

創立23周年記念講演会

昭和42年6月3日午後1時より創立23周年を記念して公開講演会が産経国際ホールで行われた。

| | | |
|----------------------|--------|-------|
| あいさつ | 所長 | 末綱 恕一 |
| 勘と統計 —ベイズ推論の立場— | 第1研究部 | 藤本 照 |
| 野うさぎを数える —動物集団の標本調査— | 第2研究部長 | 林 知己夫 |
| いろいろな選挙制度 —日本で試みたら— | 附属養成所長 | 西平 重喜 |

創立24周年記念講演会

昭和43年6月8日午後1時より創立24周年を記念して公開講演会が産経国際ホールで行われた。

| | | |
|------------------------------|-------|--------|
| あいさつ | 所長 | 末綱 恕一 |
| 情報の活用 —経験的ベイズ手法— | 第1研究部 | 鈴木 義一郎 |
| 世論調査は何を測っているか —回答のゆらぎの解析— | 第2研究部 | 鈴木 達三 |
| 未来の評価と計画 —マルコフ計画法とポテンシャル— | 第3研究部 | 渡辺 浩 |

創立25周年記念講演会

昭和44年6月7日午後1時より創立25周年を記念して公開講演会が産経国際ホールで行われた。

| | | |
|------------------|--------|--------|
| あいさつ | 所長 | 末綱 恕一 |
| ゲーム・偶然・ランダム系列 | 第1研究部長 | 松下 嘉米男 |
| 森林を測る —標本調査の問題点— | 第2研究部 | 石田 正次 |
| 統計からみた日本人の国民性 | 第2研究部長 | 林 知己夫 |

昭和 43 年度研究発表会アブストラクト

と き： 昭和 44 年 3 月 19 日，午前 10 時～午後 5 時

と ころ： 統計数理研究所講堂

あ い さ つ

所 長 末 綱 恕 一

昭和 43 年度第 1 研究部研究概要，その他

松 下 嘉 米 男

第一研究部の共通課題としては“動的決定問題”の研究を行っている。各研究室に所属する個人別には，共通課題の分担の研究と考えられるものと，研究室独自の性格のものがあるが，ある程度までの成果が報告されているものに限って，その題目を列挙すると，次のようになる。

○距離概念，アフィニティーに基づく決定方式。○多変量解析への適用。○多次元線型リグレーションモデル（以上松下）。○各種の補助的なデータのもつ情報の利用法。○修繕取替問題のいくつかのモデルについての研究（以上高橋）。○フィードバック系の統計的解析法。○Fast Fourier Transform を用いるスペクトル計算法。○ラグウィンドウの設計法（以上赤池）。○経験的ベイズ型決定問題（藤本，鈴木（義））。○ノン・パラメトリック推論（鈴木（義））。○多変量解析における固有根の分布論（早川）。○ベイズ推論における事前分布の扱い方に関する問題（藤本）。○情報理論と近似理論の研究。○確率過程の ε -エントロピー（以上加地）。

尚，研究は理論の論理的展開とその具体的適用性とを同時に考えて行うことを方針としている。

母集団に関する情報の推論への影響

高 橋 宏 一

ランダムサンプルにもとづく母集団についての統計的推論をおこなう場合に先験的に或いは経験的に母集団に関する情報をもっている場合——例えばパラメトリックな問題での制限されたパラメーター空間を扱うこともそうであるし，ノンパラメトリックな問題で分布が単峯とか対称とかわかっている場合，或はある % 値がわかっている場合など——その情報の価値は目的とする推論の性質に依存することはいうまでもない。如何なるタイプの情報が如何なるタイプの推論にどれだけ貢献するかを研究しておくことは，与えられたデータで最適な推論

形式を見出すという問題よりも，もっと積極的に推論の精度を高めるためには母集団の分布族をどのように制限する方向に進めばよいかといった問題に指針を与えてくれる。こうした研究の足がかりとして，ノンパラメトリックな場合にいくつかの % 値がわかっているということが母平均の推定にとってどんな意味でどれだけ役に立つのかを調べてみる。

固有根の分布（複素数の場合）

早 川 毅

時系列解析に表れる複素数正規分布にもとづく各種の統計量の分布について論ずる。複素数の一般化された Hermite 多項式，Laguerre 多項式は，

$$\begin{aligned} & \text{etr}(-T\bar{T}')\tilde{H}_\kappa(T) \\ &= \frac{(-1)^k}{\pi^{mn}} \int_U \text{etr}(-i(T\bar{U}' + U\bar{T}')) \\ & \quad \times \text{etr}(-U\bar{U}')C_\kappa(U\bar{U}')dU \\ & \text{etr}(-S)L_\gamma^\kappa(S) \\ &= \int_{R'=R>0} \tilde{A}_\gamma(RS)(\det S)^\gamma \\ & \quad \times \text{etr}(-S)\tilde{C}_\kappa(S)dS \end{aligned}$$

で与えられ，その Generating function，及び generating function との関係が得られる。

Hermite 行列の最大固有根の分布の導出に有用な変換として

$$S=U \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \nu \end{bmatrix} \bar{U}'$$

の Jacobian は

$$J(S \rightarrow \lambda_1, U, V) = \det(\lambda_1 I - V)^2$$

また， $X_{m \times n}$ ， $U \in U(m)$ ， $A = \text{diag}(\lambda_1 - \lambda_m)$ ， $L_{m \times n}$ ($LL' = I_m$) とするとき

$$X = UAL$$

の変換の Jacobian は

$$\begin{aligned} dX &= \frac{\Pi^m(m-1)}{\bar{\Gamma}_m(m)\bar{\Gamma}_m(m)} (\det A)^{n-m} \prod_{i=j}^m (\lambda_i - \lambda_j)^2 dA \\ & \quad d(U)d(L) \end{aligned}$$

で与えられる。

これらの結果を用いて、Non-central Wishart 行列 ($\Sigma = I_m$) の最大根、Trace の分布が一般化された Hermite 多項式を用いて Exact に表現される。

動的二標本問題

鈴木 義一郎

独立な観測値の系列 x_1, x_2, \dots, x_n が分布 $F(x|\theta)$ (θ は位置母数) に従う同一母集団から得られたものであるという帰無仮説に対し、 x_1, \dots, x_m は $F(x|\theta)$ からのものであるが x_{m+1}, \dots, x_n は $F(x|\theta')$ ($\theta' \neq \theta$) からのものであるという対立仮説を考えると、観測値の順序のもつ情報を有効に利用しなければならない。対立仮説が真の場合、 m はそのパラメーターが変化する時点を表わすからである。 m が既知なら通常の二標本問題に帰着されるが、 m の値が未知でその探索が目的となると、異なるタイプの統計量が必要になる。

$$d = \max_{0 < r < n} \left| \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r x_i - \frac{1}{n-r} \sum_{i=r+1}^n x_i \right|$$

という統計量は直感的に妥当であるが、かなり単純な分布の場合でも確率分布その他の解析が困難である。ランクで置き換えることも考えてみたが、J型やU型分析になるので好ましくない。 θ が既知ならば、統計量

$$m = \max_{0 \leq r \leq n} \left| S_r - \min_{0 \leq i \leq r} S_i \right|,$$

$$S_r = \sum_{i=1}^r (x_i - \theta), \quad S_0 = 0,$$

も妥当であろう。これについては、分布を多項分布で近似する等の使法により、有意水準や検定力の計算が可能になる。その他の有効で実際的な統計量に関しては目下検討中である。

フィードバック系の統計的解析

赤池 弘次

フィードバックのある系として次のようなものを考える。

$$\left. \begin{aligned} y(n) &= \sum_{m=1}^M a_m x(n-m) + u(n) \\ x(n) &= \sum_{m=1}^M b_m y(n-m) + v(n) \end{aligned} \right\}$$

$x(n)$ と $y(n)$ だけが観測されるものとしてこのような系の特性 $\{a_m\}$ $\{b_m\}$ を推定しようとする、 $u(n)$, $v(n)$ が白色雑音でない場合には通常の最小2乗法を利用することができない。

$u(n)$, $v(n)$ についてこれらが自己回帰過程であるという極めてゆるい条件を加えることの問題を実用的に解く方法が求められる。その一部は研究所の Annals vol. 20 に報告され、またその応用例は本年6月に IFAC で

報告される予定である。

この問題のさらにくわしい議論の結果は昨年9月の確率過程の工学的応用に関する日米セミナーで報告された。その結果によると、フィードバックのある場合に対して考案された推定法が、フィードバックの無い場合に自動的に良い推定量を与えることが示めされる。

これらの方法の基本的な考え方は、 $u(n)$, あるいは $v(n)$ を白色化するような変換と、 $\{a_m\}$ あるいは $\{b_m\}$ とを同時に推定することにある。

くわしい結果は Annals に報告される予定である。

拡散過程の ε -エントロピー

加地 紀臣男

有限次元分布に関する ε -エントロピーの公式を利用して拡散過程の場合の評価を得た。詳細は Research Memorandum No. 22, "On ε -entropy of diffusion process" を参照されたい。また馬場、井原両氏と協力し、 ε -エントロピーについての従来の研究を整理して「Gaussian process の ε -エントロピー」(確率論セミナー Seminar on Probability, vol. 29) にまとめた。

標本の混合に関する検定

藤本 照

$F_i(x) = P(X \leq x | \theta = i)$, $\omega_i = P(\theta = i)$ ($i=1, 2, 3$) とし、 (X_1, \dots, X_n) を $F(x) = \omega_1 F_1(x) + \omega_2 F_2(x) + \omega_3 F_3(x)$ からのランダム標本であるとする。ここで、

$$(1) \quad A_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} F_i(x) dF_j(x) - \frac{1}{2}$$

($i, j=1, 2, 3$)

とおき、

$$(2) \quad \hat{p}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_j(x) \quad (i=1, 2, 3)$$

を考えると、

$$(3) \quad \omega_k = \frac{1}{A} \left\{ (\hat{p}_i - \hat{p}_j) - A_{ij} \right\}$$

($i \neq j \neq k; i, j, k=1, 2, 3$)

は ω_k の不偏推定量である。ただし $A = A_{12} + A_{23} + A_{31} \neq 0$ とする。またこのとき、

$$(4) \quad P \left(|\hat{\omega}_k - \omega_k| \geq \frac{t}{A} \right) \leq 2 e^{-n t^2 / 2},$$

また $F_i(x)$ ($i=1, 2, 3$) に stochastic ordering を仮定できれば、

$$(5) \quad P \left(|\hat{\omega}_k - \omega_k| \geq \frac{t}{A} \right) \leq 2 e^{-2n t^2}$$

となる。

(3) は $0 \leq \omega_k \leq 1$ の任意の値の ω_k ($k=1, 2, 3$) に対して不偏であるので、 $F(x)$ からのランダム標本と考えた

(X_1, \dots, X_n) が確かにそのような複合標本であるのか、それとも任意2つの $F_i(x)$ からの複合標本であるのか、単独な $F_i(x)$ からの標本であるのかを検討するための検定が容易にできる。その手順は、(1) $\omega_k < \omega_0$ ならば $\omega_k = 0$ とする。(2) $\omega_k < \omega_0$ 且 $\omega'_k < \omega_0$ ならば $\omega_k = 0$ 且 $\omega'_k = 0$ とする。(3) その他のときは $\omega_k \neq 0$ ($k=1, 2, 3$) とする。即ち検本の混合に関する検定であるが、その評価は(4)、(5)と類似の形式で可能である。

[参考文献]

H. Hudimoto; On the empirical Bayes procedure (1), Ann. Inst. Statist. Math., vol. 20 (1968), 169-185.

× × ×

世論, 調査法, 選挙, 宗教

西平重喜

本年度は15年目の第IV次国民性調査の年であり、サンプリングからフィールドワークにおよぶ作業に参加し、引きつづき分析に着手している。

このほか世論調査の実施上の諸問題や、主として政治問題についての世論調査の研究を続けている。

今年度の科学試験研究費によって、宗教について国際比較をおこなうことができた。これについては目下とりまとめ中である。

選挙についても多面的な研究をつづけてきたが、特に西ヨーロッパの民主主義国の選挙の方法とその結果をとりまとめ、雑誌に連載したが、単行本として出版するため、原稿を既に引き渡した。

× × ×

昭和43年度第2研究部研究概要, その他

林 知己夫

第2研究部・他の部の有志は次の研究を行った。

(イ) 日本人の国民性の統計的研究(林, 鈴木(達), 青山, 西平を中心とするもの)

昭和28年を第1回として5年おきに行ない今年は第4回目となる。断面分析と共に15年の時間経過にもとづく意見の変化をもあわせて分析することが出来た。

(ロ) EFの調査(林, 鈴木(達), 西平を中心とするもの)

マスコミの効果に関する研究として29年来連続し、EF XXX(春), EF XXXI(秋)の2回の論査を行ない、分析した。

(ハ) 社会現象のモデル化の研究(林, 鈴木(達), 野田, 青山, 西平を中心とするもの)

昨年のデータの分析を行った。

以上のほか、科学試験研究費によるものとして岐阜市において国民性のパネル調査、海外調査の準備としての

留め置き法による国民性調査法の検討を行った(上記メンバー)。

私としては、統計数理に関する基礎、数量化の研究——距離と次元に関する研究、分類における数量化の研究——、回答誤差の研究、動く母集団における標本調査の問題(石田, 新大農・演習林と共同)——野兎・家兎に関する総数推定の研究、雉の総数推定法の研究——、森林調査の問題(石田と共同)——森林調査と幾何確率の問題——、政治意識に関する統計的研究——特に年令との関係に関して——、選挙予測に関する研究(朝日新聞世論調査室)——参院選挙の予測と分析、衆院選のための分析——、語彙調査の統計的表現(志村, 駒沢, NHK文研と協同)、医学における統計的諸問題(駒沢, 日本医大木村内科, 順天堂大眼科, 日循協, 東鉄保健管理所, 慈恵医大第1内科, 日立中研と協同)、市場調査における統計的諸問題を研究した。

Bayes and minimax estimation methods for the optimum decomposition of a sample space

野田一雄

統計問題において統計量と相対して標本空間の分割とすることが考えられるが、ここでは一般的な制約条件のもとでの目的関数を設定し損失関数を導くことによって、これを最小にする分割を標本空間の最適分割とよぶことにした。通常では分布は未知であるために、その分布の属する族を一般的に定め(分布の型は要求しない、つまりノン・パラメトリックな立場に立つ)、別に事前情報を得ることによって先述の損失関数から導かれる危険関数をミニマイズする決定方式を考えた。その場合、分布族に先験分布が与えられる場合はそのベイズ解を、そうでない場合はミニマックス解を求める。ここでは、それらの存在と表現を求め、更に ϵ -弱近似および弱一致性を考察した。この方法の具体的な展開としては、広く統計問題の種々の分野、例えば選別、予測、分類、層別等の最適領域決定に適用され、それらの応用法を示した。

「国民性の研究」その他

鈴木達三

本年度は研究室として従来から継続しているマスコミの効果の調査(東京23区の定期調査)の30, 31回目を5月と11月に実施したほか、「国民性調査」の全国調査(昭和38年度に引続き4回目にあたる)を秋に実施した。このほか「社会現象の統計的モデル化の研究」、「態度の構造分析の研究」を進めた。東京定期調査の結果および「モデル化の研究」についてはそれぞれ数研レポート、彙報に発表されているので、ここでは「国民性の研究」の調査結果について、二、三のべることにする。

今回の調査は全国200地点、標本数4000を層別3段階抽出法により抽出し、面接調査法により調査した。調査

項目は従前からの継続質問、(4回継続のもの16項目, 3回11項目)を主にし、一部新質問を追加した。調査の回収率は76%である。

4回の調査に共通している質問項目の結果から、ここ15年間における意見の推移をみると、前回までにみられた傾向(10年間の推移の傾向)とはほぼ同様の模様を示しており、より一層はっきりした推移を示すものも多いが、一部では複雑な様子を示しているの、さらに細かい分析が必要である。

Galton-Watson 過程の極限定理

今井晴男

離散パラメータ t の Galton-Watson 過程で、分枝箇数の平均 m が1より大きい場合を考える。 n は m^t と同じ程度の値とする。世代 t において、プロセスが継続しているとの条件の下で、箇数が n である条件付き確率の t が大きい時の漸近的な形と、収束の程度を求めた(平均が1より大きいときは条件付きでなくても本質的には同じ)。

この種の極限定理は、連続パラメータのマルコフ分枝過程についてすでに得られている。離散パラメータの場合は、組合せ的に幾分異なる形になる。とくに離散パラメータの Galton-Watson 過程が、マルコフ分枝過程に埋込める場合には、Čistyakov の結果(Teor, Verogat., 1957)と一致する。

通信網における交信障害の統計的解析

樋口伊佐夫

準ミリ波帯の無線伝送において、降雨による雑音障害と、その対策としての通信路切替という問題を背景として、つぎの研究を行った。

- (1) 多中継のときの雑音相関(分布のたたみ込み)
- (2) 切替え効果の統計的把握
- (3) 雨域の移動という考え方にたつての地点雨量のデータから区間雨量の推定方法
- (4) 区間雨量の区間相互間の相関の推定法
- (5) 降雨と雨域の統計的モデルの設定
- (6) 降雨モデルによる通信網における雑音障害のモンテカルロ法的シミュレーション
- (7) 通信網における通信路切替え効果の検討法

これらのうちの完成した部分については近く彙報に発表の予定。

分布の相関について様々な接近

柳本武美

本年度は分布の相関について、(i) 分布の相関の大小

と rank correlation との関係(阪大丘本氏と共同研究)、(ii) 相関の measure とそれに関連した性質について、主に研究した。共に逐次公表する予定である。さらに(i)に関連して、新しい正の相関をもつ分布族の研究、及び解析的に refine し具体的な分布との関連を調べる事も行なっており、近々まとめる事を期している。

同時にいく分試行錯誤的ではあるが、他の面からもアプローチも試みている。特に変量に順位づけが妥当でない場合の相関の把握、二次元の分布の二標本問題に関心がある。

具体的な成果は、当研究所の雑誌及び学会、研究会で発表する。

Partially stable な分布とその domain of partial attraction

清水良一

$0 < |a_j| < 1, j=1, 2, \dots, n, |a_1|^\alpha + \dots + |a_n|^\alpha = 1, \alpha > 0$ として、関係式、

$$(1) \quad \varphi(t) = \varphi(a_1 t) \cdots \varphi(a_n t)$$

を満足する特性関数 $\varphi(t)$ は、 $a_1 = \dots = a_n > 0$ の場合は、P. Lévy によって、また一般の場合は筆者によって完全に決定された(A. I. S. M. Vol. 20 (1968) pp. 187-209)。これらはすべて無限分解可能であるが、 $\log |a_j| / \log |a_j|$ のどれかが無理数のとき、指数 α の安定な分布になる。

無限分解可能な分布 G は、空でない domain of partial attraction をもつ。すなわす分布 F と実数列 $\{A_n\}, \{B_n\}$ があって、 $X_n, n=1, 2, \dots$ が独立で分布 F に従うとき、

$$(2) \quad \frac{X_1 + \dots + X_n}{B_n} \rightarrow A_n$$

の適当な部分列が G に収束する。(2) そのものの分布が G に収束するためには、 G が安定分布であることが必要十分である。 $|a_j| = e^{-\rho k_j}, j=1, \dots, n, \rho > 0$ と書いて、 k_1, \dots, k_n が互いに素な正整数のとき、 F が(1)を満足する分布の domain of partial attraction に属するならば、実数列 $\{B_n\}$ があって、 $x > 0, n \rightarrow \infty$ のとき、

- (i) $1 - F(x) + F(-x) > 0, \quad (ii) B_n \rightarrow \infty$
- (iii) 高々可算個の x を除いて $(1 - F(B_n x)) / (1 - F(B_n)) + F(-B_n x)$ が収束、
- (IV) すべての整数 p にたいして、
 $(1 - F(B_n) + F(-B_n)) / (1 - F(B_n e^{p\rho}) + F(-B_n e^{p\rho})) \rightarrow e^{p\rho}$

が成り立つ。逆に F が (I) ~ (IV) を満足し、(IV) の収束が、 p について一様であるとき、 F は (1) を満たす分布の domain of partial attraction に属する。なお、一般の一次式、

$$a_1 X_1 + \dots + a_n X_n$$

の極限分布について何がいえるかが興味ある問題である。

待行列の有無によりサービス時間の分布が異なる, M/G/1 型の待合せモデル

植松 俊夫

通常の待合せモデルでは, 窓口で与えられるサービスの時間分布は, その窓口に着いて何時も一定と仮定される。然し応用上はこの制限をゆるめた, より一般化の一つとして, 待行列の有無によってサービス時間の分布が異なってもよいモデルを, M/G/1 型の待合せの場合について取上げる事にする。

即ち M/G/1 型の待合せモデルを仮定し, 但しその場合サービス時間の分布について次の仮定をする。即ち $H_a(x), H_b(x)$ を $0 \leq x < \infty$ 上での任意の(但し $H_a(0+) < 1, H_b(0+) < 1$ とす) 分布函数とする時, 任意の客につきその受けるサービス時間は, この客がサービスを受け始めた時点に於いてこの客の後に待行列が無いか有るかに従い, $H_a(x)$ 又は $H_b(x)$ に従って分布するとする。

この待合せモデルに対して, 系の transient な諸相を論じる事ができる。そのうち以下では特に busy period を取上げてみる。

今 X を busy period, $G(x)$ をその分布函数とし, その Laplace-Stieltjes 変換を $\Gamma(s)$ とする。この $\Gamma(s)$ を定める事を考える。そこで X を busy period の一番初めにサービスを受ける客のサービス時間, ν を X の間に到着した客の数とすれば

$$(1) \quad G(x) = \int_0^\infty P\{X \leq x / X=u, \nu=0\} \times P\{\nu=0 / X=u\} dH_a(u) \\ + \int_0^\infty P\{X \leq x / X=u, \nu=1\} \times P\{\nu=1 / X=u\} dH_a(u) \\ + \sum_{j=2}^\infty \int_0^\infty P\{X \leq x / X=u, \nu=j\} \times P\{\nu=j / X=u\} dH_a(u)$$

であるが, $j \geq 2$ の場合, $X=u, \nu=j$ なる条件の下では, X は, 適当な互に独立な確率変数 $X^{(1)}, X_1^{(2)}, \dots, X^{(2)}_{j-1}$ を導入する時,

$$(2) \quad X = u + X_1^{(2)} + \dots + X^{(2)}_{j-1} + X^{(1)}$$

とかける。ここに $X^{(1)}$ は分布函数 $G(x)$ をもち, 又サービス時間の分布が $H_b(x)$ の通常の M/G/1 型の待合せモデルでの待時間の分布函数を $K(x)$ とすると, 各 $X^{(2)}_i$ は, $K(x)$ を分布函数にもつ確率変数である。この他に, 客の到着がポアソン過程 (intensity を λ とする) である事を考慮する時, (1), (2) を使って

$$(3) \quad \Gamma(s) = \frac{A(s) \psi_a(s+\lambda)}{A(s) + \psi_a(s+\lambda) - \psi_a[s+\lambda(1-A(s))]}$$

が得られる。ここに $\psi_a(s)$ は $H_a(s)$ の Laplace-Stieltjes 変換, 又 $A(s)$ は $K(x)$ の Laplace-Stieltjes 変換で, これは通常の M/G/1 型の待合せモデルの理論に於て知られている。

多次元集中曲面について

田口 時夫

集中曲線について多次元化され研究は一般に見られない。

これは例えば non-zero mean をもつ連続な密度関数 $f(x, y)$ に対して

$$X = F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(\xi, \eta) d\xi d\eta \\ Y = \frac{1}{\mu_x} \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y \xi f(\xi, \eta) d\xi d\eta \\ Z = \frac{1}{\mu_y} \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y \eta f(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

と置いた時その間に成立する関係

$$A(X, Y, Z) = 0 \quad (1)$$

によって定義出来る。

一方平均差は二次元の場合

$$A_{xy} = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \\ \times \left| \begin{matrix} \xi_1 & -\xi_2 & \xi_3 & -\xi_4 \\ \eta_1 & -\eta_2 & \eta_3 & -\eta_4 \end{matrix} \right| f(\xi_1, \eta_1) f(\xi_2, \eta_2) f(\xi_3, \eta_3) \\ \times d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 d\xi_3 d\eta_3 \quad (2)$$

と定義出来る。

もし x, y が正值であるとすれば (1) から

$$\frac{\partial Y}{\partial X} \geq 0, \quad \frac{\partial Z}{\partial X} \geq 0, \quad \frac{\partial Z}{\partial Y} \leq 0 \quad (3)$$

が得られ又独立な確率変数に対しては

$A(X, Y, Z) = 0$ は X 軸に関して凸となる。

(1) の基本的性格は体積要素

$$g(u, v) = g(u, v; x, y) = \int_{-\infty}^u \int_{-\infty}^v \left\{ \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y \right. \\ \times \left. \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ \xi & x & \xi_2 \\ \eta & \eta_1 & \eta \end{matrix} \right| f(x, \eta_1) f(\xi_2, y) f(\xi, \eta) d\xi_2 d\eta_1 \\ \times d\xi d\eta \quad (4)$$

によって決定される。

例えば, 曲面とある平面の囲む体積 V は

$$V = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty |g(x, y)| dx dy \quad (5)$$

であり又 (2) に与えた平均差は

$$A_{xy} \geq 6 \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty |g(x, y)| dx dy \quad (6)$$

である。

又 V, A_{xy} に関係のある相関指数を与えることが出来る。

以上は分散が発散するような歪み形分布に対して特に有効である。

又三次元以上についても同様な結果を得ることが出来る。

統計モデルによる天然林の生成過程 と施業に関する研究

石田 正次

一般に森林の生成過程に関する研究は非常に長期的な測定を必要とするためにデータに乏しく、詳細な分析をすることは困難である。特に天然林についてはこの問題に関しほとんど手がつけられていない状態である。本研究は統計モデルによって、天然林の生成過程を再現し、有機的な施業の方針を確立しようとするものである。つまり、

$$\frac{dv_i}{dt} = a_i v_i - \sum_j \beta_{ij} v_j^2 + \varepsilon_i$$

但し v_i : 単木胸高直径、樹高又は材積
 a_i, β_{ij} : 常数
 ε_i : 偶然の変化 (病, 虫, 風害など)

を基本の式とし、その常数項を実測から推定して、天然林の時間変化を追うことがその目的である。このモデルのための基礎データは従来のものと、北海道トムラウシ、シミケツ調査、九州えびの地区調査を利用する。なおこの調査は文部省総合研究費によるものである。

× × ×

昭和 43 年度第三研究部研究概要, その他

青山 博次郎

第 1 研究室ではリスト処理に関する研究、広義逆行列に関する研究、Flow のスペクトル解析についての研究を行い、第 2 研究室では物理現象と生物現象における確率モデルの研究、シミュレーションのための乱数の研究、農作物病害対策の統計的研究を行った。また第 3 研究室では動的最適化法について研究を行っていた渡辺浩室長の転出に伴い、多賀保志が室長となったが、10 月から 1 年間文部省在外研究員としてストックホルム大学に出張中である。この室では最適計画法に関する諸研究、非線形計画法についての計算法などの研究が行われ、田辺国士は 1 月ハワイ大学におけるシステム科学に関する第 2 回国際会議に出席した。

指導普及室では、日常業務の他に種類の数の推定、マルコフ分枝過程の研究を行った。

また第 3 研究部では「最適計画法の研究」について本年度文部省科学研究費 (一般研究) を受け、次年度に亘り研究を進めることになった。これについては、数値計画法、統計的推測における最適計画法、最適平面配置計画法、遺伝情報とシミュレーション、マルコフ計画法に亘り分担研究が行われている。

われわれの研究室ではこれをうけて、最適平面配置計画法を推進し、新聞記事のレイアウトを題材としてアイ・カメラ及び面接調査による読者の見出しの見方を調べ、一方また整理関係記者のもつ記事に対する価値尺度をも調査し、新聞記事の最適配置のための効果関数の設

定を目指している。

また昨年に引き続き都市における地形災害の研究として前年度行った横浜市南区における航空写真利用の分析結果とを比較検討し、次年度の本格的な研究調査の準備研究を行った。

Flow スペクトル解析, その他

窪川 義広

(1) flow のスペクトル解析

(T_t) をルベグ空間 (Ω, \mathcal{B}, m) 上の可測な flow とする。flow (T_t) のエルゴード性、弱混合性は $L_2(\Omega)$ 上のユニタリ作用素 $U_t : (U_t f)(\omega) = f(T_t \omega)$ のスペクトルによって定まることが知られている。即ち flow (T_t) がエルゴード的であるのは、 U_t の固有値 1 が単純であるときそのときに限る。又 (T_t) が弱混合であるのは、 U_t のスペクトルが、 $L_2(\Omega) \ominus C$ で連続であるときそのときに限る。ところが混合性に関してはこの様な形のもの知られていないようである。これに関して次の様な結果を得た。 (T_t) が混合性をもつか否かは、 $L^2(\Omega) \ominus C$ における U_t の maximal spectral measure により決る。詳細は発表予定である (*). 尚表題と関連して、flow (T_t) の Hellinger-Hahn 分解に生ずるスペクトル測度の考察も行っている。

(*) 「flow (T_t) の混合性のスペクトルによる特徴付け」

(2) 可測変換の不変測度

(Ω, \mathcal{B}, m) を確率測度空間、 T を Ω より Ω 上への 1 対 1、非特異可測変換、 (T_t) を非特異可測変換の可測なし径数群とする。 m と同値な T -不変、 (T_t) -不変測度が存在するのはどのような場合だろうか？ T -不変有限測度については多くの結果が知られているが、 (T_t) -不変有限測度については全然知られていないようである。 (T_t) -不変有限測度について、 T -不変測度について各々若干の結果を得た。これらは (2) (3) の論文名で発表予定である。又以前より周知な T -不変有限測度の存在の定理の間の直接証明という一つの open-problem に対して一つの解を得た (1)。尚これについては九大の浜地氏等も他の方法による解を得ていることを後ほど知った。

- (1) Boundedness of a measurable transformation and a weakly wandering set.
- (2) Remarks on finite invariant measures for one-parameter group of measurable transformations.
- (3) Finite and infinite invariant measures for a measurable transformation.

広義行列のアルゴリズム

渋谷 政昭

C. R. Rao (SANKHYA, A, '67) 等は必ずしも正則、正方でない行列にたいする広義逆行列 generalized in-

verse を以下のように定義している。A を $m \times n$ 複素行列とすると $n \times m$ 行列で次のような諸条件を満たすものの集合を考える。X* は転置共役を表わす。

- (1) $AA^{-1}A = A$
- (2) $AA\bar{A} = A, (AA\bar{A})^* = AA\bar{A}$
- (3) $AA\bar{m}A = A, (AA\bar{m}A)^* = AA\bar{m}A$
- (4) $AA\bar{A} = A, A\bar{A}AA\bar{A} = A\bar{A}$
- (5) $AA^*A = A, A^*AA^* = A^*, (AA^*)^* = AA^*, (A^*A)^* = A^*A$

(2), (3), (4) は (1) の部分集合で互に素でなく、必ずしも他に含まれない。そうして (2), (3), (4) の共通部分が (5) の A* でこれは一意である。これらの集合およびその他の幾何学的性質とアルゴリズムを調べる。

順序を利用した層別 Sampling について、その他

脇本和昌

(1) 順序を利用した層別 sampling について

昨年度から高橋宏一さん（第一研究部）と共同研究で考えているもので、目的とする測定が相当困難であるが、大小の比較判定はある程度容易である場合に、その順序に関する情報が推定の精度にどの程度寄与するかといった問題についていろいろな結果を出した。

これは順序という補助情報を用いた層別 Sampling と考えることができ、この見方からもいろいろと検討をおこなった。

詳細については

“Annals of the Institute of Statistical Mathematics” Vol. 20, No. 1, p. 1-32 (1968)

“日本統計学会会報, 1968 年度”

に記載している。

(2) 球面上の Sampling Technique について

積分領域が球面上である積分計算を Monte Carlo 法で求める場合とか、球面と考えられる部分からの Sampling においては球面上の Sampling Technique を考えることが必要である。

ここでは上記問題を

$$\theta = \int_S f(P) d\sigma; S \text{ は球面}$$

の推定とみなして、推定の精度をよくするための層別 Sampling, Antithetic Sampling について特に 2 次元矩形領域と球面を対応させることによって考えた。

但し Monte Carlo 法の場合は球面上の乱数の発生とも合わせて考えた。

(3) 母出現率の一様性に関する 2 つの検定法について

空間的（地域的）に一様に現われるかどうかの検定法については、X* 検定法、コルモゴロフの方法などが考えられているが、ここでは特に次の 2 つの一様性の検定に

ついて考えた。

1) 球面上での一様性の検定

これは Unit vector の Randomness に関する検定の 1 つで球面上のどの部分かにかたよりのあるかどうかを、Unit vector の和の長さの分布を利用して検定する方法である。またサンプルが多い場合は、等分割により X* 検定もできることを示した。これ等に関連したものとして R. A. Fisher, G. S. Watson などの研究がある。

2) 多次元矩形領域における一様性の検定

2 次元矩形領域においては、各 Sample points を球面上に射影することにより (1) で用いた Unit vector の和の長さの分布を用いて検定することができる。このとき多少の工夫は必要とする。

また 3 次元以上になった場合でもこれに類似した方法が考えられる。

大動脈硬化指標の試作について

駒沢勉

臨床上動脈硬化症は現在重要な疾患であり、また脳血管損傷、心臓など重要臓器死の原因でもありながら、現在までその診断、検査法は確立されていない。従来は、臨床症状、心電図、眼底所見、血清化学、X 線学的検査など間接的、定性的な判断方法であった。これらの判断情報から動脈壁の硬化度を知るには極めて困難である。我々は動脈硬化症の診断法として脈波伝播速度 (P. W. V) が動脈管壁の弾性と内圧に深く相関すること、病理学的硬化進展過程とも密接な関係があることを基礎実験研究によって立証してきた。一方、動脈管壁の硬化度の指標となる脈波伝播速度の定量的測定法を確立した。更に進んで、生体における大動脈脈波速度測定の自動計測化によって、経験者でなければ困難な計測、判定過程を簡便なデータ処理方法の確立により一般化する事を試みた。

Mutation の確率モデルについて

崎野滋樹

forward mutation, reverse mutation を考えた。age に関係した確率モデルについては、既に彙報 16 巻 1 号に発表した。ここでは、上に述べた結果から消滅確率を導こう。t = 0 で 1 コの正常細菌から出発したとき、t 時点で正常細菌数 X(t) = x, 変異体数 Y(t) = y なる確率 P_{xy}(t) の p. g. f. F が近似的に微分方程式

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \lambda F = \lambda e^{\alpha(1-q_1)F} \quad (1)$$

を満足している。ただし、α は平均分裂個数を、p₁ = 1 - q₁ は forward mutation の確率をあらわす。この微分方程式から、X(t), Y(t) の同時分布の p. g. f. F

を求め、更に消滅確率の漸近的性質

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \frac{1}{e^a - a} \quad (2)$$

を導いた。

非線型計画法, その他

田 辺 国 士

1) 非線型計画法

非線型の制約条件の下で、非線型の目的函数の極値を求める一般的なアルゴリズムを開発、FORTRAN IV に CODING した。

2) CLASSIFICATION

類別の問題のベイズリスクを分布間のある種の距離で評価した。

3) ある種の情報量

ある確率変数が他の確率変数に対してもつ情報量を定義し、他の情報量との関係を調べた。

種類 (クラス数) の推定

志 村 利 雄

いくつか (有限又は可算無限) の種類に分割されているような集合 $V = \bigcup_{m=1}^{\infty} M_m$ (M_m は同一種類のものからなる集合) からランダムサンプリングで大きさ N のサンプル (X_1, X_2, \dots, X_N) を抽出したとき、何種類あるかを推定する問題を取扱う。すなわち、

$$d_N = \sum_{m=1}^{\infty} \left[1 - \prod_{i=1}^N (1 - x_m(X_i)) \right]$$

x_m は M_m の indicator

を問題にするわけである。この問題と、無限次元多項分布のパラメーターの中和の推定問題との関係について調べた。