$\zeta = \dfrac{z}{m}$，$b = \dfrac{b'}{m}$，$\xi_i = \dfrac{x_i}{m}$ である．

この想定の下に b 及び係数 $\{b_i\}$ を，最小自乗法によって決定する．以上が回帰の為の吾々の方法である．

問題となるのは，どの様に分析の単位とするグループを作るかという点である．前述した様に，各グループが違反の様相に関して夫々独自の特徴を持つ様にしなくてはならないが，それには違反種目の組合せによって分ければよい．これは違反回数のドライバーについては，違反の種目別によって分ければよいので問題ないが，違反回数が二回となると組合せによっては充分な数がない事となる．違反回数三回以上となると該当するドライバーの数は非常に少なくなる．従って適当に組合せを合併しなくてはならない．

表 10　型別のグループ数

グループの型	作られたグループの数
違反回数　1	84
違反回数　2	26
違反回数　3	16
違反回数　4	7
違反回数　5	3
違反回数　6	1
違反回数7以上	1
合　　計	138

一般的に言えば上述の合併は，結果として得られる事故率と違反率の相関を最大にする様に行なうと，と規定できよう．

実際のデーター解析に於いて，すぐ上に述べた基準を適用する事は難かしい．以下に述べる結果は，恣意的ではあるが与えられているデータを色々に分けてみて違反種別の組合せの適当な合併をし，こうして作ったグループに基づいたものである．グループ分けの作

業での一つの目安としては，グループの大きさをドライバー100人前後にするという事を考えた．従って例えばその数が非常に多い「最高速度違反」が一回だけの対象者は，これを更に分割して数多くのグループが作られた．又例えば違反回数が7回以上のドライバーは，全体で一つのグループにまとめられた．この様にして，合計138のグループが作られた．表10は，違反回数に関したグループの型別に，作られたグループの数を示したものである．

このグループ分 けにに基づいて，実際にグループの事故率 ζ を種目別違反率 $\{\xi_i\}$ に回帰させた結果を，表11に掲げた．決定された係数 $\{b_i\}$ は表11の一番右の欄に並べてある．これによると一番大きい重みを与えられたのは“横断等の違反”で，“運転者の遵守事項違反”，“右左折違反”，“酒よい運転違反”がそれに続いている．与えられた重みの一番小さいのは“免許の条件違反”で，又“踏切通過違反”，“駐・停車違反”等の重みが小さく出ている．

なおこれらの重みは，取締り率の差による影響を含んだものと見るべきである．従って取締り率の高い違反種目程，その事故発生への実際の影響度に比べてこれらの重みの数値は小さく出ると考えられる．違反種目の事故発生への影響度の方を評価するには，事故率と種目毎の違反率との間の相関を見ればよい．この場合見かけ上の相関を避ける為に偏相関係数を用いる事にし，違反種目毎にそれを求めてみると，表11の右から二番目の欄の様になった．

これによると，相関の一番大きい要因として得られたのは“右左折違反”及び“酒よい運転違反”であり，次いで“その他”，“最高速度違反”，“追越違反”，“運転者の遵守事項違反”が重要要因として浮かび上って来ている．“最高速度違反”は重み自身は小さい方の部類に入っているが，事故発生への影響度自体からするとはやはり重要な要因であると言う結果になっているわけである．この場合重みの数字が小さく出るのは取締り率が高い事によると思われる．

一方相関の小さいものとしては，“免許の条反違反”，“踏切通過違反”，“整備不良車両運転違反”が殆んど無相関と出ており，又“乗車積載違反”，“駐停車違反”，“通行禁止違反”等も小さな相関となっている．

吾々の回帰の結果では，重相関係数 $\rho(\zeta, \hat{\zeta})$ の値が0.926と得られた．これは事故率と諸違反率の関連づけが可成り高精度で得られた事を示している．この事は，ζ とその予測値としての $\hat{\zeta}$ との関係を見てみると更にはっきりする．図1は ζ と $\hat{\zeta}$ の関係を図に示したものである．

表 11 グループの事故率と違反率の回帰分析結果

違反種別	ξ_i の平均値	ξ_i の標準偏差	相関係数 $\rho(\zeta, \xi_i)$	偏相関係数	偏回帰係数 b_i
最高速度違反	0.540	0.586	0.261	0.570	0.081
無免許運転違反	0.044	0.165	0.133	0.273	0.115
駐・停車違反	0.156	0.308	0.163	0.221	0.050
通行区分違反	0.094	0.229	0.215	0.292	0.091
一時停止違反	0.124	0.266	0.131	0.323	0.087
通行禁止違反	0.072	0.188	0.205	0.231	0.087
信号無視違反	0.115	0.246	0.224	0.371	0.111
乗車・積載違反	0.064	0.170	0.220	0.208	0.086
踏切通過違反	0.041	0.134	0.115	0.092	0.047
右左折違反	0.074	0.176	0.504	0.652	0.344
追越違反	0.096	0.218	0.315	0.554	0.207
整備不良車両運転違反	0.018	0.088	0.072	0.099	0.076
酒よい運転違反	0.055	0.189	0.239	0.638	0.302
歩行者保護違反	0.029	0.094	0.321	0.356	0.279
免許の条件違反	0.017	0.025	0.301	0.003	0.011
横断等の違反	0.034	0.044	0.348	0.404	1.024
運転者の遵守事項違反	0.016	0.072	0.227	0.453	0.483
その他	0.108	0.221	0.431	0.597	0.233
合計	重相関係数 $\rho(\zeta, \hat{\zeta})=0.926$				

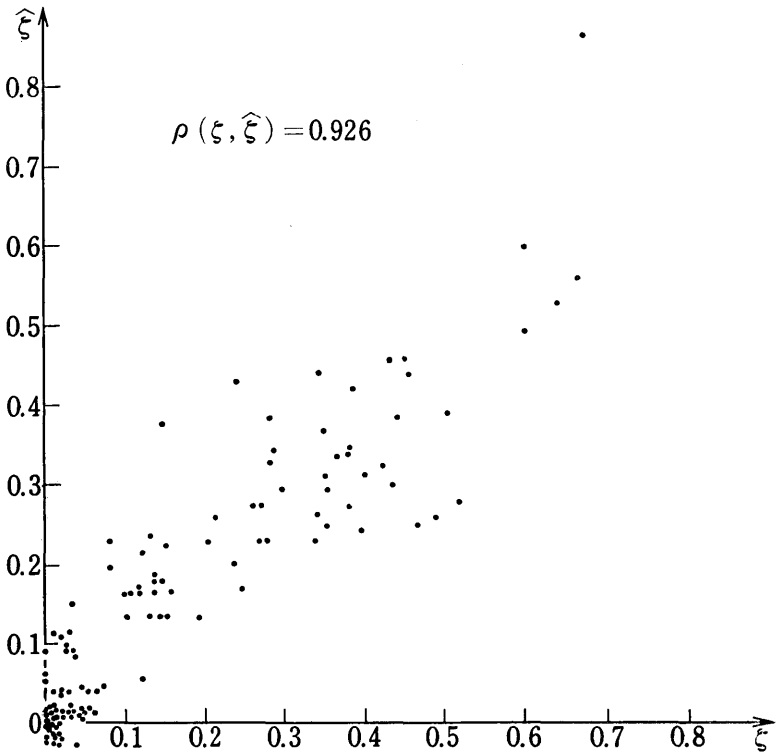

図 1 事故率の違反率に対する回帰の結果

§3.3 判別分析による重みづけ

吾々の問題に回帰分析を適用しようとすれば，§3.2 に述べた様にドライバー個人に対する点数 $u=\sum_{i=1}^{r} a_i u_i$ そのものを取扱かう事に難点があり，結局個人の代りにグループとして回帰分析が適用された．こうして決められた係数 $\{b_i\}$ は本来個人に関して与えられるべき $\{a_i\}$ の代用であって，いわば間接的な評価となっている．更に，§3.2 の方法では，グループの構成が或る程度恣意的となる事を免かれない．

そこで本節では，あく迄もドライバー個人に対する点数 $u=\sum_{i=1}^{r} a_i u_i$ を考えてゆくとすれば，どの様にしたらよいかと言う事を考えてみる．

§3.2 に述べた如く，違反を事故件数 ν そのものとの関連で評価しようとすれば，ν の不安定さが妨げとなる．そこで ν の代りに，ドライバーが事故を起した事があるかそれとも無事故であるかと言う区分を採り，これとの関連で違反を評価する事にする．これは，事故か無事故かという区分にまとめる事によって，ν そのものを考える場合の不安定さを減少せしめるわけである．

今，ランダムにとられたドライバーが事故グループに属するか，それとも無事故グループに属するかを，$u=\sum_{i=1}^{r} a_i u_i$ を用いて判別するという問題を考えてみる．適当な重みづけ $\{a_i\}$ をとる事によってこの判別が高い的中率で可能な場合には，これら $\{a_i\}$ を用いる時，上記の u の値の大きいドライバーは少くも一回事故を起す確率が大きく，u の値の小さいドライバーは全く事故を起さない確率が大きいという様な結果となる．即ち u の値の大小が事故を起しやすいかそうでないかを表現する事となる．

所で i 番目の違反種別の u に対する寄与は，この種別の違反で摘発された回数 u_i の a_i 倍で

ある．この場合 a_i の値が大きい程，この種目の違反での摘発一回当りの u への寄与が大きい．これは即ち，事故の起りやすさに関してこの違反種目が大きく評価されている事を意味する．a_i の値が小さい場合は逆の意味となる．即ち上述の様な判別の問題を考えてそれによって $\{a_i\}$ を決定すれば，これはドライバーの違反の各種目を，その下での事故の起りやすさという点に関して重みづけしたものとなる．

u による上述の様な判別はなるべく高い的中率で行なわなくてはならないが，吾々はここでは相関比 η^2 が最大となる様に $\{a_i\}$ を決めるという考え方をとる事にする．但し η^2 は次の通りである．即ち，

$$\eta^2=\frac{[E(u^{(b)})-E(u^{(a)})]^2}{\sigma_u{}^2},$$

ここに $E(u^{(a)}), E(u^{(b)})$ は夫々，ドライバーが無事なグループ乃至事故グループに属するという条件の下における u の平均値である．

η^2 は容易に分る様に $\eta^2=(\boldsymbol{a}'A\boldsymbol{a})/(\boldsymbol{a}'\wedge\boldsymbol{a})$ である．ここに A はその i 行 j 列の交点の要素が $\{E(u_i{}^{(b)})-E(u_i{}^{(a)})\}\{E(u_j{}^{(b)})-E(u_j{}^{(a)})\}$ (但し $E(u_i{}^{(a)}), E(u_i{}^{(b)})$ は夫々，ドライバーが無事故グループ乃至事故グループに属するという条件の下における u_i の平均値) である様な行列，$\wedge$ は u の分散共分散行列である．

この η^2 の値を最大にする様な $\boldsymbol{a}$ の値は，良く知られている様に次の一次方程式の解をなす：

$$\wedge\,\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b} \tag{1}$$

ここに $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ は夫々，その転置が

$$\boldsymbol{a}'=(a_1, a_2, \cdots, a_r),$$
$$\boldsymbol{b}'=(E(u_1{}^{(b)})-E(u_1{}^{(a)}), \cdots, E(u_r{}^{(b)})-E(u_r{}^{(a)}))$$

である様な縦ヴェクトルである．

吾々のデーターから実際に上述の様な $\{a_i\}$ を定めるに当って，無事故グループ及び事故グループの夫々から，ほゝ同数の計算用サンプルを抽出した．抽出された数は夫々 1993 人，1931 人である．これらを用いて $\{E(u_i{}^{(a)})\}$, $\{E(u_i{}^{(b)})\}$ 及び $\wedge$ が計算され，更にそれらから方程式 (1) が構成されて解かれた．結果として得た重みづけ $\{a_i\}$ は，表 12 の一番右の欄に掲げてある．これらの数値のうちには負の値を示すものも現われていて，望ましくない結果となっている点もある．

これらの $\{a_i\}$ を用いた時の，無事故グループ及び事故グループ夫々におけるドライバー得点 u の分布を示せば，図 2 の通りである．これらの分布は何れも，得点の正の値の部分に於ては恰好として（密度函数が）単調減少的である．無事故グループのドライバーの得点は 0 に近い所に過半数が集中しているが，事故グループの方ではそうでない．又何れのグループも，得点の存在範囲は広いが，全体的に言って事故グループの分布の方が無事故グループのそれよりもかなり右の方へずれこんでいる．これは期待された通りの結果である．なおこの判別分析に於ける的中率は 70% で，まあまあの判別力を示している．

表 12 の $\{a_i\}$ によると，一番大きい重みを与えられたのは“横断等の違反”で，“運転者の遵守事項違反”，“右左折違反”，“酒よい運転違反”がそれに続いている．これ等の順序は，§3.2 の回帰分析での結果の場合と全く同じとなった．この事からみて，これ等の違反種目は，点数制の上で最も重きを置くべき種目であると結論してよいであろう．次に“免許の条件違反”，“駐・停車違反”についての数値は今の場合負になってしまった．回帰分析の場合には，これらの種目に対する重みは何れも小さく出たのであった．この事を考慮する時は，これらの種目は点数制の上で重要性のうすい種目とみてよいであろう．その他の中間の数値の種目では，本節の分析結果と §3.2 のそれは，必らずしも一致しない．

この場合も上に得た $\{a_i\}$ のままでは，取締り率の差異も含めた評価結果を得ている事になる．若し取締り率に関した部分を除いた．違反種目の事故発生への実際の影響度を出そうとするなら，次の様に考えればよい．

表 12　判別分析の結果

違　反　種　別	u_i の標準偏差	$\tilde{a}_i$	a_i
最高速度違反	0.745	0.100	0.134
無免許運転違反	0.258	0.060	0.232
駐・停車違反	0.392	−0.074	−0.188
通行区分違反	0.302	0.030	0.098
一時停止違反	0.329	0.042	0.128
通行禁止違反	0.276	0.011	0.038
信号無視違反	0.345	0.072	0.209
乗車・積載違反	0.319	0.056	0.176
踏切通過違反	0.203	0.061	0.302
右左折違反	0.332	0.369	1.113
追越違反	0.124	0.123	0.990
整備不良車両運転違反	0.356	0.063	0.176
酒よい運転違反	0.150	0.150	0.997
歩行者保護違反	0.300	0.259	0.864
免許の条件違反	0.197	−0.061	−0.309
横断等の違反	0.137	0.257	1.880
運転者の遵守事項違反	0.139	0.170	1.227
そ　の　他	0.315	0.305	0.836
合　　計			

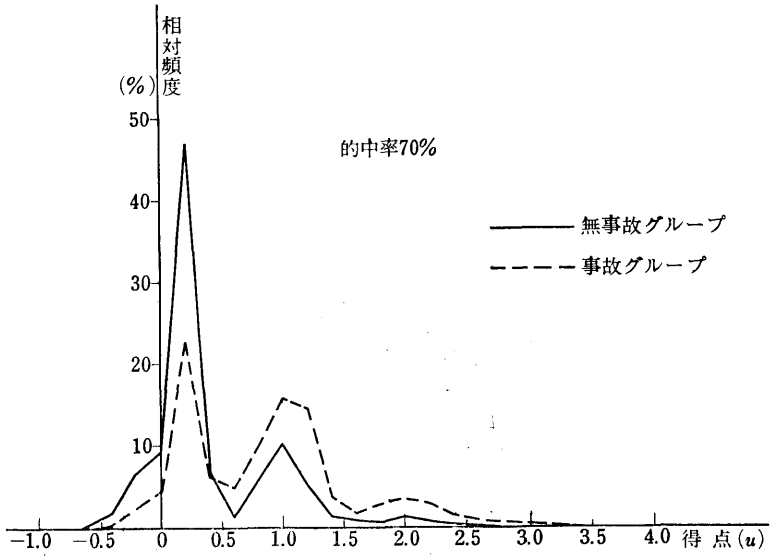

図 2　無事故・事故グループ別のドライバー得点の分布

即ち，i 番目の違反種目に於いて，取締り率が高ければそれだけ u_i の変動が大きいであろう．今得ている a_i は，この変動の増加分だけ本来の a_i の評価値が割引かれた結果であるとみられる．従って，i 番目の違反種別の事故発生への実際の影響度は，u_i の標準偏差を σ_{u_i} とする時，

$$\tilde{a}_i = \sigma_{u_i} \cdot a_i$$

で与えられるとみられる．

吾々はこれら $\{\tilde{a}_i\}$ の値をも表 12 に掲げた．$\{\tilde{a}_i\}$ によって事故発生への影響度の大きい違反種目を順に幾つか拾うと，先づ“右左折違返”が一番重要であり（この点回帰分析の場合と同じ），次いで“その他”，“歩行者保護違反”，“横断等の違反”，“運転者の遵守事項違反”，“酒よい運転違反”等となっている．一方 $\tilde{a}_i$ の小さい違反種別としては，“駐・停車違反”，“免

許の条件違反"（これらは負となった），"通行禁止違反"，"通行区分違反"があげられる．これ等の結果は，回帰分析の場合の対応する結果と必らずしも一致していないものもある．

§4 最適な処分方式の問題

運転免許の点数制度の下に於いては，§1に述べた様に，違反ドライバーに対する行政処分は次の様に行なわれる．即ち前もって決められている限界の点数 C_1 と C_2，但し $C_1<C_2$，があって，ドライバーの得点（合計点）が C_1 を越え，然し C_2 以下であれば，このドライバーに対し免許の停止が行なわれる．又もしドライバーの得点が C_2 を越えれば，このドライバーに対して免許の取消しがなされる．

本節では上述の処分点 C_1, C_2 をどう決めたらよいかという問題を取上げる事とする．免許停止の段階がない（免許取消しのみの）方式も含めて考えれば，C_1, C_2 は $C_1 \leqq C_2$ なる条件で動かされる変数となる．今吾々は判断の基準を，次の様な処分の費用・便益に関して設定する事にする．

先づ，事故1件当り（平均）損害額を，費用乃至便益の計算の単位にとる事にしておく．今ある一定の期間が対象期間として与えられたとし，この期間中の無事故ドライバー全体（無事故グループ）の得点の頻度分布，事故ドライバー全体（事故グループ）の得点の頻度分布が，夫々密度函数として $f(x)$, $g(x)$ で与えられるとする．但しこれらは，若し上述の様な行政処分がなかったならば生じるであろう潜在的分布とする．（この場合の頻度は，相対頻度ではなくて，人数そのものである）．

さて今上述の様な処分点 C_1, C_2 をもって行政処分が行なわれるならば，潜在的事故グループのドライバーのうちで得点が C_2 をこえるものは免許取消し処分を受ける為，実際には上述の潜在的分布から除かれて事故ドライバーとしてあがって来ない．即ち実際の事故はこの部分だけ減少する．これによって生ずる便益（利得）は，$\int_{C_2}^{\infty} g(x)\,dx$ で与えられる．同様に，潜在的事故グループのドライバーのうちで免許の停止を受ける（得点が C_1 と C_2 の間にある）ものに関して生ずる便益は，$\lambda\int_{C_1}^{C_2} g(x)\,dx$ で与えられるとしてよいであろう．ここに λ は，免許の停止期間の全対象期間に対する割合である（故に $0<\lambda<1$）．以上より，潜在的事故グループに対して，上述の行政処分により得られる便益は，

$$\int_{C_2}^{\infty} g(x)\,dx + \lambda\int_{C_1}^{C_2} g(x)\,dx$$

となる．

一方潜在的無事故グループについては，事故を主眼とした立場からは次の様に行政処分の費用（損失）を考える事ができる．即ち今，事故を起す事にはならなかったであろう．ドライバーを免許取消しにする（得点が C_2 を越えた為に）という事に損失があると見る．今それをドライバー一人当りにつき α とする．

同様に，免許停止についての対応する損失を β とする（当然 $\alpha>\beta$ とする）．然る時は，潜在的無事故グループに対して，上述の行政処分により生ずる費用は，

$$\alpha\int_{C_2}^{\infty} f(x)\,dx + \beta\int_{C_1}^{C_2} f(x)\,dx$$

となる．

以上から，上述の様な行政処分の総利得は，

$$\int_{C_2}^{\infty} g(x) + \lambda\int_{C_1}^{C_2} g(x)\,dx - \alpha\int_{C_2}^{\infty} f(x)\,dx - \beta\int_{C_1}^{C_2} f(x)\,dx \qquad (1)$$

で与えられる事となる．この総利得の式は，これを変形すれば，変数 C_1, C_2 を含まぬ項

$-\alpha\int_0^\infty f(x)dx$ を除いて，次の函数 $B(C_1, C_2)$ となる：

$$B(C_1, C_2)=\alpha\int_0^{C_1} f(x)dx+(\alpha-\beta)\int_{C_1}^{C_2} f(x)dx+\lambda\int_{C_1}^{C_2} g(x)dx+\int_{C_2}^{\infty} g(x)dx. \quad (2)$$

吾々は，最適な処分方式は上述の総利得(1)を最大にするものである，と規定する事にする．この基準の下では，最適な C_1, C_2 は，(2) の函数 $B(C_1, C_2)$ を最大にする C_1, C_2 によって与えられる事となる．

以下吾々は，函数 $f(x)$, $g(x)$ に対する適当な仮定の下で，$0\leqq C_1\leqq C_2$ なる条件の下で函数 $B(C_1, C_2)$ を最大にする様な C_1, C_2 を定める事を論じる事とする．

先づ $f(x)$, $g(x)$ に対して次の仮定をする：

[仮定 A] $L>0$ があって，$L<x$ に於いて $f(x)=0$. $0\leqq x\leqq L$ なるすべての x に対して，$g(x)>0$.

実際問題ではドライバーの得点には上限があるであろう．又事故グループの得点分布は，無事故グループのそれに比べて右の方にずれ込むであろう．上の仮定は，この事を表現したものである．$g(x)$ も又，充分大きい x の所で常に0となるとするのが実際であるが，この事は次に見るように仮定してもしなくてもどちらでもよい．即ちそれは $B(C_1, C_2)$ の最大値に関係しない．

仮定Aの下では，次が成立つ：

$$\operatorname*{Max}_{0\leqq C_1\leqq C_2} B(C_1, C_2)=\operatorname*{Max}_{0\leqq C_1\leqq C_2\leqq L} B(C_1, C_2)$$

何となれば，$0\leqq C_1\leqq L<C_2$ に対して

$$\begin{aligned}B(C_1, C_2)&=\alpha\int_0^{C_1} f(x)dx+(\alpha-\beta)\int_{C_1}^{L} f(x)dx+\lambda\int_{C_1}^{C_2} g(x)dx\\&\quad+\int_{C_2}^{\infty} g(x)dx\leqq\alpha\int_0^{C_1} f(x)dx+(\alpha-\beta)\int_{C_1}^{L} f(x)dx\\&\quad+\lambda\int_{C_1}^{L} g(x)dx+\int_{L}^{C_2} g(x)dx+\int_{C_2}^{\infty} g(x)dx=B(C_1, L).\end{aligned}$$

又 $L<C_1\leqq C_2$ に対して

$$\begin{aligned}B(C_1, C_2)&=\lambda\int_{C_1}^{C_2} g(x)dx+\int_{C_2}^{\infty} g(x)dx\leqq\int_{C_1}^{C_2} g(x)dx+\int_{C_2}^{\infty} g(x)dx\\&\leqq\int_{L}^{\infty} g(x)dx=B(L, L).\end{aligned}$$

上の結果から，吾々は $B(C_1, C_2)$ を，$0\leqq C_1\leqq C_2\leqq L$ なる条件の下に最大にする事を問題にすればよい．これによって求まった限界得点 C_1, C_2 は，少なくも事故グループに対して，その得点の上限を越えないものであるから，実際上も意味のあるものである．

さて上の問題を取扱かうに当って，更に，函数 $f(x)$, $g(x)$ に次の仮定を導入する．即ち

[仮定 B] $f(x)$, $g(x)$ は $0\leqq x\leqq L$ で連続函数で，且つ次の条件が成立つ：

任意の正数 c に対して，方程式

$$f(x)=cg(x) \quad (3)$$

の $0\leqq x\leqq L$ での根が若しあれば，それを x_c とするに，これに対しては，$0\leqq x<x_c$ なるすべての x に対して $f(x)>cg(x)$ である．

仮定Bの下では，$0\leqq x\leqq L$ での (3) の根はもしあれば唯一つである．又，仮定Bの他に更に $g(0)>0$ であれば，$\dfrac{f(0)}{g(0)}>\dfrac{f(L)}{g(L)}$ となる．

実際 $0 \leqq x \leqq L$ での (3) の根が2つあるとして，それらを $x_1 < x_2$ とするに，$f(x_2) = cg(x_2)$ だから，仮定Bより，$f(x_1) > cg(x_1)$．これ矛盾である．次に $g(0) > 0$ も仮定する．さて $x = L$ は $f(x) = \dfrac{f(L)}{g(L)} g(x)$ の根である．故に仮定Bより $0 \leqq x < L$ なるすべての x に対して $f(x) > \dfrac{f(L)}{g(L)} g(x)$ である．故に特にこの式で $x=0$ ととり，且つ両辺を $g(0)$ で割れば，所題の結果を得る．

$B(C_1, C_2)$ を $0 \leqq C_1 \leqq C_2 \leqq L$ に於て最大にする事を論ずる為に，先づ準備として補題を与える．

［補題 1］ 仮定 A, B の下では，任意の正数 c に対して，

(イ) $c > \dfrac{f(0)}{g(0)}$ なら，$0 \leqq x \leqq L$ なるすべての x に対して $f(x) - cg(x) < 0$.

(ロ) $\dfrac{f(0)}{g(0)} \geqq c \geqq \dfrac{f(L)}{g(L)}$ なら，方程式 (1) が $0 \leqq x \leqq L$ で根をもつ.

(ハ) $\dfrac{f(L)}{g(L)} > c$ なら，$0 \leqq x \leqq L$ なるすべての x に対して $f(x) - cg(x) > 0$.

又上の(ロ)の場合，方程式 (3) の根は一意で，今それを x_c とすれば，

$$\begin{cases} 0 \leqq x < x_c \text{ に対し } f(x) - cg(x) > 0, & (4) \\ x = x_c \text{ に対し } f(x) = cg(x), & (5) \\ x_c < x \leqq L \text{ に対し } f(x) - cg(x) < 0. & (6) \end{cases}$$

(イ)の証明：

仮定より，$f(0) - cg(0) < 0$．故にもし $0 < x_1 \leqq L$ なる x_1 があって $f(x_1) - cg(x_1) \geqq 0$ ならば，$f(x), g(x)$ の連続性により，$0 < x_2 \leqq x_1$ なる x_2 があって，$f(x_2) = cg(x_2)$．故に仮定Bより，$f(0) > cg(0)$ となり，矛盾を生じた．

(ロ)の証明：

仮定より，

$$f(0) - cg(0) \geqq 0, \tag{7}$$

$$f(L) - cg(L) \leqq 0. \tag{8}$$

もし方程式 (3) が $0 \leqq x \leqq L$ で根をもたぬなら，(7), (8) において等号が成立たぬ．故に $f(x)$, $g(x)$ の連続性より，$0 < x_1 < L$ なる x_1 があって，$f(x_1) - cg(x_1) = 0$．これは矛盾なり．故に (3) は $0 \leqq x \leqq L$ で根をもつ．既に前に注意した如く，この根は唯一つである．

(ハ)の証明：

仮定より $f(L) - cg(L) > 0$．故にもし $0 \leqq x_1 < L$ なる x_1 があって $f(x_1) - cg(x_1) \leqq 0$ なら，$f(x), g(x)$ の連続性により，$x_1 \leqq x_2 < L$ なる x_2 があって，$f(x_2) = cg(x_2)$ となる．今

$$a = \frac{f(L) + cg(L)}{2cg(L)}$$

とおけば，$f(L) > cg(L)$, $g(L) > 0$, により，$a > 1$ となる．故に

$$f(x_2) = cg(x_2) < acg(x_2). \tag{9}$$

一方，$f(L) > cg(L)$ から容易に分る如く，

$$f(L) > \frac{f(L) + cg(L)}{2} = acg(L). \tag{10}$$

(9) と (10) から，$x_2 < x_3 \leqq L$ なる x_3 があって，$f(x_3) = acg(x_3)$．故に仮定Bより，$f(x_2) > acg(x_2)$ となる．これは (9) に反する．

最後に，(ロ) の場合として，(4)，(6) の証明：

(4) は仮定Bより明らかである．(6) は次の様に証される．今もし $x_c < x_1 \leqq L$ なる x_1 があって $f(x_1) \geqq cg(x_1)$ であれば，(3) の根の一意故より，$f(x_1) > cg(x_1)$ でなくてはならない．一

方 $f(L)<cg(L)$ であるから，$x_1<x_2<L$ なる x_2 があって，$f(x_2)=cg(x_2)$ となる．これは $x=x_c$ が (1) の唯一の根である事に反す．

c を任意正数とした時，この c を用いた (3) の根があればそれを x_c と書く事にする．

［補題 2］ 仮定 A, B の下に於いて，正数 c_1, c_2 が $\dfrac{f(0)}{g(0)}\geqq c_1\geqq c_2\geqq\dfrac{f(L)}{g(L)}$ ならば，$x_{c_1}\leqq x_{c_2}$ である．

証明：

補題 1 の(ロ)から，上の様な (1) の根 x_{c_1}, x_{c_2} が何れも一意に定まる．即ち

$$f(x_{c_1})=c_1g(x_{c_1}) \tag{11}$$

$$f(x_{c_2})=c_2g(x_{c_2}) \tag{12}$$

今もし $x_{c_2}<x_{c_1}$ なら，(11) と仮定 B より，$f(x_{c_2})>c_1g(x_{c_2})$．故に (12) より，$c_2g(x_{c_2})>c_1g(x_{c_2})$．且つ仮定 A より $g(x_{c_2})>0$ である．故に $c_2>c_1$ となる．これ矛盾なり．

今仮定 A, B の下で，次の様に $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$ を定義しておく：

$$\bar{C}_1=\begin{cases}0, & \dfrac{\lambda}{\beta}>\dfrac{f(0)}{g(0)}\ \text{の場合},\\ \zeta_1, & \dfrac{f(0)}{g(0)}\geqq\dfrac{\lambda}{\beta}\geqq\dfrac{f(L)}{g(L)}\ \text{の場合},\\ L, & \dfrac{f(L)}{g(L)}>\dfrac{\lambda}{\beta}\ \text{の場合}.\end{cases} \tag{13}$$

但し $\dfrac{f(0)}{g(0)}\geqq\dfrac{\lambda}{\beta}\geqq\dfrac{f(L)}{g(L)}$ の場合に，ζ_1 は補題 1 によって存在を保証された，$f(x)=\dfrac{\lambda}{\beta}g(x)$ の一意の根である．又，

$$\bar{C}_2=\begin{cases}0, & \dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta}>\dfrac{f(0)}{g(0)}\ \text{の場合},\\ \zeta_2, & \dfrac{f(0)}{g(0)}\geqq\dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta}\geqq\dfrac{f(L)}{g(L)}\ \text{の場合},\\ L, & \dfrac{f(L)}{g(L)}>\dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta}\ \text{の場合}.\end{cases} \tag{14}$$

但し $\dfrac{f(0)}{g(0)}\geqq\dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta}\geqq\dfrac{f(L)}{g(L)}$ の場合に，ζ_2 は補題 1 によって存在を保証された，$f(x)=\dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta}g(x)$ の一意の根である．

［補題 3］ 仮定 A, B の下に於いて，$B(C_1, C_2)$ の $0\leqq C_1, C_2\leqq L$ での最大値を与える様な C_1, C_2 の値が，何れも丁度一つだけ存在する．それらは，$C_1=\bar{C}_1$, $C_2=\bar{C}_2$ である．

証明：

$f(x)$, $g(x)$ の連続性により，$B(C_1, C_2)$ は C_1 又は C_2 について偏微分する事ができる．C_1 についての偏微分より次式が得られる．即ち，

$$\frac{\partial B(C_1, C_2)}{\partial C_1}=\alpha f(C_1)-(\alpha-\beta)f(C_1)-\lambda g(C_1)=\beta f(C_1)-\lambda g(C_1). \tag{15}$$

$\dfrac{\lambda}{\beta}>\dfrac{f(0)}{g(0)}$ なら，補題 1 より，$0\leqq C_1\leqq L$ なるすべての C_1 に対して，(15)<0 である．故に今の場合 $B(C_1, C_2)$ は，$0\leqq C_2\leqq L$ なる C_2 を任意に固定した時，C_1 の函数として $C_1=0$ の時に．而してその時のみ，最大値に達する．

又 $\dfrac{f(0)}{g(0)}\geqq\dfrac{\lambda}{\beta}\geqq\dfrac{f(L)}{g(L)}$ なら，補題 1 より，

$$\begin{cases} 0 \leqq C_1 < \zeta_1 \text{ に対し，} \beta f(C_1) - \lambda g(C_1) > 0, \\ C_1 = \zeta_1 \text{ に対し，} \beta f(C_1) - \lambda g(C_1) = 0, \\ \zeta_1 < C_1 \leqq L \text{ に対し，} \beta f(C_1) - \lambda g(C_1) < 0. \end{cases}$$

故に今の場合 $B(C_1, C_2)$ は，$0 \leqq C_2 \leqq L$ なる C_2 を任意に固定した時，C_1 の函数として $C_1 = \zeta_1$ の時に，而してその時のみ，最大値に達する．

更に $\dfrac{f(L)}{g(L)} > \dfrac{\lambda}{\beta}$ の場合も同様に，$B(C_1, C_2)$ が C_1 の函数として，$C_1 = L$ の時に，而してその時のみ最大値に達する事が分る．

以上をまとめれば，$\bar{C}_1$ を前に述べた如く定義する時，任意の場合に対して，$B(C_1, C_2)$ は，$0 \leqq C_2 \leqq L$ なる C_2 を任意に固定した時，C_1 の函数として $C_1 = \bar{C}_1$ の時に，而してその時のみ最大値に達する事が分った．

同様にして，$\dfrac{\partial B(C_1, C_2)}{\partial C_2} = (\alpha - \beta) f(C_2) + \lambda g(C_2) - g(C_2) = (\alpha - \beta) f(C_2) - (1 - \lambda) g(C_2)$ より，$B(C_1, C_2)$ は，$0 \leqq C_1 \leqq L$ なる C_1 を任意に固定した時，C_2 の函数として $C_2 = \bar{C}_2$ の時に，而してその時のみ最大値に達する事が分る．

従って，$B(C_1, C_2)$ は，$0 \leqq C_1, C_2 \leqq L$ の範囲で C_1, C_2 を動かす時，$C_1 = \bar{C}_1, C_2 = \bar{C}_2$ に於いて，而してその時のみ，最大値に達する．

以上の準備の下で，C_1, C_2 の変動の範囲に $C_1 \leqq C_2$ なる制限を加えて，その下で $B(C_1, C_2)$ の最大値を与える様な C_1, C_2 を定める問題にかかる．これに関して，吾々の最終的結果は，次の定理にまとめられる．

［定理］ 仮定 A, B の下で，又若しも $\lambda \geqq \dfrac{\beta}{\alpha}$ であれば，上に定義した $\bar{C}_1, \bar{C}_2$ に対して，

$$\bar{C}_1 \leqq \bar{C}_2 \tag{16}$$

が成立つ．従って，$0 \leqq C_1 \leqq C_2 \leqq L$ なる制限の下で $B(C_1, C_2)$ を最大にする C_1, C_2 の値は，$C_1 = \bar{C}_1$, $C_2 = \bar{C}_2$, 而してそれに限る．

証明：

補題3により，$B(C_1, C_2)$，$0 \leqq C_1, C_2 \leqq L$, は $C_1 = \bar{C}_1$, $C_2 = \bar{C}_2$ の時最大値に達し，且つこれは一意である．若し更に $\bar{C}_1 \leqq \bar{C}_2$ が成立つなら，勿論 $C_1 = \bar{C}_1$, $C_2 = \bar{C}_2$ は $0 \leqq C_1 \leqq C_2 \leqq L$ なる制限下の $B(C_1, C_2)$ の最大値をも与える事となる．よって $\bar{C}_1 \leqq \bar{C}_2$ のみ証明されればよい．

さて仮定により，$\dfrac{\lambda}{\beta} \geqq \dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta}$ であるが，これ等の値と $\dfrac{f(0)}{g(0)}$，$\dfrac{f(L)}{g(L)}$ との関係について場合を分けて調べればよい．

例えば $\dfrac{\lambda}{\beta} > \dfrac{f(0)}{g(0)} \geqq \dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta} \geqq \dfrac{f(L)}{g(L)}$ なら，(13) と (14) とから，$\bar{C}_1 = 0 \leqq \zeta_2 = \bar{C}_2$.

又もし $\dfrac{f(0)}{g(0)} \geqq \dfrac{\lambda}{\beta} \geqq \dfrac{1-\lambda}{\alpha-\beta} \geqq \dfrac{f(L)}{g(L)}$ なら，補題2により $\zeta_1 \leqq \zeta_2$ である．故に (13), (14) より，$\bar{C}_1 \leqq \bar{C}_2$ である．

他の場合も同様にして調べられ，どの場合も $\bar{C}_1 \leqq \bar{C}_2$ である事が分る．

以上一般論を述べたが，次に上の結果の実際えの適用を例示する為に，前節迄に扱かって来た吾々のデーターを再びここで取上げる事にする．§3.3 に於いて吾々は判別分析を行なって，それを通して違反種別毎の点数 $\{a_i\}$ を定めた（表 12）．図2においては，この点数を用いた場合のドライバーの得点分布が，無事故グループと事故グループの夫々に図示されている．これらは何れも全体の面積が1になる様にしてかゝれているが，夫々に無事故グループの大きさ M_1 人，事故グループの大きさ M_2 人を乗じて拡大したものが，一般論に述べた函数 $f(x)$ 及び $g(x)$ にあたるわけである．吾々は以下ではそれらを潜在的得点分布として用いる事にする．

但し吾々は更に理想化を行なって，次の様に考える事とする．先づ，図2では負の得点も起っているが，これらは何等かの誤差とみて，すべて0に繰入れる．次に，大きな得点程次第に

起りにくくなるとみて，$f(x), g(x)$ としては単調減少函数を用いればよいと考える．実際に，図2の各分布は，傾向的に単調減少的であり，上の事はかなり自然な考え方である．

そこで吾々は図2の各分布 $\frac{1}{M_1}f(x)$，$\frac{1}{M_2}g(x)$ として，負の指数分布を想定する事とする．但し $\frac{1}{M_1}f(x)$ の方は，$L<x$ の部分を切り棄てて，そこは0となる様にする．よって，$b_1>0$, $b_2>0$ をパラメーターとして，

$$\frac{1}{M_1}f(x)=\begin{cases}\dfrac{b_1 e^{-b_1 x}}{1-e^{-b_1 L}}, & 0\leqq x\leqq L,\\ 0, & x>L,\end{cases}$$

$$\frac{1}{M_2}g(x)=b_2 e^{-b_2 x}.$$

とする．$g(x)$ の方も，L 又はそれより大きいある L' でその先を truncate したものであってもよい．

この様に想定した函数 $\frac{1}{M_1}f(x)$，$\frac{1}{M_2}g(x)$ を，図2のもとの実際のデーターを使って当てはめた結果が，図3と図4のグラフである．この場合，$L=3.0$, $b_1=2.59$, $b_2=1.25$ である．故に $b_1>b_2$ である．なお $M_1=11,235$, $M_2=3,014$ である．

この場合に対して，前述の一般論が適用できるかどうかという事が問題となる．これについて，次の補題をあげる．

［補題 4］ 上の様に定義された型の $f(x), g(x)$ に対しては，もし $b_1>b_2$ ならば，仮定 A, B にあげられている条件が，何れも満足される．

証明：

仮定 A の条件が満足されている事は明らかである．次に c を任意の正数とし，それに対して方程式 (3) の $0\leqq x\leqq L$ での根があるとして，それを x_c とする．今

$$h(x)=K e^{-b_1 x},\quad x\geqq 0,$$

但し

$$K=\frac{M_1 b_1}{1-e^{-b_1 L}},$$

と定義すれば，明らかに，

$$0\leqq x\leqq L \text{ で } f(x)=h(x) \tag{17}$$

である．故に $x=x_c$ は，方程式 $h(x)=cg(x)$ の $0\leqq x\leqq L$ での根なり．

さて方程式 $h(x)=cg(x)$ は，$-\infty<x<\infty$ に於いて丁度一つの根があり，且つそれを x_0 とすれば，$x<x_0$ なるすべての x に対して

$$h(x)>c\,g(x) \tag{18}$$

である．

実際，

$$\phi(x)=h(x)-c\,g(x)$$

とおくに，

$$\begin{aligned}\phi'(x)&=c\,M_2 b_2^2 e^{-b_2 x}-K b_1 e^{-b_1 x}\\&=c\,M_2 b_2^2 e^{-b_1 x}\left\{e^{(b_1-b_2)x}-\frac{K b_1}{c\,M_2 b_2^2}\right\}\end{aligned} \tag{19}$$

然るに仮定より $b_1-b_2>0$，又 $\frac{K b_1}{c\,M_2 b_2^2}>0$ であるから，$e^{(b_1-b_2)x}=\frac{K b_1}{c\,M_2 b_2^2}$ は丁度一つの根を持つ．今それを x_1 とすれば，(19) より，

$$\begin{cases}x>x_1 \text{ で } \phi'(x)>0, & (20)\\ x=x_1 \text{ で } \phi'(x)=0, & (21)\\ x<x_1 \text{ で } \phi'(x)<0. & (22)\end{cases}$$

更に，$\phi(\infty)=0$ だから，(20) より，

$$x_1 \leqq x \text{ で } \phi(x) < 0. \tag{23}$$

次に $\phi(x)$ は次の様に書かれる：

$$\phi(x) = c\,M_2\,b_2\,e^{-b_1 x}\left\{\frac{K}{c\,M_2\,b_2} - e^{(b_1-b_2)x}\right\}$$

然るに，$b_1>b_2$ より，

$$\lim_{x\to-\infty}\left\{\frac{K}{c\,M_2\,b_2} - e^{(b_1-b_2)x}\right\} = \frac{K}{c\,M_2\,b_2} > 0$$

故に，$x_2<x_1$ なる x_2 があって，$\phi(x_2)>0$. 故に (23) から，$x_2<x_0<x_1$ なる x_0 があって，$\phi(x_0)=0$. 故に (22)，(23) に注意すれば，$x=x_0$ は $\phi(x)=0$ の唯一の根で，且つ $x<x_0$ なるすべての x に対して，$\phi(x)>0$.

よって，方程式 $h(x)=cg(x)$ は $-\infty<x<\infty$ に於いて丁度1つの根 x_0 をもち，且つ $x<$

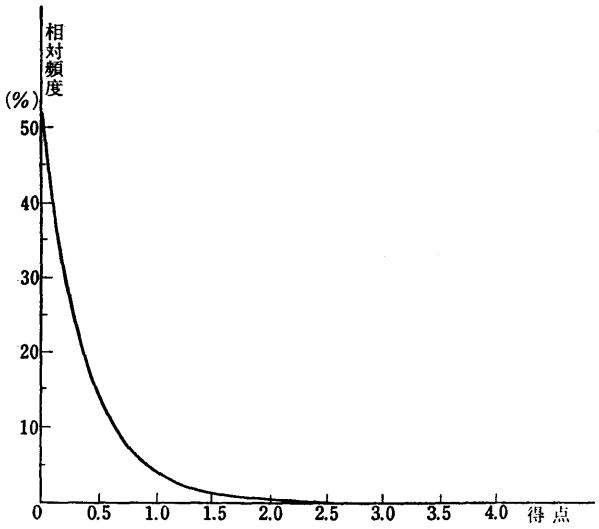

図 3　無事故グループの想定得点分布

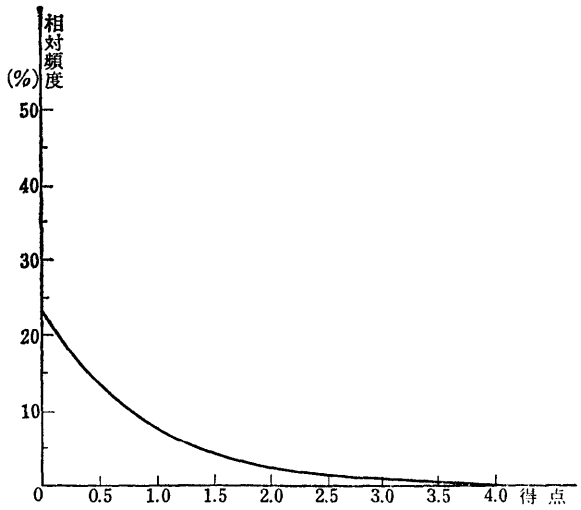

図 4　事故グループの想定得点分布

x_0 なるすべての x に対して (18) が成立つ.

然る時は $x_c=x_0$ であり，従って勿論 $0\leqq x<x_c$ なるすべての x に対して (18) が成立つ．故に，$0\leqq x<x_c$ なるすべての x に対して，$f(x)>cg(x)$ が成立つ．よって，仮定Bの条件が満足されている．

さて吾々の図3，図4のグラフの場合，$b_1>b_2$ であるから，補題4によってこの場合の $f(x)$，$g(x)$ に対しては，仮定A, Bにおげられた条件が満足されている事となる．従って一般論が適用でき，前に述べた定理によって，最適な処分方式の臨界値 C_1, C_2 を求める事ができる．それは即ち，$C_1=\bar{C}_1$, $C_2=\bar{C}_2$ である．ここに $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$ は (13), (14) に定義されたものである．

§5 結　　び

以上違反種別の重みづけ及び最適な処分方式に関して，吾々は基礎的な研究の成果を述べた．§3に於いては，重みづけの為に用いうる方法を三つあげたが，これは特にすぐれた単一の方法がない為である．前に述べられている様に，三つの方法は夫々一長一短があるのであって，従って結果の使用に当っては相互に比較検討する慎重さが必要である．

異なる方法の間では，違反種別の評価が必らずしも同じでない．然し一方で，種別によっては，どの方法によっても重大なものとの評価を受ける種別も見られる．この様なものについては，吾々ははっきりした決論を下す事が許されるであろう．

実際に行なわれている点数制では，その運用に於て，ここに取上げた形よりも遙かにきめの細かい細目が含まれているわけであるが，そういったもの迄取り入れた更に充実した分析を行なう為には，より一層詳細なデーターが必要となる．今後この様なデーターもだんだん集積されてゆく事と思われるので，将来機会があれば，そういったデータによる更に進んだ解析を手がけたいと考える次第である．

終りに臨み，この報告の作成に当っていろいろ有益な御示唆を賜わった，科学警察研究所の森尚雄氏，データー解析の為の計算とそのプログラミングに貴重な時間を割いて下さった統計数理研究所の駒沢勉氏に，心らか感謝の意を表する次第である．

統計数理研究所