

動く調査対象集団に対する標本調査について-III

—野兎生息個体総数推定のための足跡調査と分析—

統計数理研究所 林 知己夫, 石田 正次, 大石 典子
林 文, 飯塚太美雄
新潟大学農学部 豊島 重造, 高田 和彦, 河野憲太郎
飯久保 巍
新潟県庁農林部 堀口 龍猛
新潟県立林業試験所 伊藤 弘康

(1969年5月 受付)

Estimation of Size of Mobile Population-III

—Sample Survey for the Estimation of the Size of Hares (*Lepus brachyurus Cyoni* Kishida) in the Island of Sado in Niigata—

Chikio Hayashi, Masatugu Isida, Yoriko Oishi, Fumi Hayashi
Tamio Iizuka

(Institute of Statistical Mathematics)

Jūzō Toyoshima, Kazuhiko Takata, Kentaro Kōno, Takesi Iikubo

(Faculty of Agriculture, Niigata University)

Ryūmō Horiguti

(Division of Agriculture and Forestry, Niigata University)

Hiroyasu Ito

(Niigata Prefectural Forest Experiment Station)

The authors conducted a field survey in the Island of Sado along the idea of trace method found in the paper, "Estimation of Size of Mobile Population-I, Proc. Inst. Statist. Math. Vol. 14, No. 2, 1966" by the same authors.

In the present paper, the data obtained by this survey are presented and analyzed. Particularly, they give the statistical models based on the geometrical probability to estimate the length of a trace in a rectangular area of l meters \times h meters and show the formula to calculate the mean value of the length with its variance.

They present three models. Let $\bar{\varphi}(l, h)$ be the mean length of a trace in the rectangular area mentioned above, the length of the base line being l meters.

(Model A) Assumption; A point on the base line is drawn with equal probability, i.e. probability element dx/l and then a line is drawn in the rectangular area with an angle determined with equal probability, i.e. probability element da/π . The probability distribution function of the length of that line contained in the rectangular area is required and its mean value is calculated with its variance.

$$\bar{\varphi}(l, h) = \frac{1}{\pi l} \left[l^2 \log \left\{ \sqrt{\left(\frac{h}{l}\right)^2 + 1} + \frac{h}{l} \right\} - h(\sqrt{l^2 + h^2} - h) - 2lh \log \left\{ \sqrt{\left(\frac{l}{h}\right)^2 + 1} - \frac{l}{h} \right\} \right]$$
$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{2lh}{\pi} - \bar{\varphi}(l, h)^2$$

なお、この調査実施に関しては、新潟県庁の佐渡林業事務所の方々の御援助と共に新潟大学農学部演習林の山口、田中、水口の諸氏、また林学科の学生であった阿部信行、池田正彦、成田茂の諸君の御援助を得た。深く感謝するものである。

本文の統計解析、特に §4, 5, 6, は林知己夫、林文によって行われたものである。

なお、この研究は IBP の PT 部門の一環たることを意識して行われたものである。JIBP-PT, No. 61 である。

(Model B) Assumption; A point on the rectangle is drawn with equal probability, i.e. probability element $dx/2(l+h)$ and then a line is drawn in the rectangular area with an angle determined with equal probability, i.e. probability element da/π . The probability distribution function of the length of the line which is contained in the rectangular area and meets the base line is required, and its mean value $\overline{\varphi(l, h)}$ is calculated with its variance. In this case the mean value $\overline{\varphi(l, h)^N}$ of the length of the line which is contained in the rectangular area and does not meet the base line is also calculated.

$$\overline{\varphi(l, h)} = S/T$$

where

$$S = \frac{1}{2(l+h)\pi} \left\{ l^2 \log(\sqrt{1+(h/l)^2} + (h/l)) + h^2 \log(\sqrt{1+(l/h)^2} + l/h) + lh(\sqrt{1+(l/h)^2} - l/h) \right. \\ \left. - 3lh(\sqrt{1+(h/l)^2} - h/l) - 4lh \log(\sqrt{1+(l/h)^2} - l/h) \right\}$$

$$T = \frac{1}{2(l+h)\pi} \left\{ 2l\pi - 2(l \tan^{-1} h/l - h \tan^{-1} l/h) - h \log(1 + (l/h)^2) + l \log(1 + (h/l)^2) \right\}$$

$$\sigma_{\varphi}^2 = lh(3l+h) / \left\{ 2l\pi + 2(h \tan^{-1} \frac{l}{h} - l \tan^{-1} \frac{h}{l}) - h \log(1 + (l/h)^2) + l(1 + (h/l)^2) \right\} - \overline{\varphi(l, h)}^2$$

(Model C) Assumption is the same with the Model B

The probability distribution function of the length of that line contained in the rectangular area is required and its mean value is calculated with its variance.

$$\overline{\varphi(l, h)} = \frac{1}{\pi(l+h)} \left\{ l(l+2h) \log(\sqrt{1+(h/l)^2} + h/l) + h(h+2l) \log(\sqrt{1+(l/h)^2} + l/h) \right. \\ \left. - 2h(\sqrt{l^2+h^2} - h) - 2l(\sqrt{l^2+h^2} - l) \right\}$$

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{2lh}{\pi} - \overline{\varphi(l, h)}^2$$

The difference between model B and model C is found on the measurement in field work. In model B, only the number of the points of the intersection of a base line and traces of hares is counted, whereas in model C, all the number of the points of the intersection of a rectangle and traces of hares is counted. The method by model B is suitable in field work.

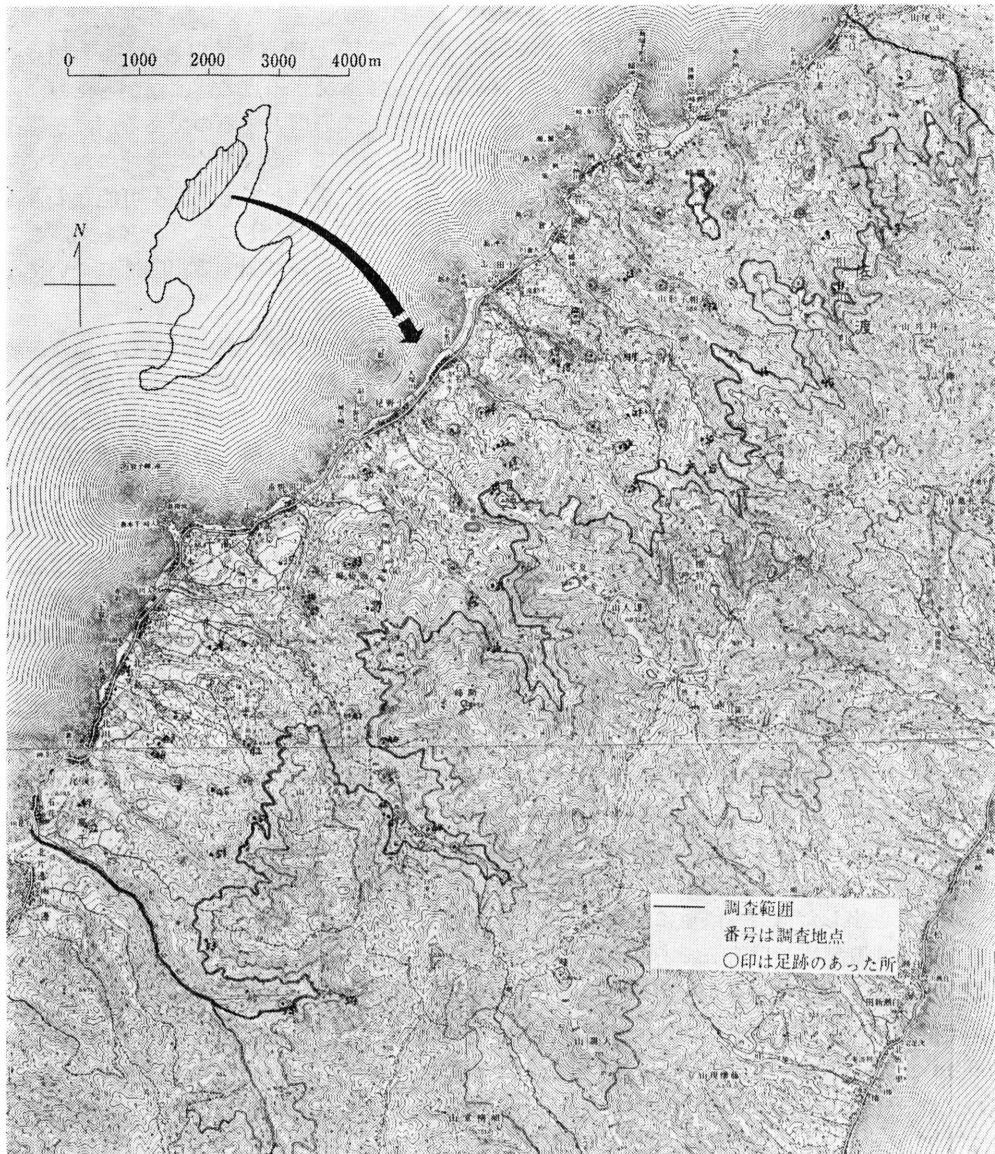
These three models were investigated using the data. The best model was that of model C. The mean value, variance by model C gave good agreement with the data. Thus the estimation of the total of the length in the rectangular area $l \times h \text{ m}^2$ or in 1 ha was obtained using the model C with increased accuracy, where the estimator is $(\overline{\varphi(l, h)} \cdot q/2)/n$, q being the \sum_i^n (total number of the points of the intersection of the i -th rectangle and traces), n being the number of rectangles or $(\overline{\varphi(l, h)} \cdot q/2) \cdot 10^4/(nlh)$.

This research was carried out as a part of JIBP project (Contributions from JIBP-PT-No. 61).

	目	次	
§1	はじめに	6	§5 足跡総延長推定のための新しいモデル
§2	足跡総延長の調査計画	7	§6 旧モデル, 新モデルのデータによる
§3	足跡長の調査結果	9	検討
§4	足跡の分布	10	§7 足跡有無の弁別
			15
			19

§1 はじめに

ある地域に存在する野兎の総数推定に関する理論的検討は [1], [2], [3] で行なってきた, この諸方法のうち「足跡法」を最も実施しやすいしかも妥当性ある方法と見做し, この考えに沿って実態調査を行なってみた. 調査は佐渡北西地区約 5600 ヘクタールに及ぶ範囲で, 市街地, 標高 500 米以上の個所を除外したものである(第1図参照). 市街地には野兎は居ないし, 500



第1図 佐渡調査地区

米以上はこの時期（1月末）には積雪が深く柔く、野兎と雖も行動困難と思われる所である。調査実施の上から行っても、カンジキ、スキー等によっても頭部まで雪にうまり足跡を見つけることすら非常に困難な箇所である。しかし、ここに野兎の足跡が皆無であるか否かは主観によるものであるから、我々の限定した地域内についての調査ということで、その範囲をはっきりさせておく。調査は1月中旬一下旬（43年1月18日—27日）に行われた。

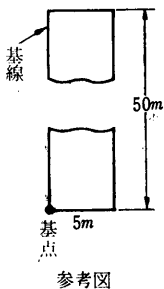
§2 足跡総延長の調査計画

調査地点は第1図に示す様に5577ヘクタールの地区内にある。この地区をとったのはまず第一著として我々がよく地形を知っている地域で、調査実施が容易と判断されたからである。また調査の協力を得やすい地点であるからである。この地区からランダムスタートで55の格子点を抽出した。格子点は5万分の1の地図上におかれた1mm方眼紙の2cm間隔の点であ

る、これが55である。次にこの55を基点とし 360° 等確率で方位をえらび水平距離500mの地点を抽出した。これが55あるわけである。こうして110の地点を抽出した。この地点数は調査実施の労力から言って最大限であった。110地点をすべて格子点で選ばなかったのは、調査実施の能率性を考えたからである。一日に調査は2地点を原則とするのであるが、遠隔離にわたるとき2地点も調査できなくなってしまうおそれが出てくる。とくに奥地において然りである。こういう点から、500m離れた地点を抽出した——これとても調査不可能なときは、もとの地点とこの地点をむすぶ中間(もとの地点より250mのところ)の地点をとった、この数は1ヶ所であった——もとの地点とこの付随地点の足跡総延長に関する相関性については後に検討を加える。

調査の地点は方眼上から5万分の1地図に落とし、さらに航空写真の上におとし、地点確認を誤りなくする様につとめた。ここで調査の地点というのは、測量の基点を意味するものとする。基点から所謂調査プロットをつくる方法は後述する。こうして地図上で定めた地点を現地で定めることになるが、これには航空写真と現地踏破を必要とする。積雪のない時期に飯久保は地図、航空写真を以て現地をあるき、地点を確認し、積雪期にも同地点へ容易に到着できる様な目印しや指示をつくりあげた。これはきわめて有用であった。しかし、抽出した地点そのものへ到達できたかとなると問題点はある。しかし、その地点近傍であり且つ特定の意図を以て選ばれた地点ではないということ以上に精度を要求することは無理である。従って、航空写真の上に落された地点と写真上の著明地物・地形との関係から客観的に地点を定めることになる。つまり現地点で確認されやすい地物、地形を基準にして地点を——航空写真上の相対的關係を利用して——見出すことで満足することになる。このとき、多少任意性の入り込む余地があるが、特定の意図の入りこまぬ様に、特別の知識を用いずに割り切ることが大切である。例えば、ある大木から50m北へと言ったとき、本当の地点がはたして50mでないかもしれない(20000分の1の航空写真上では50mも45mも区別できない)、しかしここを50mなら50mと割り切って考えることなどこれに相当する。さらに意図の入りこまぬ様にするためにプロットの原点を定めるのに上述の割り切り方をしたあと、一定の長さ、 360° のうちの一つの角度を等確率で抽出した方向に厳重に測量したものを原点とする、言わば、二重ランダムの方式をとることがより望ましい方法であろう。今回はこの方法を用いなかったが多少面倒でも地図上の点を原点とするときにはよい方法と思われる。

さて基点がきまれば後述の方法で基線を定め、その基線の右側に水平距離5m、長さ水平距離50mの矩形のプロットをとることにした。これにおちついた経緯は[2]を参照されたい。このプロットをとっておき、今後いろいろの検討を加えることが出来る様にした。なお基点からでるプロットの基線の方位は 360° のうちから等確率で(1° 間隔)一つの角度を抽出してある。



以上の様にして抽出された地点——500m離れた地点の番号はダッシュで示してある——は第1表の通りである。

なお、ここで一寸注意すべきは我々がさだめた地域内と外とを出入する野兎があるのではないかということである。たしかに存在することは考えられるが地域の広さ、地形と野兎の行動範囲(後述)からみて無視できる位のもの判断される——地域の広さが野兎の行動範囲と比べて狭少のときは問題となる——。

さて、プロットを定めればこの中に存在する野兎の足跡を測量し、作図することが調査の仕事となる。なお、このときプロット特性を記入しプロット内の足跡の有無、多寡の弁別要因たらしめようと試みた。調査は天候の事を考慮し、どこで打ち切っても分析可能な様に、岩谷口から石花に向って席捲する形で調査を行なった。結局は天候にめぐまれ全予定地点を調査することが出来た。

なお調査すべき足跡は「昨夜中についた足跡」である。この判定は容易であった。

第1表 標本地点のプロット設定方位及び測定された足跡長の表

sample 番号	α	足跡長	番号	α	足跡長	番号	α	足跡長	番号	α	足跡長
1	109°	12.9	29	277	58.3	1'	213	—	29'	336	—
2	106°	—	30	299	—	2'	117	—	30'	84	21.2
3	8	—	31	219	18.2	3'	1	—	31'	328	3.9
4	351	—	32	52	360.4	4'	317	—	32'	240	21.1
5	40	—	33	255	—	5'	215	10.4	33'	225	23.0
6	113	—	34	288	92.0	6'	300	—	34'	291	39.5
7	319	—	35	328	—	7'	169	—	35'	156	—
8	337	16.6	36	170	—	8'	176	—	36'	61	—
9	309	76.9	37	163	—	9'	265	65.7	37'	88	—
10	151	70.0	38	141	—	10'	134	—	38'	43	17.8
11	20	23.9	39	110	—	11'	213	—	39'	166	—
12	190	12.0	40	200	25.3	12'	315	31.2	40'	37	3.7
13	331	5.3	41	210	15.6	13'	238	—	41'	337	44.0
14	163	10.9	42	25	—	14'	120	53.0	42'	35	5.2
15	232	—	43	352	—	15'	323	—	43'	198	25.9
16	234	—	44	78	26.1	16'	290	—	44'	5	—
17	328	160.9	45	352	103.8	17'	233	26.1	45'	97	93.0
18	73	183.1	46	114	135.6	18'	80	—	46'	280	76.2
19	252	20.0	47	2	—	19'	322	23.5	47'	268	—
20	321	—	48	20	25.5	20'	338	—	48'	317	86.6
21	308	20.7	49	168	—	21'	279	—	49'	308	—
22	41	74.1	50	174	—	22'	198	149.2	50'	93	32.7
23	11	—	51	51	—	23'	295	—	51'	201	—
24	105	—	52	117	—	24'	195	5.4	52'	182	—
25	272	—	53	163	—	25'	130	—	53'	7	—
26	183	—	54	26	—	26'	210	—	54'	137	—
27	140	—	55	78	—	27'	18	19.7	55'	339	7.1
28	165	—				28'	140	—			

注 一印は足跡のない所 数字の単位 m (右側測定)

§3 足跡長の調査結果

足跡のあった地点は 47/110=43% であった (第1表に示す). 足跡の最も多かったのは 59本, 総延長の最も多かったのは 360.4m (50×5=250m²) である. 1地点当り総平均 22.1m (50×5=250m²), 1ha 当り 885 m, 足跡の存在した一地点当り 51.8m (50×5=250m²), 1ha 当り 2073m となる.

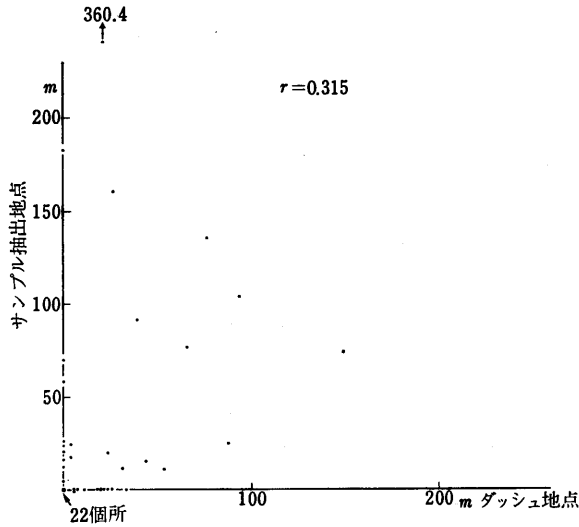
さて, 標本抽出であるからどの位の精度か計算してみなくてはならない. この前に, 等確率で抽出された本地点と組をなしてとったダッシュ地点との相関を検討してみることにしよう. 第2図の様になり, $r=0.315$ で殆ど問題にするほどの相関ではない. つまり $r=0$ とみなしても大きい影響はないものと考えられる. こうすると標本数として $n=110$ をとり, 単純等確率抽出の考え方で計算は可能となる.

さて, i 抽出地点内における野兎の足跡の延長—— j 日における——を x_{ij} とする. この x_{ij} は

$$x_{ij} = \alpha_i + \beta_j + \gamma$$

によってあらわされるとしよう. α_i は地点による寄与, β_j は調査日による寄与, γ は常数, ということにする. また, β_j は β_{ij} ではなく日のみの関数としておく (地点と日による寄与が独立であるとしておく). さらに, $\sum_i \alpha_i = 0, \sum_j \beta_j = 0$ としておく.

これらの仮定もそう無理からぬところである. さて i 地点の調査日 j_i は等確率で指定されるものとしてしよう. 実際は調査日は北から順次割り当てたが, 日と地点の関係が独立としてある



第 2 図

ので両者がランダムに組み合わせられたものとみてよい。

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_{ij}$$

x_{ij} は i 地点の j なる日の調査による測定値、 n は標本地点数とおく。さて我々の調査は

$$\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_i \sum_j X_{ij}$$

N は全地点数

T は全調査期日

を推定しようとするものである。

$$\sigma_x^2 = E(\bar{x} - \bar{X})^2$$

$$= \frac{\sigma_\alpha^2}{n} + \frac{\sigma_\beta^2}{n}$$

$$= \frac{1}{n} (\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2)$$

但し $\frac{N-1}{N-n} = 1$ と見做す。こうしても殆どかわりがない。

ここに σ_α^2 は地点間分散、 σ_β^2 は日間分散である。もしモデルが $x_{ij} = \alpha_i + \beta_j + \gamma + \varepsilon_{ij}$ とし ε_{ij} がついていても—— ε_{ij} は α_i と β_j とに独立、 ε_{ij} は誤差項——同様に上括弧内に σ_ε^2 (σ_{ij}^2 の全平均) を附加するだけでよい。

さてデータから

$$\frac{1}{n-1} \sum_i (x_{ij} - \bar{x})^2 = S^2$$

を計算すると前のモデルに従えば

$$E(S^2) = \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2$$

となるので、 S^2 により、 $\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2$ を推定する。こうすると精度は S^2/n によって推定できる。

$$S^2 = 2372.82$$

$$\sigma_x = S/\sqrt{n} = 4.6$$

$$\sigma_x/\bar{x} = 0.21$$

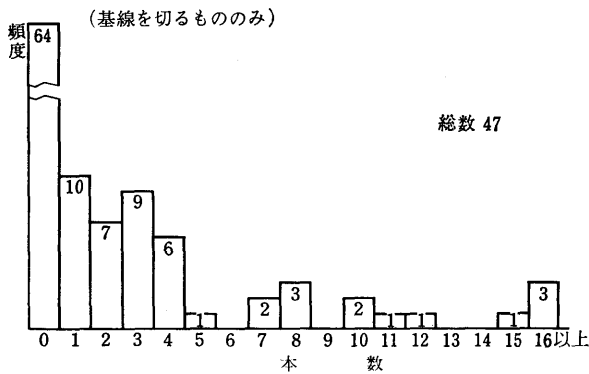
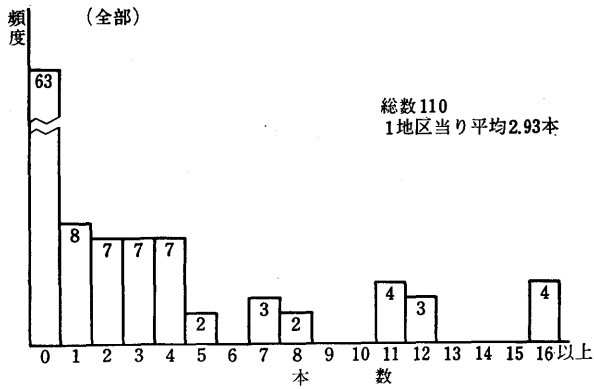
となるから、 \bar{x} のガウス分布が仮定できるので、95% の信頼度で ± 0.42 となる。結果は 1 ha 当り $885m \pm 372m$, 95% 信頼度となる。

さて、一羽の野兎が一夜にどの位あるくかは、まだ十分なデータはないが、これまで追跡し得たものから言えば 500m 内外と思われる。もしかりに 500m とすれば 1 ha 当り $885 \div 500 = 1.8$ となる。1 ha 当り 1.8 羽前後ではないかと推定される。我々のこの範囲の対象面積は 5577ha であるところから総数は約 10000 羽と推定される。この数は一羽の足跡追跡データを増加させることによってより正しいものになるう。

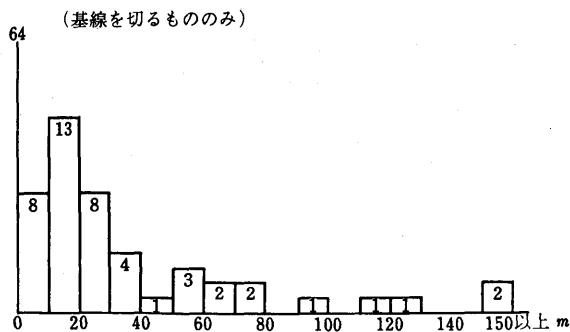
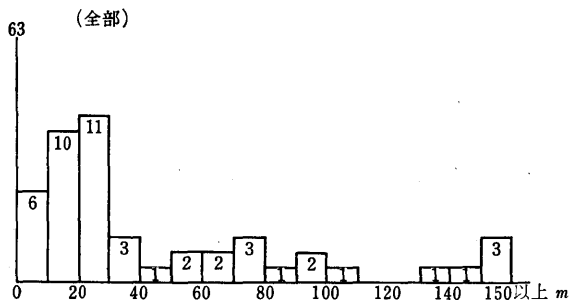
§4 足跡の分布

(i) 50m×50m 区劃内にある足跡本数の分布

この分布は第3図に示す様になる。(全部)のものについて分布をポアソン分布、ポリアーエッゲンベルガー分布で夫々当てはめてみたが、ポアソンは全くだめで、ポリアの方がよりよい。勿論ポリアとても非常によく当てはまっているわけではないが、許容でき得る程度のもので



第 3 図



第 4 図

ある。これはランダムに足跡が分布されているのではなく、存在するところにはかたまっている傾向があると言えよう (勿論同一の野兎の足跡が何回も数えられることがあるが、他の野兎もそこへきていることも亦多い)。

第 2 表

	χ^2 の値 = χ^2_{cal}	自由度	確率 $\chi^2 \geq \chi^2_{cal}$
ポアソン	591.34	5	0.0%
ボリア	8.82	4	7.4%

(ii) 50m×5m 区劃内にある足跡延長の分布

これは足跡の存在するもののみについて目盛ると第 4 図のようになる。全部のものについて全平均 51.8m 全標準偏差 63.7 である。

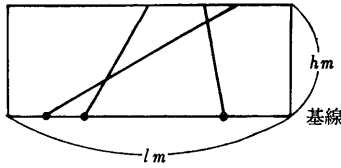
§ 5 足跡総延長推定のための新しいモデル

さきの論文 [1] § 4 において基線と交叉する点の軸から lh 区劃内に存在する (第 5 図) 足跡の総延長を出す式を出した。しかし、実際のデータとあわせてみたところ、検討を要することが解った [2]。そこで新しいモデルを考えてみることにした。この一部は [3] にすでに発表した。このモデルの利点は雑音的足跡を計算できることにある。[1] § 4 のモデルを [A モデル]、今のべるのを [B モデル] と名づけておこう。いずれにせよ存在する足跡 1 本の長さを推定する算式をつくることである。

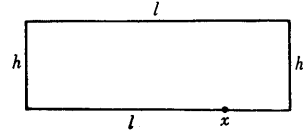
[B モデル]

これは [A モデル] と異った幾何確率の仮定をおいたものである。

矩形を考え、この矩形の周辺上の一点をとる確率が、4 周辺上で一様分布であるとする。つまり密



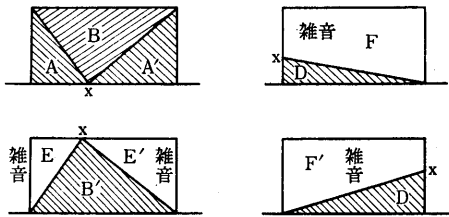
第 5 図



第 6 図

度函数を $\frac{dx}{2(l+h)}$ とするものとする。次に一点がとられたあと、足跡の出る方向は前の論文の [Aモデル] の場合と同様に内側に向って π の範囲内で一様分布で密度分布は $\frac{d\alpha}{\pi}$ とする。

第一に前と同様に雑音でない足跡の平均値の推定を行なってみよう。



第 7 図

積分はわけて行なう。平均 $\overline{\varphi(l, h)}$ は

$$\overline{\varphi(l, h)} = \int_R g(x, \alpha) \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi}$$

$$\left/ \int_R \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi} \right.$$

である。 $g(x, \alpha)$ は弦の長さをあらわす。 x はそれぞれの場合に応ずる位置をあらわすものとする。

R は雑音ならざる足跡の生ずべき範囲を示す。上述の而言え、 A, B, D, A', B', D' の領域である。これを実行してみると、 $(A, A'), (B, B'), (D, D')$ の括弧内は積分したものが同じになる。

$$R = A + A' + B + B' + D + D'$$

として、分子を計算してみると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2(l+h)\pi} \int_R g(x, \alpha) dx d\alpha = \frac{1}{2(l+h)\pi} \left\{ 2 \int_A + 2 \int_B + 2 \int_D \right\} \\ & = \frac{1}{2(l+h)\pi} \left\{ l^2 \log(\sqrt{1+(h/l)^2} + h/l) + lh(\sqrt{1+(h/l)^2} - h/l) \right. \\ & \quad - 4lh \log(\sqrt{1+(l/h)^2} - l/h) - 4lh(\sqrt{1+(h/l)^2} - h/l) \\ & \quad \left. + h^2 \log(\sqrt{1+(l/h)^2} + l/h) + lh(\sqrt{1+(l/h)^2} - l/h) \right\} \\ & = \frac{1}{2(l+h)\pi} \left\{ l^2 \log(\sqrt{1+(h/l)^2} + h/l) + h^2 \log(\sqrt{1+(l/h)^2} + l/h) \right. \\ & \quad + lh(\sqrt{1+(l/h)^2} - l/h) - 3lh(\sqrt{1+(h/l)^2} - h/l) \\ & \quad \left. - 4lh \log(\sqrt{1+(l/h)^2} - l/h) \right\} \end{aligned}$$

となる。

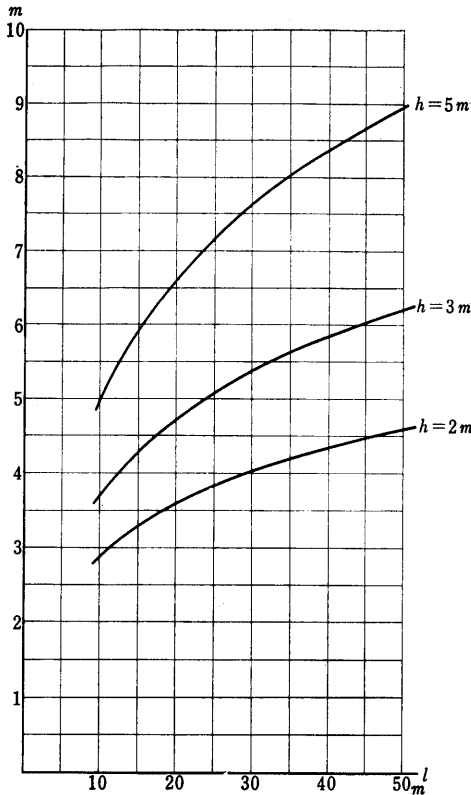
一方分母は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2(l+h)\pi} \int_R = \frac{1}{2(l+h)\pi} \left(2 \int_A + 2 \int_B + 2 \int_D \right) \\ & = \frac{1}{2(l+h)\pi} \left\{ 2l\pi - 2 \left(l \tan^{-1} \frac{h}{l} - h \tan^{-1} \frac{l}{h} \right) \right\} \end{aligned}$$

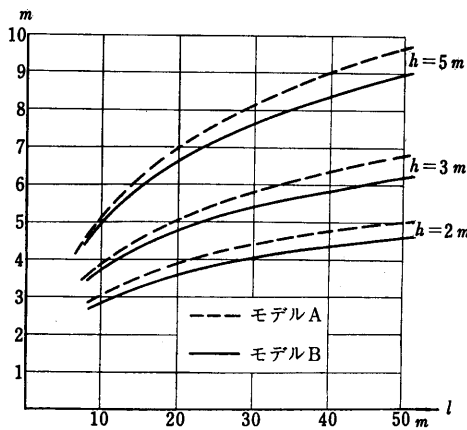
$$-h \log(1 + (l/h)^2) + l \log(1 + (h/l)^2) \}$$

となる。

これから計算した $\overline{\varphi(l, h)}$ をグラフ化すると第8図の通りになる。参考のため、[モデルA]の $\overline{\varphi(l, h)}$ との比較を第9図に示すが、[モデルA]の方がすべての l, h で約 10% 今回のものより多目に出ているのが注目される。



第 8 図



第 9 図

仮定の差によってこれだけ値の差が出たのである。かりに $l = 10m, h = 2m$ とすると今回の $\overline{\varphi(l, h)} = 2.86m$, 前回の $\overline{\varphi(l, h)} = 3.03m$ である。これだけの差が出てくるのである。

分散は

$$\begin{aligned} & \left[lh(3l+h) \left\{ 2l\pi + 2 \left(h \tan^{-1} \frac{l}{h} - l \tan^{-1} \frac{h}{l} \right) - h \log \left(1 + \left(\frac{l}{h} \right)^2 \right) + l \log \left(1 + \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right) \right\} - \overline{\varphi(l, h)}^2 \right] \end{aligned}$$

さて、このモデルを用いた時は雑音的足跡を計算することができる。前に示した図の白の部分 E, F, E', F' である。この領域を R^N で示す。雑音的足跡の平均の長さは、

$$\begin{aligned} \overline{\varphi^N(l, h)} &= \int_{R^N} g^N(x, \alpha) \frac{dx}{2(l+h)} \frac{d\alpha}{\pi} \\ & \int_{R^N} \frac{dx}{2(l+h)} \frac{d\alpha}{\pi} \end{aligned}$$

$g^N(x, \alpha)$ は雑音の弦の長さをあらわす。 x はそれぞれの場合に応じた位置をあらわすものとする。積分を実行してみると、 $(E, E'), (F, F')$ のそれぞれの括弧内は同じものになる。

$$R^N = E + E' + F + F'$$

として、分子を積分してみると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2(l+h)\pi} \left[l^2 \log(\sqrt{1 + (h/l)^2} + h/l) \right. \\ & \quad + lh(\sqrt{1 + (h/l)^2} - h/l) \\ & \quad + h^2 \log(\sqrt{1 + (l/h)^2} + l/h) \\ & \quad + lh(\sqrt{1 + (l/h)^2} - l/h) \\ & \quad - 4lh \log(\sqrt{1 + (h/l)^2} - h/l) \\ & \quad \left. - 4lh(\sqrt{1 + (l/h)^2} - l/h) \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2(l+h)\pi} \left\{ l^2 \log(\sqrt{1+(h/l)^2} + h/l) + lh(\sqrt{1+(h/l)^2} - h/l) \right. \\ \left. - 4lh \log(\sqrt{1+(h/l)^2} - h/l) - 3lh(\sqrt{1+(l/h)^2} - l/h) \right. \\ \left. + h^2 \log(\sqrt{1+(l/h)^2} + l/h) \right\}$$

となる。

さて、雑音とそうでないものの長さの比を出すのであるが、足跡が雑音になるか、ならぬかはやはり、位置と直線を引く角度に関係があるので、 x の位置と角度 α にもとづく確率を考慮しなければならない。

x が長方形の上上で一様分布、角度が π の内部で一様分布とすれば、雑音になる足跡の確率は $\int_{R^N} \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi}$ 、基線をよぎる足跡の確率は $\int_R \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi}$ となるから、基線をよぎる足跡に対する雑音の足跡の比——そうなる確率を含めての——を出してみると

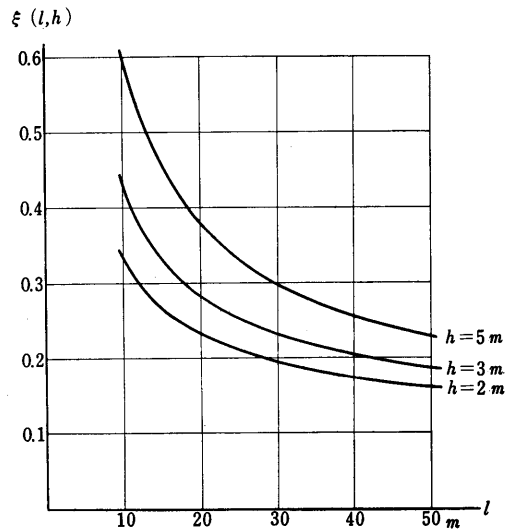
$$\frac{\overline{\varphi^{\setminus}(l, h)} \int_{R^N} \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi}}{\overline{\varphi(l, h)} \int_R \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi}} = \xi(l, h)$$

を得る。これは前に書いた式、 $\overline{\varphi^{\setminus}(l, h)}$ 及び $\overline{\varphi(l, h)}$ の分子の比になる。

これをグラフ化してみると第10図のようになり、 $l = 10m$, $h = 2m$ で33%と大きい。第10図でみる様に、この考え方に従うとき、 l が大なるほど、また h が小なるほど、 $\xi(l, h)$ は小なることが了解される。

さて、こうして計算される $\xi(l, h)$ は、近似的には (実査のときの雑音でない足跡の平均) × (その本数) に対する (実査のときの雑音の足跡の平均) × (その本数) の比をあらわすべきものであることは容易に知られる。つまり、発見される足跡の総本数を N とすると、 N が大のとき雑音ならざるものは $N \int_R \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi}$ に近く、雑

音になるものは $N \int_{R^N} \frac{dx}{2(l+h)} \cdot \frac{d\alpha}{\pi}$ に近

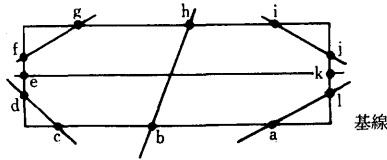


第 10 図

い筈である。したがって、本数に上に計算した平均の足跡長を乗ずれば、それぞれの足跡の総延長の推定が出るわけで、これらの比をとれば、これが $\xi(l, h)$ に対応することがわかる。

[モデル C]

これは幾何確率の仮定は同じであるが、雑音的足跡と言う考えを用いないで、すべての足跡の長さを計算しようとするものである。これは、第11図の様に、測量しながら或は基線を歩きながら区劃の周囲におけるすべての交点を数えようとするものである。一般に全交点の $1/2$ が区劃内にある足跡の本数となるのである。区劃内で途中で足跡のとまるもののみは上の考え方では工合がわるくなる——このようなものが1本あると全足跡数が奇数となり $1/2$ 本不足する——がこの様なものは殆どない。また、このモデルでも足跡は直線と考えているので区劃はあまり大き過ぎてはいけなしい、基線を測量し歩きながら四周の足跡との交点を測量することなく観測し得るためにも h は大であってはいけなしい。この方法は [B] モデルに比べて調査はやゝ面



第 11 図

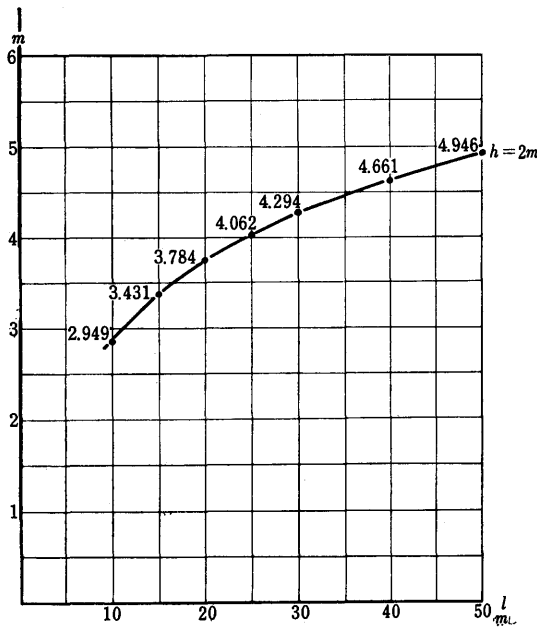
倒になるが雑音的足跡の推定もなくなり精度は向上するものと思われる。一本の足跡長の平均は、

$$\overline{\varphi(l, h)} = \int_{R+R^N} g(x, a) \frac{dx}{2(l+h)} \frac{da}{\pi} / \int_{R+R^N} \frac{dx}{2(l+h)} \frac{da}{\pi}$$

但し R, R^N は前述の [B モデル] のところで述べた記号である。計算を実行すると

$$\overline{\varphi(l, h)} = \frac{1}{\pi(l+h)} \left\{ l(l+2h) \log(\sqrt{1+(\frac{h}{l})^2} + h/l) + h(h+2l) \log(\sqrt{1+(\frac{l}{h})^2} + l/h) - h(\sqrt{l^2+h^2}-h) - l(\sqrt{l^2+h^2}-l) \right\}$$

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{2lh}{\pi} - \overline{\varphi(l, h)}^2$$



第 12 図

こうして求めた平均を l, h ($h=2, h=2m$ 以上は実際に一寸困難であるので $h=2$ のみとした) についてグラフ化しておけば便利である (第 12 図参照, 縦軸は $\varphi(l, 2)$).

§ 6 旧モデル：新モデルのデータによる検討

(i) 区劃 5m×50m について

足跡一本当りの平均値について比較しよう。

第 3 表

	雑音以外	雑音比*
調 査	7.51m	0.255
モデル A	9.7m	—
モデル B	8.9m	0.230

* 推定足跡の総延長/基線をよぎる足跡の総延長

これは一致度が悪いので敢てモデル C を計算しなかった。

(ii) 区劃 2m×25m

足跡一本当りの平均値について比較しよう。この場合は雑音と言う考えなしに存在する足跡についての比較である (第 4 表)。

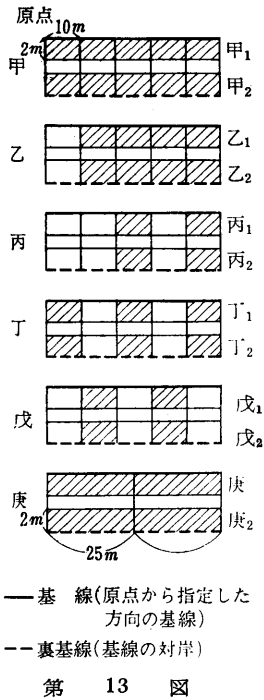
第 4 表

調 査	3.23m
モデル C	4.06m

このときも適合度はよくない。

(iii) 区劃 2m×10m について

この場合いろいろの取り方をした (第 13 図参照)。これは 2m×10m の区劃は独立に一つずつとったのではなく 5m×50m の区劃からつくりあげられたもので相互に関連性があると考えられたので、いろいろのとり方をして検討をほどこしたためである。平均値などにおいては、さして問題はないと考えられるが分散やモーメントとなると問題は残るとと思われる。



まず $h = 2m$ であるから基線側 (添字 1 をつける), 反対側 (添字 2 をつける) の 2 つがとれるのでそれから検討してみる。区劃のとり方を示す符号は第 13 図をみられたい。

まず基線側と裏基線側で $2m \times 10m$ 範囲内における一本当り長さを比較してみよう (第 5 表)。

第 5 表

	甲	乙	丙	丁	戊
1	2.94	2.97	3.12	3.02	2.81
2	2.99	3.02	3.02	2.98	3.02

両者 (基線側, 裏基線側) 間に顕著な差のないことがみとめられる。したがって, 各種区劃内における一本当りの延長を求めてみると次の様になる (第 6 表)。

第 6 表

	甲	乙	丙	丁	戊
平均長	2.97m	2.99m	3.07m	3.00m	2.91m
足跡本数	664本	515本	263本	412本	252本

区劃種別にみたとき大きな差のないことが了解される。平均値の間には差はないと考えてよかろう。次に分散を出してみると第 7 表の様になる。これでも著しい差はみられない。

第 7 表

	甲	乙	丙	丁	戊
分散	3.17	3.42	3.70	3.19	3.10

次にモデルとの比較をみよう。まず A モデル, B モデルで考える。

これによるとモデル A より B がかなりよいことがわかるが雑音延長比でとくにくいちがいの多いことがわかりモデル B の

行き方も適切でない様に考えられる (第 8 表)。

そこでモデル C にもとついて計算をしてみると第 9 表の様になる。

十分よい一致がみられた。この場合は, 基線を切る云々のことを用いないので一本の全平均 (前述の雑音をも含めて考える) だけのデータ比較となる。

以上が一本の長さの比較であるがこれをもとにして交点数を調査し (モデル B とモデル C とはデータのとり方が異なる) $\varphi(l, h)$ に乗じ (モデル B ではさらにこれに雑音比を乗じて雑音の総延長を出し加える, またモデル C では調査した交点数の $1/2$ を乗ずる) これから $1ha$ 当りの延長を算出してみよう (我々の調査では $(2 \times 10)m^2 \times 5 \times 110 \times 2$ — 110 はスポット数, 5 はスポット 5 ケ所, 2 は両側 — 内で交点数は 657×2 であるので本数は 657 となる。したがって $2.95m \times 657$ は $2.2ha$ の延長となる)。データの $1ha$ 当りは $5m \times 50m$ の実測のものを用いる。モデルをつかって行なう推定としては $2m \times 10m$ のもの, したがっていろいろのタイプ組分けによるものを用いてみる。

なお, $5 \times 50m$ の実測では $885m$, なお $2m \times 10m$ の実測では, 甲の方式で $895m$ となる。

これによるとモデル B はわるくモデル C は非常によい一致を示していると思われる (第 10 表)。モデル C による推定 $881m$ の誤差を計算してみると 95% の信頼度で $\pm 47m$ となる (モデル C による標準偏差は 2.01 となるので — 第 12 表を参照 — 変異係数 C は $2.01/2.95$ となるので相対精度は $2C/\sqrt{n}$, n は本数 — 交点の $1/2$ — となる。勿論 n が大なので, ガウス分布となるので 2 を用いた)。さらにデータのとり方としては甲方式で十分なことがわかった (甲方式によるとデータがよけいとれて望ましい)。尤も甲方式でとっておけばあとは自らデー

第 8 表

	一本当り 平均 (基線を過るもの)	雑音一本当り平均	(雑音本数) ÷ (基線を過る本数)	雑音延長比 = (雑音足 跡総延長) ÷ (基線を 過る足跡総延長)
甲	2.80	3.99	0.16	0.22
甲 ₁	2.79	4.08	0.13	0.19
甲 ₂	2.82	3.93	0.19	0.26
乙	2.78	4.23	0.17	0.26
乙 ₁	2.79	4.23	0.14	0.21
乙 ₂	2.77	4.24	0.20	0.31
丙	2.84	4.26	0.21	0.31
丙 ₁	2.84	4.84	0.16	0.28
丙 ₂	2.80	3.87	0.25	0.35
丁	2.84	3.90	0.17	0.24
丁 ₁	2.82	4.44	0.14	0.23
丁 ₂	2.87	3.52	0.21	0.25
戊	2.74	4.19	0.13	0.20
戊 ₁	2.75	3.38	0.11	0.13
戊 ₂	2.74	4.85	0.15	0.27
モデル A	3.03	—	—	—
モデル B	2.86	3.24	0.294	0.332

第 9 表

甲	2.97
甲 ₁	2.94
甲 ₂	2.99
乙	2.99
乙 ₁	2.97
乙 ₂	3.02
丙	3.07
丙 ₁	3.12
丙 ₂	3.02
丁	3.00
丁 ₁	3.02
丁 ₂	2.98
戊	2.91
戊 ₁	2.81
戊 ₂	3.02
モデル C	2.95

第 10 表

データのとり方	モデル B	モデル C
甲	1015	881
乙	973	857
丙	973	872
丁	1043	907
戊	973	845

第 11 表

甲 ₁	888
乙 ₁	870
丙 ₁	855
丁 ₁	890
戊 ₁	885

タとすることが出来る。また、ここでは両側をとったが実際の調査では基線側だけとることになるので、それでモデル C について比較してみた(第 11 表)。これによってみても、甲方式が安定しており、きわめてよい一致(888m)を示しており(実測: 885m)、甲方式で十分行けることがわかる。因に精度は 95% 信頼度で 881m±66m となる。なお、第 10 表、第 11 表をみても戊と戊₁をのぞき、全体的によく安定して居る——戊₁、は交点数が少くなる——ことが知られる。

ここでモデル C の妥当性がわかったが、もう少し突込んでモデル C による足跡長の標準偏

第12表

	分 散	標準偏差
甲	3.17	1.78
甲 ₁	2.95	1.72
甲 ₂	3.39	1.84
乙	3.42	1.85
乙 ₁	3.12	1.77
乙 ₂	3.67	1.92
丙	3.70	1.92
丙 ₁	3.59	1.89
丙 ₂	3.80	1.95
丁	3.19	1.79
丁 ₁	3.13	1.77
丁 ₂	3.26	1.81
戊	3.10	1.76
戊 ₁	2.70	1.64
戊 ₂	3.53	1.88
モデルC	4.035	2.01

差などの検討を加えてみることにした。

この理論値の標準偏差がデータと有意であるかをみるために4次のモーメントを計算した*。これから平均のまわりのモーメントは次により計算される。

$$\begin{aligned} \mu_4 &= E(x - \bar{x})^4 = E(x^4) - 4\bar{x}E(x^3) \\ &\quad + 6\bar{x}^2E(x^2) - 6\bar{x}^3E(x) + \bar{x}^4. \end{aligned}$$

データとあわせみるとときよく一致していることがわかる(第13表)。

第13表

	モデルC	甲	丁	戊
μ_4	100.5	90.53	86.89	100.40

これを用い分散の分散 $\sigma_{s^2}^2 = \sigma^4 \frac{\beta_2 - 1}{n}$, β^2 は尖度

$$\sigma_{s^2} = \sigma^2 \sqrt{\frac{\beta_2 - 1}{n}}$$

を計算してみる。

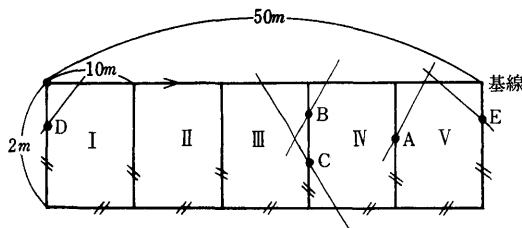
n は甲で664, 丁で412, 戊で252となるので夫々0.36, 0.51, 0.81となる。第12表の様にモデル

Cと実測の分散の差がモデル甲で0.87であるところからみてチェビシェフの不等式からみれば有意差があるとは言えない) なお, 甲のモデルにおいては, 相連続する区間をとっているので足跡の長さに関があるの, 厳密な意味で理論式——これは独立としている——のものとはあわないが一応の参考となろう, 丁, 戊のモデルでは独立に近くなると考えられる。

以上考えあわせてみるとモデルCにおいてかなり現実とよくあうものをつくる事が出来たと考えてよい。特に平均値においてよいものが出来たと考えられる。

以上をまとめてみると調査に当っては次の方式が望ましいものと考えられる。

- (i) データとしては基線を定め水平距離50mを歩く。その右側に水平距離2mの裏基線を想定する。基線10m歩くごとに右側水平距離2mの基線に対する垂直線を想定する。



注 # 印のあるのは想定線

第14図

こうして基線を含む2m×10mの区劃を想定し, 基線及び想定線と足跡と交叉する点をすべて記録する。このとき第14図の様に2mの想定線を切る交叉点では端末をのぞき2回数える。即ちA, B, Cは2回かぞえられD, Eは1回しか数えられない。即ちB, CはIIIとIVで, 共に数えられ, AはIV, Vでともに数えられることにする。かくして数えられた交点の総数を

* 2次のモーメントは前に示した。

$$\begin{aligned} \text{3次のモーメント} &= \frac{1}{\pi(l+h)} \left\{ \frac{2}{3}(h-l)(h^2+l^2)\sqrt{h^2+l^2} + \frac{1}{12}hl(h+l)\sqrt{h^2+l^2} - \frac{7}{6}\sqrt{h^2+l^2}(h^3+l^3) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}(h^4+l^4) + \left(\frac{l}{4}+h\right)l^3 \log\left(-\frac{h}{l} + \sqrt{\left(\frac{h}{l}\right)^2 + 1}\right) + \left(\frac{h}{4}+l\right)h^3 \log\left(-\frac{l}{h} + \sqrt{1 + \left(\frac{l}{h}\right)^2}\right) \right\} \end{aligned}$$

$$\text{4次のモーメント} = \frac{2lh}{3\pi} (l^3 + lh + h^3)$$

2で割る。水平距離 50m を歩き想定された 2m×10m 5 個の区割に関して、この数が $\overline{\varphi(l, h)}$ に乗すべきデータとなる。得られた数値は 100m² 内の足跡の総延長となる。

(ii) 区割のとり方は甲方式による

(iii) $\overline{\varphi(l, h)}$ としては ($l=10, h=2$)、モデル C による。

§ 7 足跡有無の弁別

ここでは、5m×50m の区割に足跡があったかなかったかを要因からどの程度判別できるかを見るために外的基準が分類である場合 ($T=2$) の数量化* を用いてみた。

とりあげた区割のもつ要因は次の通りであるが大別して 2 群に分けた。

第 1 群 海岸よりの距離、標高、地区、地形、方位、樹令、植生、鬱閉状態、人間の立入状況、手入れの工合、林道よりの距離

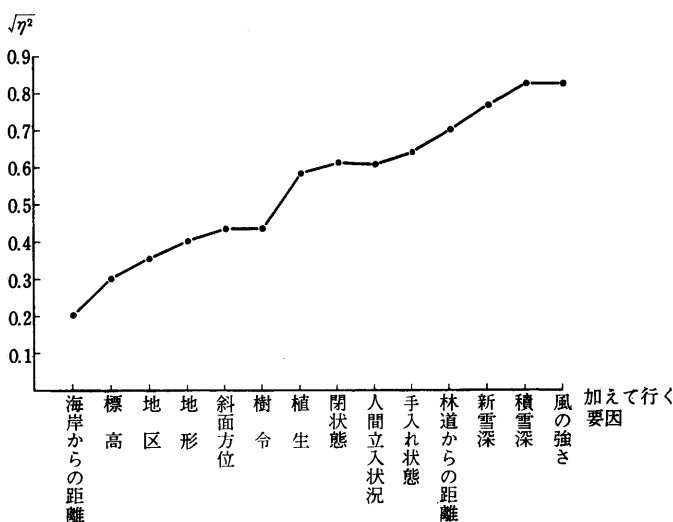
第 2 群 新雪深、積雪深、風の強さ

である。

なお、第 1 群は地利的なもので比較的安定しているもの

第 2 群は気象的なもので調査時により変動すると思われるもの

なお足跡のないところ 63、あるところ 47 であったので、あるところのものから 16 だけランダムに抽出して加えあわせて(ウェイトを乗ずる煩雑さをさけるためである) 63 とし両者同一の大きさにして計算を実行した。これは同一のウェイトとし弁別の様相を対等の立場ではつきりさせるためである。要因を 1 つ宛追加して行くとき相関比がどの様に増加するかを第 15



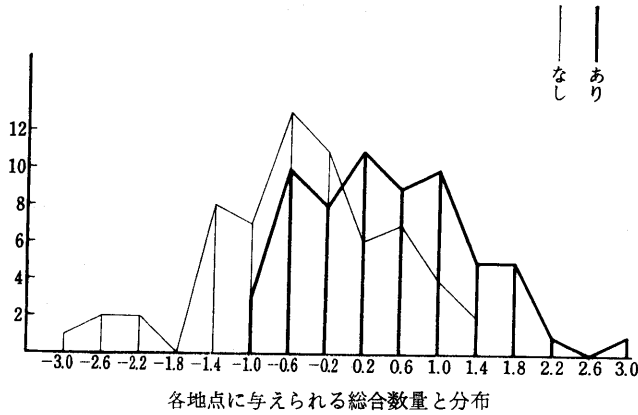
第 15 図

図に示した。

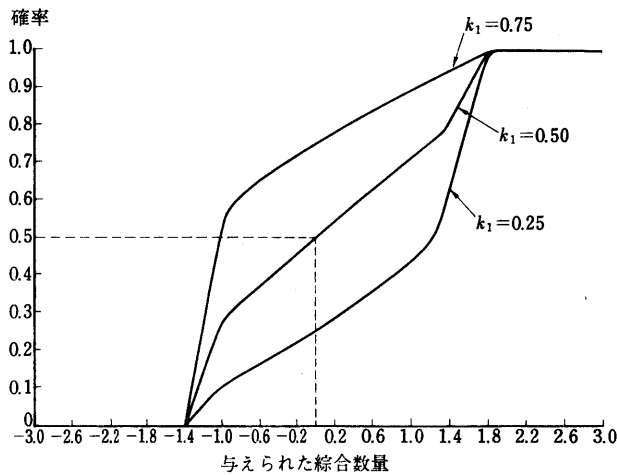
第 1 群の要因だけで $\sqrt{\eta^2}=0.7$ でかなり高く、全要因を用いたところで結局総関比は $\eta^2=0.64$, $\sqrt{\eta^2}=0.83$ となり、要因カテゴリーの総合数値をもとにしたとき、両群の弁別的中率(ミニマックス解、分割点 0) 約 70% を得た (第 16 図)。よいとは言えないが、かなりの予測が出来ることになる。ある地点を考えたとき、要因の反応カテゴリーから総合数値を求める。これで分割点以上だと「足跡有り」以下だと「足跡無し」と判定したとき足跡有無の比率がわからぬときミニマックスの考えでの中率は 70% ということになる。

さて、与えられた数量別の足跡の存在する確率(このとき足跡の有無を等頻度とした)を第

* 例えば、林、村山；市場調査の理論と実際、日刊工業新聞社刊 309 頁—315 頁参照。



第 16 図



第 17 図

17 図, $k_1=0.50$ に示す. 縦軸は存在確率, 横軸は与えられるべき数値, 曲線は平滑化したものである.

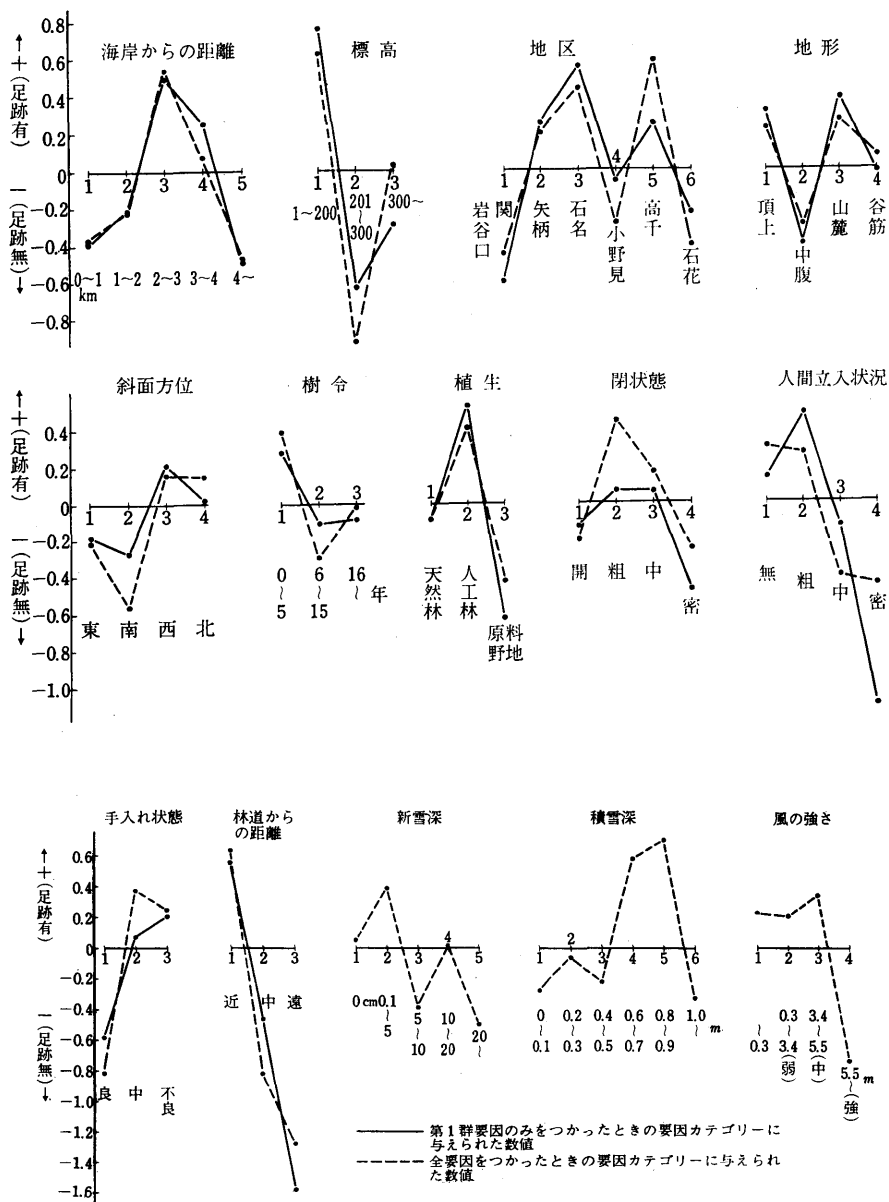
もし足跡の存在する相対頻度が夫々 k_1 (有), k_2 (無), $k_1 + k_2 = 1$ とすれば足跡の存在確率は k_1 別にみると第 17 図の様になる.

このとき要因, カテゴリーに与える数値は第 18 図の様になる. +が足跡の存在する方向である. 要因間に相関があり単純な要因カテゴリーの意味づけには問題があるが, 海岸よりの距離が遠く, 標高の比較的高いところには足跡は少い. 海岸に近すぎる所も少く, 海岸からやや遠い所に多い, 人工林, 幼令林のところが多い, 林道よりの距離が遠いところには足跡は少い. 手入れ状態の良くないところに足跡が多い, 人間の立入状況の少いところに足跡が多い, と云った傾向はよみとれよう.

なお総数推定のためには一羽の野兎足跡の追跡が残るが, これに関しては [7] にのべてあるが, いまだ十分のデータがなく, 今後検討を要する. 研究の焦点はここに移ったものと言うことが出来る.

参 考 文 献

[1] 林, 石田, 大石, 高田, 豊島, 堀口: 動く調査対象集団に対する標本調査について-I——野兎数推定をめぐって——統計数理研究所彙報 第14巻, 第2号, 63-86, 1966
 [2] 統計研・新大農野兎研究グループ: 野兎足跡調査——予備調査, その1, 野兎統報 No. 1, 1967.
 [3] 統計研・新大農野兎研究グループ: 野兎足跡総延長推定に関する一つのモデル, 野兎統報 No. 2, 1967, 10月



第 18 図

- [4] 林：野兎の生息数の推定——動く母集団に対する標本調査——北方林業，第22号，14-19，42年12月，
 [5] 高田，飯久保：佐渡における野兎棲息数の推定，山林，6月号，54-56，1968。
 [6] 林：野兎を救えたい，統計（日本統計協会），第19巻，第6号，13-22，1968。
 [7] 豊島，高田，飯久保，林，石田，飯塚，堀口，伊藤：佐渡における野兎（サドノウサギ）の生息数の推定，新潟大学農学部新潟農林研究 第21号，昭和44年3月。