

# 昭和 42 年度研究発表会アブストラクト

とき： 昭和 43 年 3 月 21 日， 午前 10 時～午後 5 時

ところ： 統計数理研究所講堂

あいさつ

所長 末綱 恕一

昭和 42 年度第 1 研究部研究概要，その他

松下嘉米男

変換群で不变な分布

松原 望

可測空間  $(\Omega = \{1, 2, \dots, r\}, \mathcal{B} = 2^\Omega)$  の  $n$  重直積  $(\tilde{\Omega}_n, \tilde{\mathcal{B}}_n)$  に  $T_\tau(i_1, \dots, i_n) = (i_{\tau(1)}, \dots, i_{\tau(n)})$  ( $\tau \in \mathfrak{S}_n$ ) で 1-1, onto な変換を入れる。 $\Sigma = \{T_\tau; \tau \in \mathfrak{S}_n\}$  で不变な分布  $\sigma$  は、 $\sigma(\cdot) = \sum_{\pi_i \in \tilde{\mathcal{P}}_n} m_i \pi_i(\cdot)$  ( $m_i \geq 0$ ,  $\sum m_i = 1$ ) とかける。ここに、 $\tilde{\mathcal{P}}_n$  は  $\Sigma$ -不变な  $(\tilde{\Omega}_n, \tilde{\mathcal{B}}_n)$  上の分布  $\sigma$  の convex family の extremal elements がなす subfamily である。即ち、

(i) 各  $\sigma$  は  $\tilde{\mathcal{P}}_n$  上での離散分布  $\{m_i\}$  による平均。

(ii) 集合  $\tilde{\mathcal{P}}_n$  は、 $\Sigma$  による transitivity で  $\tilde{\Omega}_n$  を類別した空間  $\tilde{\Omega}_n/\Sigma$  と 1-1 対応がつく。

(iii) 従って、 $\tilde{\mathcal{P}}_n$  を  $\tilde{\Omega}_n/\Sigma$  と同一視すれば、対応する  $\{\hat{m}_i\}$  によって、

$$\sigma(\cdot) \sum_{y \in \tilde{\Omega}_n/\Sigma} \hat{m}_i \pi_i(\cdot \cap \eta^{-1}(y)) \quad (\eta: \text{標準写像})$$

(iv) (ii) から、 $\tilde{\mathcal{P}}_n$  の元の個数  $l(n, r)$  は  $(1-t)^{-r} = \sum_{n=0}^{\infty} l(n, r) t^n$  によって、enumerate される。

一般に、 $(\Omega, \mathcal{U}_a)$  を第一可算公理をみたす compact Hausdorff 空間、 $\mathfrak{G} = \{g\}$  をその上の自己位相同型のなす群で、近傍保存 ( $gU_a(x) = U_a(gx), \forall g, a, x$ ) なるものとする。また、 $(\Omega, \mathcal{B})$  をその上の Borel 空間、 $(\Omega, \mathcal{B})$  上の  $\mathfrak{G}$ -不变な確率分布  $\sigma$  の convex family を  $\mathfrak{M}$ 、その extremal elements の subfamily を  $\mathfrak{N}$  (いわゆる ergodic measure) とする。 $\mathfrak{M}$  は explicit に construct できる。さらに、

$$\sigma(\cdot) = \int \nu(\cdot) \mu(d\nu) \quad (\mu \text{ は } \mathfrak{M} \text{ 上の分布})$$

と書ける。即ち、

(I) 各  $\sigma$  は  $\mathfrak{M}$  上での分布  $\mu$  による平均。

(II) 集合  $\mathfrak{M}$  は、 $\Omega/\mathfrak{G}$  と 1-1 対応がつく。

(III) 従って、 $\mathfrak{M}$  を商空間  $\Omega/\mathfrak{G}$  と同一視し、対応する  $\mu$  によって、

$$\sigma(\cdot) = \int_{\Omega/\mathfrak{G}} \nu(\cdot \cap \eta^{-1}(x)) \mu(dx)$$

と書いてよい。

(IV)  $\mathfrak{M}$ 、従って  $\Omega/\mathfrak{G}$  の濃度もわかる。

$\mathfrak{M}$  よりも、 $\Omega/\mathfrak{G}$  の方が構造が明確なので、この表現方法が有力になることがある。(例えば invariant decision) なお、コンパクト性の仮定は重要である。それによって、次のことが保証される。

(a)  $\sigma(\Omega) = 1$  ( $\sigma \in \mathfrak{M}$ )

(b)  $\hat{\mu}$  が必ず定まる。(しかも一意に)

(c)  $\Omega/\mathfrak{G} \leftrightarrow \mathfrak{M}$  が 1-1.  $((\Omega, \mathcal{U}_a) \text{ 内の Cauchy フィルター } \mathfrak{F} = \{F; \hat{\nu}_e(F) = 1, F \subset \Omega/\mathfrak{G}\})$  が一点に収束する。なお、 $\hat{\nu}_e$  は  $e \in \mathfrak{E}$  から  $\mathfrak{F}$  によって  $\Omega/\mathfrak{G}$  に入れた測度  $e$  から導かれた外測度。)

また、可算公理は measure theory を使うために、仮定した。

ある逐次決定問題について

鈴木雪夫

通信工学における detection problem は、信号と雑音の混じったものが受信される場合に、ある信号が実際に送られているか否かを判断するという問題である。この問題を決定理論の立場から定式化してみた。

$\{\epsilon_i\}$  を独立で同一分布  $N(0, \sigma^2)$  に従う確率変数列、 $\{\theta_i\}$  を同時分布が既知又は未知の確率変数列とする。確率変数列  $\{\tilde{x}_i\}_{i=0,1,\dots}$  が  $\tilde{x}_i = F_i(\tilde{\theta}_0, \dots, \tilde{\theta}_i, \epsilon_i)$  によって定義されるものとする。ここに、 $\{F_i\}$  は既知の関数列とする。 $\{\epsilon_i\}, \{\tilde{\theta}_i\}$  は観測不可能であり、 $\{\tilde{x}_i\}$  のみが観測可能であるとする。問題は、時点  $v$  までの  $\{\tilde{x}_i\}$  の観測値  $x_0, \dots, x_v$  に基づいて、 $\theta_v$  のとった値  $\theta_v$  が何かを見出すことである。

この問題を,  $\{\theta_\nu\}$ ,  $\sigma^2$  が既知の場合, および, 両者が未知の場合について論じ, ベイズ決定方式を求めた。また, 事前確率が未知のときの経験的ベイズ決定方式, また, 見方を変えて, 事前確率の存在を認めない立場からの接近—非ベイズ的接近—についても考えた。

特別な場合として,  $x_\nu = \sum_{i=0}^r \alpha_i \tilde{\theta}_{\nu-i} + \tilde{\epsilon}_\nu$ ,  $\nu = 0, 1, \dots$  を考えた。ここに,  $\alpha_0, \dots, \alpha_r$  は既知とし,  $\{\tilde{\theta}_\nu\}$  としては  $p$  をパラメータとするベルヌーイ過程を考えた。

### Hermite 多項式と根の分布

早川 肇

多変数解析の分布論を取扱うとき, その密度函数を多項式の級数展開を使用すると便利である。ここでは行列を変数とする Hermite 多項式を

$$\text{etr}(-TT') H_\kappa(T) = \frac{(-1)^k}{\pi^{m/2}} \int_U \text{etr}(-2iTU') \text{etr}(-UU') C_\kappa(UU') dU$$

で定義するとき,

$$(i) \quad H_\kappa(T) = (-1)^k L_\kappa^{n/2-p}(TT')$$

$(L_\kappa^{n/2-p}(TT')$  は Laguerre 多項式)

(ii) 生成母函数は

$$\begin{aligned} & \int_{\sigma(m)} \int_{\sigma(n)} \text{etr}(-SS' + 2H_1 TH_2 S') d(H_1) d(H_2) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\kappa} \frac{H_\kappa(T') C_\kappa(SS')}{k! \binom{n}{2}^k C_\kappa(I_m)} \end{aligned}$$

等が与えられ。Non-central Wishart 分布を Hermite 多項式表現ができる。これを用いると Max-noot の分布, Trace の分布等が容易に表現できる。

この方法を複素行列の Hermite 多項式, Laguerre 多項式に拡張できる。

### A general class of empirical Bayes decision problems

鈴木 義一郎

$(X_n, Y_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , を確率变数の組の独立な系列とする。 $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}$  をそれぞれ  $X_n, Y_n$  がとりうる値の集合,  $Y_n$  の確率分布は  $\eta_n$ ,  $Y_n = y$  を与えたときの  $X_n$  の条件付分布は  $\nu(\cdot; y)$  で与えられるものとする,  $n = 1, 2, \dots$ .  $A$  をある適当な空間とし,  $A \times \mathfrak{Y}$  上に函数  $w(a; y)$  が定義されている。 $\mathfrak{X} \rightarrow A$  への可測写像  $d = d(x)$  を決定函数と呼び,  $d$  の集合を  $D$  と書く。

$\mathfrak{Y}$  上の確率測度の全体を  $H_0 = \{\eta\}$  と表わし,  $D \times \mathfrak{Y}$ ,  $D \times H_0$  上に次のような函数を定義する。

$$r(d, y) = \int_x w(d(x), y) \nu(dx; y),$$

$$r_1(d, \eta) = \int_y r(d, y) \eta(dy).$$

$H_0$  上の任意の系列  $\eta = \{\eta_n\}$  に対し, 順次

$$\eta_n^{(0)} = \eta_n, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$\eta_n^{(i)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \eta_k^{(i-1)}, \quad n = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots,$$

なるものを定義する。ある  $i_0$  に対し

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta(\eta_n^{(i_0)}, \eta) = 0$$

となる  $\eta \in H_0$  が存在すると仮定する。ただし,

$$\delta(\eta_1, \eta_2) = \sup_{d \in D} |r_1(d, \eta_1) - r_1(d, \eta_2)|, \quad \eta_1, \eta_2 \in H_0$$

任意の  $d \in D$  に対しても

$$w_n^{(0)}(d) = w(d(X_n), Y_n), \quad n = 1, 2, \dots$$

$$w_n^{(i)}(d) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n w_k^{(i-1)}(d), \quad n = 1, 2, \dots, i = 1, \dots, i_0,$$

なる確率变数を定義すると,

$$E[w_n^{(i_0)}(d)] = r_1(d, \eta_n^{(i_0)}).$$

一般に  $\eta_n^{(i_0)}$  に関する情報が完全には与えられていないので, 標本  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  よりそれを推定しなければならない。 $w$  や  $\mathfrak{Y}$  に関する若干の制約条件のもとで

$$(*) \quad \delta(\hat{\eta}_n, \eta_n^{(i_0)}) \xrightarrow{\text{Pr.}} 0$$

となる推定量  $\hat{\eta}_n$  を利用して

$$r_1(\hat{d}_n, \eta_n^{(i_0)}) - \inf_{d \in D} r_1(d, \eta_n^{(i_0)}) \xrightarrow{\text{Pr.}} 0$$

なる性質を有するランダムな決定函数の系列  $\{\hat{d}_n\}$  を構成することができる。さらに, ある種の場合には, (\*) の条件を満たす推定量を実際に求めることができ, その収束の速さまで評価できる。その際には, 推定量  $\hat{\eta}_n$  の属する空間が  $H_0$  の中とは限らないので, 函数  $r_1(d, \eta)$  や距離  $\delta$  の定義域等を, 有符号測度の全体  $H$  まで拡張しておく等の修正が必要である。

### 低域フィルターの設計

赤池 弘次

時系列の統計的解析の多くの問題は何らかの形の低域フィルターの利用と密接に関係している。この低域フィルターの評価と設計について一般的かつ実際的な方法を与えることがこの研究の目的である。

周波数応答函数  $SD(f)$  を持つようなフィルターについて次の量を定義する。

$$\text{HWIDTH} = \frac{2}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1 - \tilde{\chi}D(f)}{f} \right|^2 df}$$

$$\text{CUTOFF} = \left( \frac{3 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |\tilde{\chi}D(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{\chi}D(f)|^2 df} \right)^{1/2}$$

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{\chi}D(f)|^2 df.$$

HWIDTH はフィルターの低域での忠実度と関係し、CUTOFF は高域での特性と関係する。ここで CTP = CUTOFF/P, PTH = P/HWIDTH とすると、それぞれのフィルター（の族）に (CTP, PTH) を対応させることにより、フィルターの全体を (CTP, PTH)-空間のある集合としてとらえることができる。この空間に低域フィルターの“良さ”を表現する半順序を導入することによって“良い”フィルターの集まりを規定することができる。フィルターのインパルス応答を有限時間長についてフーリエ級数近似を行うことにより、この“良い”フィルターの形を数値的に求めることができる。更にこの集まりの中からある意味で“最良”なものを求めることができる。

この結果はスペクトルウインドウの設計とも直接関係し、筆者が以前提案したウインドウがこの“最良”なものに近いことが確認された。

詳細は数値計算の結果も含めて Annals of the Inst. of Stat. Math. に発表される。

### 一次元拡散過程の $\epsilon$ -エントロピー

加地 紀臣 男

$n$  次元確率変数

$X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  の  $\epsilon$ -エントロピー  $H_\epsilon(X)$  は、 $X$  が密度函数  $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$  をもち、

$$h(X) = - \int p(x_1, \dots, x_n) \log p(x_1, \dots, x_n) \times dx_1, \dots, dx_n$$

が存在するとき

$$(1) \quad H_\epsilon(X) = \frac{n}{2} \log \frac{1}{\epsilon^2} + \frac{n}{2} \log \frac{1}{2\pi e} + h(X) + o(\epsilon) \quad (\epsilon \rightarrow 0)$$

で与えられる。

無限次元確率変数  $X = (X_1, X_2, \dots)$ 、ただし  $EX_i = 0, EX_i X_j (= \sigma_{ij}^2) = a \delta_{ij} i^{-k}$  ( $a > 0, k > 1, i, j = 1, 2, \dots$ )、がガウス確率変数のとき

$$(2) \quad H_\epsilon(X) = C \epsilon^{-2/(k-1)} + o(\epsilon^{-2/(k-1)})$$

が知られているが、ここでは十分大きいすべての  $n$  について  $(X_1, \dots, X_n)$  の密度函数とそれらの微分エン

トロピーが存在するものとして（これは便宜的な仮定である。）、(1) を利用して非ガウス確率変数について  
 $H_\epsilon(X) = O(\epsilon^{-2/(k-1)}) \quad (\epsilon \rightarrow 0)$

が成立つことを述べる。

それには (1) の  $h(X)$  を  $X$  が同じ共分散をもつガウス変数の場合で上から評価しておき、

$$n = \left[ \left( \frac{k-1+\alpha}{k-1} \right)^{1/(k-1)} \frac{1}{\epsilon^{2/(k-1)}} \right] \text{次元の確率変数 } (X_1, \dots, X_n) \text{ をとれば}$$

$$H_\epsilon(X) \leq H \sqrt{\epsilon^2 \sum_{i=n+1}^{\infty} \sigma_i^2} = \text{const.} \times \frac{1}{\epsilon^{2/(k-1)}}$$

が導かれる。

ところで確率微分方程式

$$dX(t) = f(t, X(t)) dB(t) \quad (0 \leq t \leq T)$$

の解——一次元拡散過程—— $\{X(t)\}_{0 \leq t \leq T}$  の  $\epsilon$ -エントロピーは  $H_\epsilon((X_1, X_2, \dots))$ 、ただし  $X_i$  は Karhunen-Loëve 展開の係数、に等しい。このとき  $EX_i^2 \sim ai^{-2}$  が容易に確認されるから、上記のことより

$$H_\epsilon(X(t))_{0 \leq t \leq T} = O(\epsilon^{-2}) \quad (\epsilon \rightarrow 0)$$

を得る。

文中の諸定義等については

K. Kazi, “Kolmogorov’s  $\epsilon$ -entropy of some Gaussian processes”, Ann. Inst. Statist. Math., vol. 19, (1967), 479~503.

を参照されたい。

### 経験的 Bayes の方法について

藤 本 照

確率変数  $X$  はあらかじめ指定された有限個の分布関数  $F_1(x), \dots, F_r(x)$  のいずれかをもつものとする。また各  $F_\theta(x)$  はランダム・パラメター  $\theta$  に依存し、 $P(\theta=i) = \omega_i$  ( $i=1, \dots, r$ ) とする。

$\omega' = (\omega_1, \dots, \omega_r)$  が未知のとき、 $\omega'$  の推定に、  
 $F(x) = \sum_{i=1}^r \omega_i F_i(x)$  からのランダム標本  $(X_1, \dots, X_r)$  が利用可能だとする。

$$\hat{\omega}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n F_i(X_k)$$

を考える。すると  $F(x)$  に関する  $\hat{\omega}_i$  の期待値は

$$\epsilon \hat{\omega}_i = \sum \omega_j \int F_i(x) dF_j(x), \quad i=1, \dots, r.$$

そこで  $A_{ij} = \int F_i(x) dF_j(x) - \frac{1}{2}$  とおく。 $A_{ij} = -A_{ji}$  また

$$\omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_r \end{pmatrix}, \quad \hat{p} = \begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \vdots \\ \hat{p}_r \end{pmatrix}$$

$$A = \left( A_{ij} + \frac{1}{2} \right); (r \times r)\text{-行列}, i, j = 1, \dots, r$$

とすると、 $\omega$  の不偏推定量は、 $|A| \neq 0$  であれば

$$\hat{\omega} = A^{-1}\hat{p}$$

より得られる。多くの場合に  $|A| \neq 0$  が期待できるが、試みに  $r=3$  の場合を示すと、

$$|A| = \frac{1}{2}(A_{12} + A_{23} + A_{31})^2.$$

したがって  $A = A_{12} + A_{23} + A_{31} \neq 0$  ならば、

$$\hat{\omega}_1 = \frac{1}{4} \{( \hat{p}_3 - \hat{p}_2 ) + A_{23} \},$$

$$\hat{\omega}_2 = \frac{1}{4} \{( \hat{p}_1 - \hat{p}_3 ) + A_{31} \},$$

$$\hat{\omega}_3 = \frac{1}{4} \{( \hat{p}_2 - \hat{p}_1 ) + A_{12} \}$$

となる。

×      ×      ×

### 選挙、世論、調査法

西 平 重 喜

昭和 42 年度も引きつづき選挙、世論、調査法の研究に重点をおいてきた。選挙については、ヨーロッパ各国の選挙の実態について、オリジナルなデータから分析を始め、イギリス、フランス、西ドイツ、イタリア、ベルギーについて、戦後の選挙の分析は一応させた。この結果をまとめて発表するための原稿も 7 分通り出来上がった。なお、その抜書きを「法律時報」43年 4 月号から 5 回位連載することになっている。

日本の選挙については、各種の選挙方法を採用した場合の試算をおこなった——「朝日ジャーナル」42 年 9 月 10 日号、「統計通信」11 号。

世論についても、欧米との比較を試みている。

調査法については、林、鈴木達三氏ほかとの共同研究をしている。パネル調査のマージナルの数字は安定しているが、個人の意見の変動性、一般にパネル調査が不正確で信頼できない点など、従来の研究発表や結論をさらに確認することができた。なお、よりよい質問の作成についての組織的研究に着手している。

×      ×      ×

### 昭和 42 年度第 2 研究部研究概要、その他

林 知 己 夫

第 2 研究部では、第 1 研究室が中心となって従来続けてきた EF 調査の研究を同様に継続させ、EF XXVIII, EF XXIX と言う 2 回の調査を春秋に行ない分析を行なった。

昨年度から企画した「社会現象のモデル化」の研究（林、青山、西平、鈴木（達）、野田）をつづけ、第 2 回目の調査を第 1 回目調査と同一人に対して行なった。それらを対応づけることによって、回答誤差の種々相を明らかに出来るので、その立場からいろいろな分析を行なっている。また、パネル調査を通して調査員の良否を判定することも行なっている。

私の研究室としては、数量化、予測の研究を実証的に行なうと共に、サンプリング調査法、とくに動物集団に対する調査法、誤差の多いデータから妥当な情報を引き出す方法論、態度構造分析の方法論、統計数理の基礎に関する研究を行なっている。具体的に言えば、数量化の新しい方法の開発、数量化の方法論をさらに妥当なものにする様に試みると共に、「多次元データの一次元化乃至は、より少数の次元に縮退せしめること、比較判断データの多次元的展開」の妥当性ある方法論の講究、統計数理の基礎としての社会現象のモデル化についての研究、回答誤差の取扱いとそのモデル化による解明に関する研究、選挙予測モデルの変更（朝日新聞社世論調査室と協同）、形状推定（パターン認識）のためのサンプリング理論の研究、動く母集団、特に野兎の個体数推定の方法論・野兎の生態に関する統計的研究（特に、石田研究室、新潟大高田・豊島の両氏、新潟県庁、林業試験場北海道支場の上田、柴田の両氏と協同）、政党支持に対する態度構造の統計的分析、医学統計の諸問題（日医大木村内科、東大小林内科、慈恵医大吉村教室、順天堂大学中島眼科、日立中研、日立システムエンジニアリング、循環管研協、日本循環協、車鉄保健管理所、大蔵省印刷局病院などと協同）、とくに心電図・心音図による患者（正常を含む）の分類及びその自動化機構の研究（特に健康管理におけるスクリーニングに関して）、不整脈の自動計測、心重量と心電図との関係、人の健康的予後予測の問題、健康管理における諸計測データの取扱い上の問題点、眼の構造に関する統計的分析、血圧の継年変化の分析、動脈硬化における病理と生体データとの関連性、甲状腺分泌状況をめぐる問題の数量化による分析、血液凝固をめぐる統計的諸問題、その他政治意識の研究（東大池内、京極、水原、田中、与論科学協会牧田、加留部、計量計画研究所の水野、統数研田口の諸氏と協同）、事故の OR 的分析（国鉄運転局、国鉄技研と協同）、マスコミ調査に関する諸問題（NHK 等）市

場調査における統計的諸問題（各機関と協同）に関する研究、官庁における調査と分析に関する諸問題の援助を行なった。

### 事前情報にもとづく最適選別法

野田一雄

集団の中から、ある標識 X（多次元）を利用して、別の標識 Y（1 次元）についての平均（選別された部分集団の中で）を最大にする選別問題を考えるとき、回帰関数が既知であれば最適な選別法が一意的に定まることは知られている。しかし、一般には回帰関数は未知であるために、そのような場合（X, Y）についての事前の情報をもとにして、最適な選別法を求めるなければならないが、われわれは決定関数の理論を用いてその問題を解決した。

### 「社会現象の統計的モデル化の研究」 その他

鈴木達三

研究室として 42 年度は前年に引きつづき、「社会現象の統計的モデル化の研究」の研究調査を行ない、その一環として、質問紙法による面接調査データの信頼性を問題とし、10 月から 11 月にかけ、42 年 3 月に行なった全国調査のパネル調査を実施した。これに関連して 6 月には、東京で質問文に対する吟味調査をおこない、43 年 2 月～3 月にかけて山梨で、パネル調査に関する吟味調査を実施している。

このほか、マス・コミュニケーションの効果の統計的研究で東京における定例調査を継続しておこなっており、本年は 6 月に第 28 次調査、12 月に第 29 次調査を実施した。

また本年度は、「態度の構造分析に関する統計的研究」に対して、科学研究費（試験研究）が交付されたので、所内からは、鈴木（達）（代表）のほか、多賀、野田の両氏、所外から大塩（都立大）、奥田（東洋大）、片岡（広島大）、飽戸（埼玉大）、加留部（与論科学協会）の各氏の参加を得て、質問紙法による態度測定の問題ならびに態度の構造分析の手法に関する問題を種々の観点から検討していくことにし、8 月に東京でプリテストを行ない、引き続き 43 年 2 月にはパネル調査を実施した。

このほか、高橋、駒沢両氏と共同で、公団住宅における設備取替の方式について研究し、日本統計学会における共通テーマ「OR における統計的諸問題」の 1

つとして発表した。

ここでは、「社会現象のモデル化の研究」における全国パネル調査の結果について、その一部をのべることにする。まず、昨年来のプリテスト（1 週間から 1 ヶ月間隔のパネル調査、自記式）の結果から予想されていたことであるが、全国パネル調査（面接法、約 6 ヶ月間隔のパネル調査）でも

- ① 周辺分布は変化しない。
- ② 一致率は分布の集中度と選択肢の数に関係する。

等のことがみられた。しかし、面接方式では調査員の問題が入り、調査の実施方式に関する影響が加わるので事情は一層複雑になる。くわしい結果は、彙報および数研研究リポートに発表される。

### 分枝過程の極限と分枝輸送過程について

今井晴男

1. 離散時間パラメータの Galton-Watson 過程について、粒子の消滅していないとの条件つき極限分布について調べた。

また、分裂の速さが時間に依存する連続パラメータの Galton-Watson 過程の極限分布について、世代に注目することによって、離散パラメータの Galton-Watson 過程との関連を考察した。

2. 中性子輸送過程の物理的模型をもとにして、粒子の変換までの運動が、等速度運動である場合の、有界とつ領域における分枝過程を考察した。

有界とつ領域ということは、外から粒子の移動がない、吸收壁をもつ領域という境界条件の物理的状況に対応する。

粒子の箇数の分布について、分布の母関数の時刻  $t$  にたいする変化の様子を記述する。非線形方程式を定式化し、その解の性質を調べた。この方程式の  $t$  について弱い不連続性をもつ解が一意に決まるこことを示した。したがって、分枝輸送過程の母関数がこの方程式によって、良く定義される。母関数として必要な性質をみたす。

### 粒子配置の統計的記述、その他

樋口伊佐夫

(1) ランダムパッキングにおける粒子配置について、現実のものの特徴をよく表現した、明瞭な定義を

与えることはなかなか困難である。しかしこれは、元來、場合場合で異なる種々の性質をまとめて代表させようとするところに無理があるのであって、それらを specifyすることを考えなかつたため対象が明確にならなかつたことにもよると考えられる。そこで、観点をかえてランダムネスの特性を測定によってきめる方法を問題にする。まず基礎となる尺度をつくらねばならないが、これはまた、問題にする統計的性質の種類により、有効性ががらりと変る。事柄をパッキングに限定せず、そのかわり粒子の中心の位置だけを問題にすると、統計的性質としては、全局的か局所的か、均一性、ランダム性が組合さつていろいろのものが生ずる。まず全局的に均一で、局所的にランダムなもの（くずれた格子）の表現法を考察した。

方法としては、対称軸、鏡映面、平行移動単位を最小二乗法的にきめ、きめられた軸等に対する廻転、鏡映等での不一致の度合を測ってゆく、かくて対称性のそれに対し、ゆらぎの分布関数がきまり、これにより、多次元的に表現される。

(2) 降雨の状態をあらわすのに、大きさがある分布に従う変量であるような、雨域が空間的にランダムに存在し、雨域の雨量はある分布をもち、各雨域の中で雨量は一定であるというモデルを設定したが、それが実際にどの程度適合するかを雨量の距離相関からしらべた。

## 二次元安定分布の表現、その他

清水 良一

### 1. 二次元安定分布の表現

$X_1, \dots, X_n$  は独立で、いずれも特性関数  $\varphi(t) = \exp\{-|t|^\alpha\}$  をもつ安定な分布に従うとする。

$$(1) \quad \begin{aligned} U &= a_1 X_1 + \dots + a_n X_n \\ V &= b_1 X_1 + \dots + b_n X_n \end{aligned}$$

とおくと、 $(U, V)$  は二次元の安定な分布に従う。とくに平均ベクトルが  $(0, 0)$  の二次元正規分布 ( $\alpha=2$ ) はすべて、この形で与えられる。表現は一意的でない。一意的でないことが、逆に正規分布を特徴づけるということは C. R. Rao によって示された。 $\alpha < 2$  のとき、ベクトル  $(a_i, b_i)$  がベクトル  $(a_j, b_j)$  の定数倍でない ( $i \neq j$ ) という条件のもとで、表現 (1) は一意的である。しかも、たとえば確率密度

$$f(u, v) = \frac{1}{2\pi} (1 + u^2 + v^2)^{-3/2}$$

をもつ、二次元コーシー分布が、(1) の形で表現できないことからも、 $\alpha < 2$  の二次元安定分布が、正規分

布に較べて、はるかに豊富であることが分る。一般には安定過程  $X(t)$  を用いて、

$$(2) \quad U = \int_0^1 a(t) X(dt), \quad V = \int_0^1 b(t) X(dt)$$

というような形に表現できるものと予想される。表現の一意性や、 $U \perp V$  となるための条件などについて論じる。

### 2. 一様分布の分解

$U$  は  $[0, 1]$  上の一様分布に従うとする、独立な確率変数  $X, Y$  を用いて、 $U = X + Y$  と分解することを考える。 $X, Y$  のいずれか一方が離散的で他方が絶対連続、あるいは、両方が singular であるとすれば、この分解は可能であることが知られている。問題は、 $X, Y$  を共に絶対連続として分解できるかであるが、答は否定的。

## 順位による層別標本での母平均の推定、その他

高橋 宏一

① 順位による層別標本での母平均の推定（第3研究部脇本和昌と共同研究）。母集団の平均を推定したいとき抽出した個体の量を測定することは困難であるが幾つかの個体の大小順位をつけることは容易であるといった場面では、その事情を利用した方法が当然とられるべきであり、その結果は単純ランダムサンプルの標本平均にくらべ同一測定数のとき推定量の分散は小さくなることが期待される。こうしたことに関連して順序統計量の性質について研究をおこなっている。これまでの結果については当研究所の Annals に発表予定である。

② 細胞集団の増殖過程について（予防衛生研究所一般検定部石田説而氏と共同研究）。Electronic cell counter を利用して得られる細胞集団の増殖曲線、各時点の size の分布及びいくつかの顕微鏡下での測定資料をもとに、これまで考えられている増殖モデルの検討を電子計算機でのシミュレーションなどによりおこなってきた。またそれに関連して Coulter Counter の細胞数、size 分布の測定精度について実験計画法を応用しての検討を続けている。内容については当研究所 Annals モデル解析特集号を参照されたい。

③ Galton-Watson 過程の消滅時間分布について（第3研究部志村利雄と共同研究）。

Galton-Watson 過程での消滅時間分布のモーメントの計算についての注意、数値例を示した。内容は当研究所集報第 15 卷を参照されたい。

## 交通事故統計の分析法について

植 松 俊 夫

ここでは交通事故防止に対する種々の保安施設の効果を、事故統計のデーターを用いて評価する問題を取り上げる。

保安施設の効果を評価する目的の為に利用しうるデーターとして考えられるものに、この保安施設の設置の前及び後の夫々における或る期間（例えば 1 年間）の間の事故件数がある。多数の地点に対するこの前後の事故件数の対応関係から、たとえば回帰を考える事によって、設置前の事故危険度毎の効果を評価しようとするわけである。

この場合設置前後の事故件数データーに対し、直接曲線当てはめをした結果を効果の評価とみる事には問題がある。即ち求めたいのは観測された前と後の危険度の間の関係であるが、実際の事故件数は事故率で考えた時、危険度のまわりに変動する。而もこの変動は、事故の稀現象としての性格上非常に不安定である。従ってデーターに直接曲線あてはめをした結果は、前後の危険度の真の関係を必ずしもあらわさない。

前後の危険度の関係を問題にし、それによって保安施設の効果を評価する為には、事故発生のモデルをもとに考えてゆかねばならない。その為に次の様な仮定をする。

即ち、データーのとられている任意地点を、仮想された母集団からのサンプルとみなし、この地点の施設設置前後の事故の危険度（危険度とは、単位交通量当たりの事故発生の確率の意味とする） $p_b, p_a$  を確率変数とみなす。この地点の設置前後の各一定期間中の総交通量を夫々  $f_b, f_a$  とした時、これら期間中のこの地点での事故件数は、夫々パラメーターが  $f_b p_b, f_a p_a$  のボアッソング分布に従うと仮定する。更に分布  $P_r(p_a \leq p / p_b = \xi)$  が密度函数  $f(p, \xi)$  を、又  $p_b$  の分布が密度函数  $g(\xi)$  をもっと仮定する。

施設の効果を表わすには、 $h(\xi) = \xi - E[p_a / p_b = \xi]$  を用いるものとする。この函数を多項式近似で考える事にし（次数は指定しない）、上述の諸仮定の下で、事故件数のデーターの回帰から元の危険度の回帰を逆算して  $h[\xi]$  を定める事を考えた。 $g(\xi)$  として例えればピアソンⅢ型の分布を仮定すれば、この逆算は実際に可能となる。又  $g(\xi)$  を仮定しないで、むしろ逆に事故件数のデーターの回帰の形から  $g(\xi)$  の型がどう制約されるかを問題とし、ある特別の場合  $g(\xi)$  が必然的にピアソンⅢ型でなければならない事を導いた。

## Kolmogorov の導入した（構成的対象に関する）複雑さの概念について

翁 江 哲 朗

Kolmogorov によって導入された（構成的対象に関する）複雑さの概念は情報量の一側面と考えられる。構成的な対象に対し、それを構成するに必要な論理の長さとして定義される複雑さは従来の情報量の概念とは以下の点で異なっている。情報量は確率変数のもつ不確定さに関する量であって、確率変数が観測（どのような実現値が得られようとも、それは確定した、すなわち、不確定さ 0 の「同一」の状態と考えられる。）されることによって減ずる不確定さの量が情報量であるのに対し、複雑さは具体的な対象に関する量であって、確率の概念とは無縁（それを確率変数の実現値とみなしたとしても、どのような確率変数からの実現値であるかによらない。）に考えられる。複雑さは構成の論理に関する量であって従来の確率統計学の持ち合わざない新らしい概念であるといえる。複雑さについての幾つかの興味ある結果を導き、あわせて、乱数を複雑さの観点から定式化することを試みた。

## ある種の集中曲線(歪み形分布族)に関する構造的モデル・ビルディング

田 口 時 夫

1. 集中曲線  $A(x)$ （その連続な密度函数を  $f(x)$  とする）は fraction  $X$  に関する fractile の累積分布曲線とも解することができるが、ある fraction  $X$  の  $\epsilon$  近傍における平均差  $\Delta(X, \epsilon)$  および相対的平均差（集中係数、ジニ係数） $G(X, \epsilon)$  をそれぞれ

$$\begin{aligned} \delta(X)\epsilon + o(\epsilon) \\ g(X)\epsilon + o(\epsilon) \end{aligned} \quad (1)$$

で与えると、

$$\begin{aligned} \delta(X) &= \frac{A''(X)}{3} \\ g(X) &= \frac{A''(X)}{6A'(X)} \end{aligned} \quad (2)$$

と計算される。

この  $\delta(X), g(X)$  を仮に局所平均差および局所集中係数と命名しておく。この際  $f(x) = \frac{1}{\delta(X)}$  である。

2. 企業集団等相互作用を伴う現実的集団においては、相対的に限定された範囲内（近い規模間）における

る相互作用（競争等横の関係）と隣接区間との相互作用（系列等縦の関係）が予想されるが、最も単純には前者は  $g(X)^s$  ( $s>0$ ) に逆比例し後者は  $\{g'(X)\}^t$  ( $t>0$ ) に比例すると考えられないであろうか。

3. パレート曲線（パレート分布の集中曲線）は、なお所得資産等に対し有力な近似を与えるが、これは truncate されたジップ法則と共に

$$A'(X)A'''(X)=(\alpha+1)\{A''(X)\}^2 \quad (3)$$

を充すことを既に示した\*。

これは上記 1 の概念を用いると

$$\frac{g'(X)}{g^2(X)}=\alpha \quad (4)$$

と表現できる。したがって、また 2 によれば  $\alpha$  は上記二作用の均衡を予想した恒数と理解できる。もしパレート分布あるいはモデルが妥当ならば、 $\alpha$  の変動の大きい時点あるいは規模での生滅合併などの変動が予想されるが、いまだ data 解析の段階にない。

4. 2 の理解により (4) を一般化すれば

$$g(X)^pg'(X)=\alpha \quad (5)$$

であるが、この条件を充す密度函数  $f(x)$  は

$$f(x)=\frac{a(\log bx)^c}{x} \quad c \leq 0 \quad (6)$$

となる。

今例ええば都心からの距離  $r$  における人口密度  $x$  に Colin Clark の都市人口密度の法則

$$x=Ae^{-Br}$$

が作用する\* とすれば人口密度分布は (5) 式であることが容易に算出出来る。

以上は一つの概観的試論思考実験であるからまた集団間の相互作用を捨象しているから不完全であり今後の検討に俟つこと大である。

#### 参考文献

- \* 田口時夫、パレート分布とパレート曲線の分析、統数研彙報、第 12 卷、第 1 号、No. 22.
- \* T. Taguchi, Concentration-curve method and structures of skew populations, Ann. Inst. Statist. Math., Vol. 20, No. 1, 1968 (予定)。

#### サンプリングによる森林調査法の研究

石田 正次

森林調査では単なる平均とか総計とかの推定のほかに生長曲線とか樹高曲線（胸高直径と樹高との間の函数関係）など函数の形を推定する問題が多い。そのためには既成の標本調査理論とはかなりちがった内容をもつ理論を考えておかなければならない。一方各種の測樹法の理論も統計的にみて不備な点が多い。今年度は今までわれわれが企画実施してきたいくつかの森林調査を再検討して上記の問題を整理し、森林調査を目的とした標本調査法を作りあげる仕事を行ってきた。その主なものは

- a) 計算機シミュレーションを用いた Area Sampling によるパラメーター推定の歪みの評価。
- b) Bitterlich 法、Strand 法などの統計的基礎づけ。
- c) 測樹誤差の分析とその評価。
- d) 計算機の利用を前提とした各種測定機の試作。

などである。

×      ×      ×

#### 昭和 42 年度第 3 研究部研究概要、その他

青山 博次郎

本年度は第 1 研究室は多次元变量の最適層別法、事前情報に基づく最適選別法などを主として研究し、第 2 研究室では計算法の応用研究、第 3 研究室は動的最適化法と情報検索、指導普及室では種類推定、分枝過程の研究などを行った。

われわれの研究室では、最適平面配置法の研究、都市における地形災害の研究を行い、また第 2 研究部に協力して社会現象の統計的モデル化の研究に参加し、「意見変化のモデル」について発表した（日本統計学会、彙報）。

最適平面配置法の研究では、新聞記事のレイアウトを題材にとり、記事見出しの位置変化の効果をみるための紙面作成を行ったが、アイ・カメラによる実験はこれからである。また同時に現在の実際紙面のレイアウト分析も行った。

地形災害の研究では、東大生産技術研究所、国際航業 KK、アジア航測 KK、横浜国立大学の研究者と協同し、横浜市における降雨に基づく崖崩れの災害危険

度を、航空写真を利用してどの程度までアプローチしうるかを研究している。本年度は手始めとして航空写真による単位地区（50m×50m）の数値的表現、崖の判読、集水量算定などを電子計算機を利用して行うこととを研究した。実地調査と相俟って危険度算出と災害投資法を目指して研究の発展を考えている。

指導、協力などの面では読売新聞社に協力して衆議院議員選挙、都知事選挙の予測を行い、また建設省河川局の水害統計の改善研究、自然崖調査などの指導援助を行った。

### 数理計画法および分布函数族の構造

田辺 国士

#### 1) 数理計画法

$r$  個の制約条件  $g_i(x)=0$  ( $i=1, \dots, j$ ),  $g_i(x) \geq 0$  ( $i=j+1, \dots, r$ ) の下に  $f(x)$  の極値を求める問題を考える。ただし  $f(x)$ ,  $g_i(x) \in C^2(R^n)$  とする。

$x_{i+n}^2 = g_i$  ( $i=j+1, \dots, r$ ) と  $r-j$  個のスラック変数を導入することによって、制約条件は等式条件に置き換えられるから、問題は variety  $V(g_1, \dots, g_r) = \bigcap_{i=1}^r \{x | g_i(x)=0\}$  上で  $f(x)$  の極値を求ることになる。gradient method によって、微分方程式  $\frac{dx}{dt} = (E - G(G^t G)^{-1} G^t) \nabla f$  (ここに  $G$  は  $g=(g_1, \dots, g_r)$  の Jacobi 行列) の解が  $t \rightarrow \infty$  において  $V(g)$  上での  $f$  の critical point に収束することがわかるから常微分方程式の数値解法を用いて、数値解が  $V(g)$  上にのるように control しながら解を求めてゆけば一つのアルゴリズムを得る。同時に極値である必要十分条件も与えられる。

#### 2) 分布函数族の構造

$\mathfrak{F}$  を標本空間  $(X, \mathfrak{A})$  上の分布函数の族とし、 $X$  から  $\mathfrak{F}$  または  $\mathfrak{F}$  の部分集合のある族  $\sigma$  への写像全体を  $\Sigma$  とすると、統計の問題は  $\Sigma$  の中からある optimality を持った  $\sigma$  を選び出すことに帰着する。これまでパラメター空間のもつ位相的、代数的、あるいは解析的な構造を用いて問題を議論していたが、パラメター空間の構造が  $\mathfrak{F}$  の統計的構造を十分に反映しているかどうかは保障されていない。

そこで筆者は  $\mathfrak{F}$  の構造をそれ自身に即して特徴づけ、検定論、推定論、予測の問題がある意味で統一的に取り扱い、パラメトリックな議論との関係を調べた。

### 多次元分布における最適層別

多賀 保志

$p$  次元確率変数  $X$  の分布関数  $F(x)$  の平均ベクトル  $\mu$  を層別推定量  $\bar{X} = \sum_{i=1}^l w_i \bar{X}_i$  によって推定する場合、その共分散行列  $E\{(\bar{X}-\mu)(\bar{X}-\mu)'\mid \phi\}$  をある種の半順序の意味で極小にする層別  $\phi^*$  の全体  $\Phi^*$  が完全類になること、および  $\phi^*$  が極小となるための必要条件を述べる。さらに、推定量の共分散行列の跡や行列式を規準にとった場合に、それを最小にする最適層別が  $\phi^*$  にふくまれることもいう。

### Sampling design について

脇本 和昌

今  $N$  個の units からなる有限母集団  $u=\{1, 2, \dots, N\}$  ( $N$ ; known) を考え、 $i$  番目の unit の特性値を  $\theta_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ )、したがって parameter space を  $\Omega=\{\theta=(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)\}$  と考える。

次に  $u$  からの units の ordered finite sequence を考えこれを sample として次のように  $s$  であらわすこととする。

$$s=((i_1, x_{i_1}), (i_2, x_{i_2}), \dots, (i_{n(s)}, x_{i_{n(s)}})) \\ 1 \leq i_t \leq N, 1 \leq t \leq n(s), i_t \text{ はすべて異なって} \\ \text{いる必要はない。}$$

ただし、

$x_{i_t}$  は unit  $i_t$  の観測値とする。

また測定誤差はないものと考え  $x_{i_t}=\theta_{i_t}$  とする。

$n(s)$  は sample  $s$  の size,  $v(s)$  を  $s$  の distinct units の数としてこれを sample  $s$  の effective size と呼ぶことにしよう。

このとき母集団  $u$  からのすべて可能な sample の collection を  $S=\{s\}$  とする。この  $S$  の上で定義された probability measure  $p$  ( $\sum_{s \in S} p(s)=1$ ) を考え  $(S, p)$  を 1 つの sampling design として  $d=(S, p)$  と表わすこととする。

ここで母集団の total value  $T(\theta)=\sum_{i=1}^N \theta_i$  を推定する問題を考えよう。特にここでは不偏推定に限って考えることにする。

この  $T(\theta)$  の不偏推定量としてよく知られているもので次のような Harvitz-Thompson estimator がある。

$$e(s) = \sum_{i \in S} \frac{x_i}{\pi_i}$$

ただし、 $\pi_i = \sum_{s \in i} p(s)$ ,  $\sum_{s \in i}$  は  $i$  番目の unit を含むすべての sample の上での和をあらわす。

この linear unbiased estimator が与えられた sampling design に対してすべての unbiased estimator class の中で admissible estimator であることは Godambe and Joshi が “Admissible and Bayes estimation in sampling finite population” Ann. Math. Stat. Vol. 36 (1965) で示している。

さてこの Harvitz-Thompson estimator を用いると いう前提のもとで与えられた sampling design をある制約条件（普通は sampling cost 一定）のもとで改良できないだろうか、という問題を考えることは実際のサンプリングの場合に必要であり、その special case としては色々の方法が考えられている。ここで改良されるという意味は  $\theta \in \Omega$  に対して一様に variance が小さくなる design が存在することである。Sampling design が与えられれば特別の場合を除いてはその design に対する drawing system (sampling scheme) が unique に定まることは Hanumantha-Rao が “An existence theorem in sampling theory” Sankhyā Vol. 24 (1962) で示している。

のことから改良された sampling design を構成することを考えれば十分である。すなわち sampling-design が改良できないということはどんな betterな drawing system (sampling scheme) も存在しないことを意味している。

そこである制約条件のもとで改良された sampling design が存在するための一般的な条件を求め、またその design の構成方法を考えた。くわしい理論、有用な example については紙面の関係で省略する。

### グラフ処理について

駒沢 勉

計算機で計算処理した結果がグラフで得られると、結果の分析に役立つことが多い。結果が系列的なものであれば、グラフ結果は必ず必要なものといつもよい。

簡単な棒グラフや点線グラフなどは電子計算機のライン・プリンターでも描くことができるが、グラフである。その点、デジタル・XY-プロッタは精度が高いグラフを正確に書くことができる。また、これは広く図形処理の道具としても役立つ。[漢字書き処理プログラムで、渋谷政昭開発]

そこで、デジタル XY-プロッタによるグラフを描く処理プログラムのいくつかを、開発してきた。

### Age Distribution in Epidemic と ランダム・ウォーク

崎野滋樹

#### 1. Age Distribution in Epidemic

時刻  $t$  における感受性者数を  $R_t$ , agex (発病からの経過時間) の病人数を  $s(x, t)$  であらわすとき、新患者の発生数の期待値は

$$A_t = \mathbb{E}_{\{R_t, s(x, t)\}} \left\{ \sum_x \lambda(x) R_t s(x, t) \Delta x \right\},$$

で与えられる。ただし、 $\lambda(x)$  は新患者の発生比率を、また  $\mathbb{E}_{\{R_t, s(x, t)\}}$  は  $R_t, s(x_0, t) \Delta x, s(x_1, t) \Delta x, \dots, s(x_l, t) \Delta x$  の同時分布による期待値をあらわす。

がしかし、新患者数  $Z(t) \Delta t$  の期待値  $A_t \Delta t$  を計算することは極めて困難であるので、確率変数  $R_t, s(x, t) \Delta x$  を  $(R_0 - \sum Z(t_j) \Delta t_j), Z(t_j - x) e^{-\mu x} \Delta x$  でおきかえて  $A_t$  の推定値  $\hat{A}_t$  に関する微分方程式並にその解を導いた。これに関しては彙報に詳しく述べた。

#### 2. ランダム・ウォーク

高エネルギーの核子-核子衝突により中間子が多重発生する。更に、発生した個々の粒子の各変異は、独立な 2 次元正規分布に従っていると考える。いま、境界条件として円周を反射壁としたとき、各粒子の  $N$  変異後の状態をモンテカルロ実験によって求める。

### Flow とエントロピー

窪川義広

抽象ルベッグ空間の(可測)flow のエントロピーによる分類が最近 10 年来注目を集めている。それ以前には、スペクトルによる分類が行われ、純点スペクトルをもつエルゴード的 flow に対して大成功であった (von Neumann)。これに対し、連続スペクトルを含む場合、特に Kolmogorov-flow のときは、スペクトルでは区別できない。Kolmogorov-flow に対して、スペクトルよりより精密な分類を与えるものとして、エントロピーがある。これにより全 flow を分類することは、論理的にできないと思われるが、flow のある類の中では、有効であるようと思われる。Bernoulli-自己同型に対してどの程度有効であるかがエントロピーに対する一つの品定めになるであろう。

希望の持てるのはエントロピーの系または新しい型のエントロピーの系による分類であろうが、どうやって導入するか模索中である。

### 妥当（または予測十分）統計量と指指数型分布族

渋谷政昭

妥当統計量の概念は Bahadur, Skibinsky, 竹内啓により導入、議論されているが、ここでは指指数型分布族との関係を調べる。

### Markovian programming と potential, その他

渡辺 浩

A) 標題の件:  $S = \{s_i\}$ : state space

$D$ : action set,  $Q_k = (q_{ij}(k))$ :  $d_k \in D$  に対してきまる transition matrix (substochastic), 時間は離散的,  $c_{ik}$ :  $s_i$  で  $d_k$  を選ぶ時の immediate cost. とするとき,  $c_{ik}$  からきまる no discount additive functional の意味での optimal decision rule は, LP

$$\begin{aligned} [\text{LP1}] \quad & (1) \quad \sum_{jk} c_{jk} x_{jk} \rightarrow \min. \\ & \left\{ \begin{array}{l} (2) \quad \sum_k (x_{jk} - \sum_i x_{ik} q_{ij}(k)) = \pi_j^{(0)} \\ (3) \quad x_{jk} \geq 0, \quad \forall (j, k). \end{array} \right. \end{aligned}$$

の最適解に対応してきまる。ただし  $\pi_j^{(0)}$  は初期分布。○ある決定規則 R で chain が transient になれば [LP1] は feas. sol. をもつ。 $x_{ik} = \sum_n \pi_{jk}^{(n)}$ 。○[LP1] が unbounded sol. をもてば、自然な意味でその中の optimal なものを選ぶ問題は

$$\begin{aligned} [\text{LP2}] \quad & (1) \quad \rightarrow \min. \\ & \left\{ \begin{array}{l} (4) \quad \sum_k (x_{jk} - \sum_i x_{ik} q_{ij}(k)) = 0 \\ (5) \quad \sum_{jk} x_{jk} = 1, \quad (3). \end{array} \right. \end{aligned}$$

に帰着する。○optimal sol. として pure decision rule に対応するものが選べる。○[LP1] に対して

potential を利用した単調なアルゴリズムが可能。これが不能になったばあい, recurrent class を与える。

○ state space の reduction.  $S = S_1 + S_2$ ,  $V s_i \in S_1$  に対して action が unique の時, 問題を  $S_2$  上に限定できる, dual form では

[DLP]

$$\left\{ \begin{array}{l} (6) \quad \sum_{S_2} \pi_j^{(0)} u_j \rightarrow \max \\ (7) \quad ui - \{Q_i(k)_2 + Q_i(k)_1(I - P_{11})^{-1} P_{12}\} u_{S_2} \\ \leq c_{ik} + Q_i(k)_1(I - P_{11})^{-1} c_1 \end{array} \right.$$

○(7) は  $1 - q_{ij}(k_i)$  での pivoting で得られる。この LP の解法として前と同様の algorithm が使える。(発表, 口頭, 日本 OR 学会 1967, 11月)

B) IR に関する研究: Hole Sort Card System 第2号: Card 型, Hole の利用区分は昨年と同様, 今回は OR の適用分野についての分類による。

電子計算機による磁気テープ情報の検索システムについて, 設計と実験のための基礎作業(渡辺, 能城), リスト, プロセスによるブロック・サーチの活用。

C) Machine Scheduling の問題(渡辺, 能城)

$m$ : job 数,  $n$ : machine の数, Machine 順序一定, 追越し禁止のばあいの heuristic な方法による計算機プログラムを作成した。 $n=10$ ,  $m=20$  に対してかなりよい結果を得ている。Heller の  $m=100$  の数値例で従来の記録 547 に対し manual に 519 を得た。

### 種類の推定, その他

志村利雄

#### 種類の推定

母集団を構成している要素がいくつかの種類にわかっているとき, その種類の数の “よい推定値” を求めることが目的である。今年は, 可附番次元の多項分布というとらえ方でいろいろ試みた。

Galton-Watson 過程の消滅時間

Galton-Watson 過程の消滅時間のモーメントの存在に関して証明した。