昭和41年度研究発表会アブストラクト

と　き：昭和42年3月22日，午前10時～午後5時

ところ：統計数理研究所講堂

あいさつ　　　　所長　末綱恕一

昭和41年度第一研究部研究概要，

松下嘉米男

第一研究部の 41 年度における研究方針及び幾つかの分布の affinity とその応用について述べる．

Impossibility of Some Nonparametric Estimation

Nozomu Matubara

The estimation by a sequential procedure is not complete in its theoretical background.

If we confine ourselves to the case of a family of normal distributions, it is possible to construct a confidence interval for μ (or σ) with preassigned length and confidence coefficient even without any informations about the other parameter.

The situation is, however, different in case of the family of all distributions $\mathfrak{F}$, where it is not always possible to obtain an effective confidence interval or effective estimator of certain parameters, *e. g.*, μ_F(mean of $F\epsilon\mathfrak{F}$) even by the sequential procedures. The non-existence of effective confidence intervals for μ_F can be understood by the following proposition;

Let I be a confidence set of μ_F.

If $P(\mu_F\epsilon I|F)\geqq 1-\alpha$ for all $F\epsilon\mathfrak{F}$, then

$P(m\epsilon I|F)\geqq 1-\alpha$ for all $F\epsilon\mathfrak{F}$ and all $m\epsilon R^1$.

This proposition is proved by inducing certain metric into a space $\mathfrak{F}$.

対称行列と固有根の分布について

早川毅

（1） $X_{P\times N}$ が p 次元正規分布に従うとし，$A_{N\times N}$ を対称行列とするとき，$Z=XAX'$ の分布及び，XAX' に関する各種の統計量の分布を論じた．詳しくは「On the distribution of a quadratic form in multivariate normal sample」Ann. Inst. Stat. Math. Vol. 18, No. 2. 1966 参照．

（2） $S(>0)$ を対称な確率行列とするとき，S の最大根への変換の Jacobian を求め，最大根に関する各種分布を求めた． 詳しくは，「On the distribution of the maximum latent root of a positive definite symmetric matrix」Ann. Inst. Stat. Math. Vol 19. No. 1. 1967 に出る予定．

逐次決定について

鈴木雪夫

Sampling と sample の observation との間の時間遅れが考慮され，又この間に何らかの決定が介在すると従来の逐次決定問題では考えられなかった困難な問題が生じる． このことは，T. W. Anderson が "Sequential analysis with delayed observations", JASA Vol. 59 (1964) の中で論じている．

observations が dependent であり，sampling cost が一般の場合に此の問題を定式化し，Bayes solution の構造を研究した．更に sampling cost が sample size に比例し，observations が独立な場合に Bayes stopping rule が prior probability measure の空間で特徴づけられることは時間遅れのない場合と同じであるが矢張り，時間遅れの存在は，特徴づけられ方に差をもたらすことが知られる． 更に，条件をきつくして，dichotomous problem の場合を考えてみると，時間遅れのある場合とない場合の差がはっきりする．特に，nontruncated の場合については，時間遅れのない時，Bayes solution は Sequential probability ratio test (SPRT) であるが，時間遅れのある時には，Bayes stopping rule は必ずしも SPRT で与えられない．興味あることの一つは，時間遅れの存在にも拘らず

Bayes stopping rule が SPRT で特徴づけられる場合があることを指摘し，そうなる為の充分条件を得たことである．

以上の研究の途中に証明された一つの定理と関連して，T.W. Anderson が "On Bayes procedures for a problem with choice of observations", Ann. Math. Statist., Vol. 35 (1964) で論じている問題の明確な解答が得られる．以上の詳細については，Yukio Suzuki "On sequential decision problems with delayed observations" Ann. Inst. Statist. Math. Vol. 18, No. 3, 1966 を見られたい．

パラメトリック U_N^2 検定について

橋 本 智 雄

経験分布函数 $F_n(x)$ に基づく適合度検定のうち，Cramér-Von Mises-Smirnov タイプ検定（いわゆるオメガ二乗検定）については様々な結果が出ているが今年度の前半はその総合報告をまとめることに時間をとられた．

仮説した分布函数を $F(x)$，経験分布函数を $F_n(x)$ とするとき，

$$\omega^2=n\int_{-\infty}^{\infty}[F_n(x)-F(x)]^2dF(x)$$

の修正した形として，Watson は 1961 年に

$$U_n^2=n\int_{-\infty}^{\infty}\left\{F_n(x)-F(x)-\int_{-\infty}^{\infty}[F_n(y)-F(y)]dF(y)\right\}^2dF(x)$$

なる統計量を提案し，この統計量に関する分布を求める問題が最近 Biometrika 誌上にしばしば発表されている．

θ を $F(x;\theta)$ の母数として θ が未知の場合，これを標本値 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ から推定する必要がある．いま $\hat{\theta}_n$ を適当な，θ の推定量とするときの検定として，

$$A_n^2=n\int_{-\infty}^{\infty}\left\{F_n(x)-F(x;\hat{\theta}_n)-\int_{-\infty}^{\infty}[F_n(y)-F(y;\hat{\theta}_n)]dF(y;\hat{\theta}_n)\right\}^2dF(y;\hat{\theta}_n)$$

について考えてみる．

問題は仮説が真のとき，この A_n^2 の漸近分布を求めること，推定量 $\hat{\theta}_n$ としてどのようなものを選ぶか，という二点にしぼられてくるが，$\hat{\theta}_n$ 及び分布 $F(x;\theta)$ にある種の条件があると，分布の様子及び極限的な特性函数を求めることが可能になる．ただし分布を explicit な形で表現するのは，既に Darling が ω^2 統計量の場合に述べているように極めて難しい問題となるものと予想される．

α 次の情報量と経験分布函数についての一つの試み

加 地 紀 臣 男

分布函数 $F(x)$ をもつ確率変数の n コの独立サンプルによって得られる経験分布函数を $F_n(x)$ とする．別に分布函数 $G(x)$ があって，測度 dG が dF に関して絶対連続であるならば，

$$(*)\qquad \lim_{\varepsilon\to+0}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log P_r\left(\sup|F_n(x)-G(x)|<\varepsilon\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\log\frac{dF}{dG}dG$$

(I.N. Sanov 1957) が成立つ．

これによって deviation と情報量の間の関連がつくが，一方情報量

$$I_1(G/F)=-\int_{-\infty}^{\infty}\log\frac{dF}{dG}dG$$

は quasi-distance を定める．即ち (i) $I_1(G/G)=0$, $I_1(G/F)>0$ for $F\neq G$, (ii) $I_1(H/G)+I_1(G/F)\geqq I_1(H/F)$ の性質をもつ．情報量が満す，この quasi-distance を (*) の式によって $F_n(x)$ の構成できることが興味深いがここでは $I_1(G/F)$ より更に一般的に定義された "G の F に関する α 次の情報量"

$$I_\alpha(G/F)=\frac{1}{\alpha-1}\log\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{dG}{dx}\right)^{\alpha}\left(\frac{dF}{dx}\right)^{1-\alpha}dx \qquad (\alpha>0)$$

について，(*) に対応する関係を導くいささかの試みを行なってみる．

Kolmogorov-Smirnov tests of fit based on some general bounds

鈴 木 義 一 郎

$F_1(x)$ を実軸 $R=(-\infty, \infty)$ 上の任意の連続な分布函数，$\varphi(t)$ を単位区間 $I=[0,1]$ 上の函数で，条件

（1）　$\varphi(0)=0$, $\varphi(1)=1$,

（2）　$\varphi'(t)>0$, $\varphi''(t)<0$, $\forall t\in I$

を満足するものとする．そこで次のような適合度検定問題を考えよう．

（3）　$\begin{cases}\text{帰無仮説：} & F=F_1,\\ \text{対立仮説：} & F=F_2=\varphi F_1\end{cases}$

$\mathfrak{B}$ を次の3条件を満す I 上の函数 β のクラスとする．

（i）β は I 上で非減少右連続，

(ii) 各 $t\in I$ に対し，$t\leqq\beta(t)\leqq 1$,

(iii) $\beta(t_0)=1$ となる $t_0<1$ が存在する．

適当な $\beta\in\mathfrak{B}$ を用いて，検定問題 (3) に対する次のようなテスト $[\beta^{(n)}]$ を考える．即ち，$[\beta^{(n)}]$ の採択域は

$$A_n(F_1;\beta)=\{F^{(n)}\in\Gamma^{(n)};F^{(n)}(x)\leqq\beta(F_1(x)),\ \forall x\in R\}$$

で与える．ここで $F^{(n)}(x)$ は $F(=F_1$ 又は $F_2)$ の経験分布函数で，$\Gamma^{(n)}$ はそのような $F^{(n)}$ の標本空間とする．各 n 及び各 $\beta\in\mathfrak{B}$ に対して，

$$P_j^{(n)}=P_j^{(n)}[\beta]=P_r\{F^{(n)}\in A_n(F_1;\beta)|F=F_j\},\quad j=1,2$$

なる値を計算したい．その為，次のような実数値の組を求める．

$$\mu_j^{(n)}=\mu_j^{(n)}[\beta]=\begin{cases}0, & j=1,\cdots,n_0=[n\beta(0)]\\ \min\left\{t\in I;\beta(t)\geqq\dfrac{j}{n}\right\}, & j=n_0+1,\cdots,n,\end{cases}$$

次に $Q_0=1$ と置いて，順次定義される多項式

$$Q_k=Q_k(\mu_1,\cdots,\mu_k)=-\sum_{i=0}^{k-1}\binom{k}{i}\mu_k^{k-i}Q_i \qquad k=1,\cdots,n,$$

を用いて

$$f_n(\mu_1,\cdots,\mu_n)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}Q_k$$

なる函数を定義すると

(4)　$P_1^{(n)}[\beta]=f_n(\mu_1^{(n)}[\beta],\cdots,\mu_n^{(n)}[\beta])$,

(5)　$P_2^{(n)}[\beta]=f_n(\varphi(\mu_1^{(n)}[\beta]),\cdots,\varphi(\mu_n^{(n)}[\beta]))$.

尚，問題 (3) に於て φ が (2) の代りに

(2')　$\varphi'(t)>0,\ \varphi''(t)>0,\ \forall t\in I$

なる条件を満している場合には

$$\bar{A}_n(F_1;\beta)=\{F^{(n)}\in\Gamma^{(n)};F^{(n)}(x);\geqq\bar{\beta}(F_1(x)),\forall x\in R\}$$

なる採択域を用いることができる．ここで，$\beta\in\mathfrak{B}$ の conjugate $\bar{\beta}$ は

$$\bar{\beta}(t)=1-\beta(1-t),\ t\in I$$

によって与えられるものである．更に φ'' に関する制限が無い場合には，もっと一般の採択域

$$A_n^*(F_1;\beta_1,\beta_2)=A_n(F_1;\beta_1)\cap\bar{A}_n(F_1;\beta_2)$$

を考えることができる．これらのテストのサイズや検定力も勿論計算することができる．

例えば

$$\varphi(t)=t^{\frac{1}{1+\delta}}\qquad(\delta>0)$$

とし，函数 β として

$$\beta_1(t)=\beta_1(t;q_n)\min[q_n\sqrt{t},1]\quad(q_n>1)$$

という形のものを考える．(4) 式と多項式近似によりテスト $[\beta_1^{(n)}]$ のサイズが α となるような係数 $q_n(\alpha)$ を定めることができる．例えば，

$$q_{10}(0.05)=1.5848,\ q_{20}(0.05)=1.1935,$$
$$q_{10}(0.01)=3.2226,\ q_{20}(0.01)=2.2850.$$

更に (5) 式によって，テスト $[\beta_1^{(n)}]$ の検定力も計算できる．次の表は他の形の

$$\beta_2(t)=\beta_2(t;\varepsilon_n)=\min[t+\varepsilon_n,1],\quad(\varepsilon_n>0)$$
$$\beta_3(t)=\beta_3(t;l_n)=\min[l_nt,1],\qquad(l_n>1)$$

を用いた場合の検定力に関する結果も同時に示してある．

テスト $[\beta_i^{(n)}]$ の検定力

α	n	10			20		
	δ \ i	1	2	3	1	2	3
0.05	0.0	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500
	0.1	0.0670	0.0653	0.0649	0.0716	0.0718	0.0672
	0.2	0.0897	0.0848	0.0841	0.1024	0.1020	0.0900
	0.3	0.1194	0.1097	0.1087	0.1454	0.1427	0.1202
	0.4	0.1579	0.1412	0.1400	0.2039	0.1962	0.1597
	0.5	0.2071	0.1803	0.1795	0.2806	0.2643	0.2108
	0.6	0.2684	0.2285	0.2286	0.3766	0.3477	0.2755
	0.7	0.3427	0.2864	0.2890	0.4893	0.4453	0.3554
	0.8	0.4298	0.3552	0.3614	0.6118	0.5531	0.4508
	0.9	0.5275	0.4343	0.4461	0.7324	0.6643	0.5589
	1.0	0.6310	0.5224	0.5413	0.8377	0.7697	0.6735
0.01	0.0	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100
	0.1	0.0142	0.0142	0.0141	0.0148	0.0161	0.0146
	0.2	0.0203	0.0202	0.0199	0.0218	0.0257	0.0213
	0.3	0.0288	0.0286	0.0281	0.0323	0.0404	0.0311
	0.4	0.0411	0.0403	0.0395	0.0478	0.0628	0.0453
	0.5	0.0584	0.0567	0.0555	0.0708	0.0958	0.0657
	0.6	0.0827	0.0791	0.0777	0.1044	0.1431	0.0903
	0.7	0.1168	0.1096	0.1084	0.1532	0.2084	0.1365
	0.8	0.1638	0.1504	0.1503	0.2223	0.2943	0.1942
	0.9	0.2272	0.2040	0.2067	0.3166	0.4012	0.2725
	1.0	0.3103	0.2728	0.2808	0.4383	0.5252	0.3747

Distribution-free two-way classification (II)

藤　本　　熙

$\boldsymbol{X}=(X_1,\cdots,X_n)$ は複合分布関数 $F(x)=\omega_0F_0(x)+\omega_1F_1(x)$ からのランダム標本だとする．ただし値 0，1 をそれぞれ事前確率 ω_0，ω_1 でとる母数 $\theta=i$ $(i=0,1)$ を与えときの条件つき分布函数を $F_i(x)$ とする．$F_i(x)$ が既知，且 $F_0(t)>F_1(t)$ (すべての t

に対して）を仮定して，未知の ω_i を推定しそれを分類に役立てようとするのがここでの目的である．

$$(1)\qquad \Delta=\int\{F_0(t)-F_1(t)\}\,dF(t)>0,$$

$$(2)\qquad \hat{p}_0=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}F_0(X_k),\ \ \hat{p}_1=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}F_1(X_k)$$

とおくと，

$$(3)\qquad \hat{\omega}_0=\left(\frac{1}{2}-\hat{p}_1\right)\Delta^{-1},\ \ \hat{\omega}_1=\left(\hat{p}_0-\frac{1}{2}\right)\Delta^{-1}$$

は ω_0, ω_1 の不偏推定量である．これは $\hat{\omega}_0+\hat{\omega}_1=1$, $\hat{\omega}_i\geqq 0$ $(i=0,1)$ をみたすとはかぎらないが，$\tilde{\Delta}=\hat{p}_0-\hat{p}_1$ とするとき

$$(4)\qquad \tilde{\omega}_0=\left(\frac{1}{2}-\hat{p}_1\right)\tilde{\Delta}^{-1},\ \ \tilde{\omega}_1=\left(\hat{p}_0-\frac{1}{2}\right)\tilde{\Delta}^{-1}$$

をとれば，$\tilde{\omega}_0+\tilde{\omega}_1=1$ をみたす ω_0, ω_1 の一致推定量となる．更に $\min\{\omega_0,\omega_1\}\geqq c(>0)$ であれば，標本の大きさ $n\leqq(c^2\Delta^2\log\alpha)^{-1}$ に対して $\tilde{\omega}_i<0$ となる確率は α をこえない．更に $F_0(x)$, $F_1(x)$ が未知のときには，その推定のためにそれぞれ大きさ n_1, n_2 の標本が利用可能ならば，(2) の F_0, F_1 をその経験分布関数にかえて (4) と同じ形の一致推定量がつくれる．このように経験的に事前確率を推定して，それを分類の問題に活用することを考える．

昭和41年度第2研究部の研究概要・その他

林　知己夫

第2研究部では，第1研究室が中心となって従来続けてきた EF の研究を同様に継続させ，EF XXVI, EF XXVII と言う2回の調査を春秋に行い，分析を行った．国民性については，従来通り第2，第3部，養成所の有志の協同（林・青山・西平・鈴木(達)・野田）で行っているが，今年度も「日本人の態度」の予想に関して行った調査を解析した．

今年度から新らたに企画した「社会現象のモデル化」の研究は，第2，第3部，養成所の有志（林・青山・西平・鈴木(達)野・田）によって行われている．この研究では，通常の一対一面接調査法におけるサンプルの回答誤差に関してモデルをつくり，これを用いて解析し，あやまりない結果をみちびくには，どうすればよいかを研究することを目的としている．質問の種類や人のタイプによってこのモデルは異るので，これらの関係を実証的に明らかにしようとしている．第一年目に当る今年度は，準備調査を実施し，これを基にして，本調査における方法論を検討した．ついで第1回目本調査を実施した（本調査は同一対象を少くとも2回実施する）．

私の研究室としては，数量化，予測の研究を実証的に行うと共に，標本抽出法，誤差の多いデータから妥当な情報を引き出す方法，態度構造分析の方法論を研究した．具体的に言えば，数量化をさらに一般化すると共に，新らしい弁別尺度の研究，「多次元データ→一次元化，一次元データ→多次元化」の方法論を根本的に妥当性の立場より講究すること，社会現象のモデル化の研究，回答（測定）誤差の取扱い，選挙予測方法論の仕上げ（衆議院議員選挙，朝日新聞社世論調査室と協同），動く母集団の総数推定の一つのタイプとしての野兎数推定の問題，野兎の生態に関する統計的研究（ともに石田研究室，新潟大農学部，新潟県庁と協同），医学統計の諸問題（日医大木村内科，東大小林内科，慈恵医大，循環器研究協議会，国鉄保健管理所と協同）とくに心電図・心音図による患者（正常者を含む）の分類，不整脈の自動計測，人の健康的予後予測の問題，健康管理データによる諸計測の取扱い上の問題点の解明などの問題，市場調査における統計的諸問題，事故の OR 的分析（国鉄），科学試験研究費による政治意識の統計的研究，松代地区における地震問題に対する調査（NHK 放世研，輿論科学協会と協同）を行った．

社会調査法における構造モデル分析

野　田　一　雄

社会調査において，質問に対する調査対象の回答と態度構造との機構を表現する一般的なモデルとして，次ぎのようなものが考えられる．$X=(X_1,X_2,\cdots,X_p)$ を p 個の項目をもつ多項選択質問，あるいは二項選択質問の p 個の組の回答の結果を示す量とする．つぎにこれらの質問を受ける場合，反応する調査対象の態度構造が $Y=(Y_1,Y_2,\cdots,Y_q)$ なる変量でもって表わされるものとする．X の分布を $H(x)$，Y の分布を $G(y)$，X の Y への条件付分布を $F(x|y)$ とする．このとき質問機構 $Q[X:Y]$ は

$$H(x)=\int F(x|y)dG(y)$$

で表わされると考える．

このようなモデルのもとでは，調査結果 $H(x)$ は，個々の調査対象の回答する確率 $F(x|y)$ の平均値とみなされるわけで，調査目標はそれに対応する調査対象の構造 Y とその分布 $G(y)$ を知り，そのもとで反応のメカハズム $F(x|y)$ を求めることになる．$H(x)$ から $G(y)$, $F(x|y)$ のパラメーターを推定する一つの方法として latent class model がある．Y の分布

として grouping が可能であるとして，その各部類についてのパラメーターを求める方法である．このような構造機構が求められると，調査法の合目性が高められ，特にその信頼性は数量化されることになる．（統計数理研究所彙報 14 巻 2 号参照）

しかるに潜在構造分析における条件付独立の仮定を設けると，実際の質問編成が容易でない場合が多い．したがって調査法におけるモデル分析においては，調査対象の態度構造 Y の位置ずけとその分布 $G(y)$ を，別の質問系 $Q[Z:Y]$ によって推定する方法が望まれる．

調査における回答の変動について

鈴木達三

これまで，当研究室では「国民性の調査」，「マスコミの効果に関する調査」等をおこなって，調査主題に関する資料を得ると共に各種の調査法上の問題も分析検討を加えてきた．本年度は，これらの調査法における問題をいろいろな角度から分析するため，5 回のプリテストと全国調査を実施している．

プリテストでは，調査結果の信頼性をみるため，同じ人を 1 ケ月おいて再調査する方法をとり，回答の変動を分析することにした．

ここでは，調査結果のうち，回答の変動の模様について 2，3 のべることにする．

全体的な傾向をまとめると

1) 周辺分布は前調査，後調査であまり変化しない
2) 前・後調査での回答の一致率はおもに回答をとる選択肢の数と，回答の集中度に関係している．
3) あいまいな回答（中間的回答，D.K. など）をする人は回答が変りやすい．
4) 質問内容と回答のとり方とがよく符号している場合は，そうでない場合より回答の変動が少い．
5) 質問を組にして回答のカタサをみると，特定の組で回答の変動が少い．これは，回答者の態度構造と関連すると思われるので今後分析を進めていきたい．

以上のほか，質問文の修正，質問順序等によって回答の模様に影響のある場合もある．

このような問題は，質問を受けた回答者がどのような具合に回答するかという問題につながるので，この点の分析を進めている．

マルコフ過程の不変測度と可測変換

窪川義広

1) $X=(x_t,+\infty,\mathfrak{M}_t,P_x)$ を半コンパクト空間 (E,C) に値をもつマルコフ過程としたときに，$\mu_t(\Gamma)=\int_E P_x\{x_t\epsilon\Gamma\}\mu(dx)$ なる (E,C) 上の測度 μ，μ_t を考える．$\mu_t(\Gamma)=\mu(\Gamma)$ $(\forall\Gamma\epsilon\sigma(C),\ t\geq 0;C$ は空間 E の開集合系で $\sigma(C)$ はそれにより生成される最小の σ-代数) が成立つとき μ をマルコフ過程 X の不変測度という．X が拡散過程であるときに，すべての P_x に対して弱くない有限不変測度が存在する為の必要十分条件は回帰的であることである．ここで測度の有限性を σ-有限にしたらどうなるか．これは未知である．σ-有限不変測度については，マルコフ過程の不変測度の一特例である，可測変換 T で不変な σ-有限測度についてすら全然満足のいく結果は知られていない．拡散過程又は標準過程，又非常に狭いが歴史的に最初に問題が提起された，可測変換 $T\cdots$ 等の不変な σ-有限測度を考察してみたい．最近 Ornstein は σ-有限不変測度をもたない可測変換の例をつくった．そこで如何なる条件が必要十分であろうか．

2) 二つの保測変換の同値問題

二つの保測変換 T_1,T_2 が共役であるとは，可逆な保測変換 S が存在して，$ST_1=T_2S$ なることとする．二進数列 (x_n) $(x_n=0,1)$ 上の桁シフト S_n に対して S_n と S_m は $n\neq m$ のとき共役でない．(Kolmogorov, Sinai) この証明は共役不変量 $h^*(T)$（エントロピー）を正規測度空間上の保測変換 T に対して導入し，$h^*(S_n)=\log n$ なることを示すことによりなされた．ここでエントロピー $h^*(T)$ は次の様に定義する．$\mathfrak{A}$ を正規測度空間 X の有限可測分割とし，$H(\mathfrak{A})=-\sum_{E\epsilon\mathfrak{A}}P(E)\log P(E)$．保測変換 T に対して，$T^{-k}\mathfrak{A}$ $(k=0,1,\cdots,n-1)$ で生成される最小の有限可測分割を $\mathfrak{A}\vee T^{-1}\mathfrak{A}\vee\cdots\vee T^{-(n-1)}\mathfrak{A}$ としたとき，極限

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}H(\mathfrak{A}\vee T^{-2}\mathfrak{A}\vee\cdots\vee T^{-(n-1)}\mathfrak{A})=h(T,\mathfrak{A})$$

が存在することが示される．そこで $h^*(T)=\sup_{\mathfrak{A}}h(T,\mathfrak{A})$ とする．($\mathfrak{A}$ は有限可測分割全体にわたるものとする．) 上述の Kolmogorov, Sinai の例は，保測変換 T により誘導される作用素 $U(Uf(x)=f(Tx))$ がユニタリ同値でも共役とは限らないことをしている．そこで更に共役か否かの判定にエントロピーを利用したらということになる．例えば，「正規測度空間の二つの可逆な保測変換は，それらより誘導される作用素がユニタリー同値，且つ同じエントロピーをもつなら

ば共役か？」(Fomin) こういうエントロピーの利用法は面白いと思う．エントロピーは次元みたいなものだから，濃度と同じ位有用であろう．

無線伝送における一，二の統計的問題，その他

樋口伊佐夫

実用の無線伝送においては，予備回線をいくつか設けて，適当な切替えを行うことはより通信の質を保持しようとする．通信の障害となる原因はいろいろあるが，その中で気象，特に降雨による影響は重要である．降雨に関する情報としては，地点における単位時間あたりの雨量の分布，二地点間の相関などがあり，降雨量と電波の減衰の間の一般的関係も求められている．これらをもとにして，回線網や切替方式の設計に役立つ知識（通路切替えの効果の推測を含む）を得るには正攻法では，多次元対数ガンマ変量の相関ある和から切替え方式によって導いた変量の分布を数値的に求めることになり，計算が手におえない程煩雑である．こうした煩雑をさけて近似的に計算することを考え，いくつかの数値的な検討の結果，二つの並列回線の場合に実用上差支えない方法が得られた．しかし一般の複雑な回線網に対しては，こうした解析的方法は不可能である．そこでモンテカルロ法による計算を試みた．これは雨に関するレーダー観測の知識を利用し，対数正規分布に従う大きさの雨域がランダムに存在し，問題になる領域より広いある領域での雨域の個数をきめ問題にするいくつかの区間の区間雨量の同時分布を求めようとするもので，一応は参考になる知識が得られた．

粒子の振盪実験では，円筒容器の各部の粒子の動き（確率的な拡散を含む）を観測した．

ある特性関数方程式について

清水良一

特性関数 $\varphi(t)$ に関する方程式，

$$\varphi(t)=\varphi(a_1t)\cdots\cdots\varphi(a_nt) \qquad (1)$$

$$a_1\geqq\cdots\geqq a_p>0>a_{p+1}\geqq\cdots\geqq a_n$$

を考える．$n=p=2$ の場合については，一昨年発表したが，これはその一般化である．

$$\sigma_0(z)=1-a_1^z-\cdots-|a_n|^z \qquad \text{とおく．}$$

退化していない特性関数 $\varphi(t)$ が上記の方程式をみたせば，$\sigma_0(z)$ の unique real zero α は，$0<\alpha\leqq2$ である．$\alpha=2$ のとき，$\varphi(t)=e^{-\frac{\sigma^2}{2}t^2}$，$1<\alpha<2$ のときは，

$$\log\varphi(t)=\int_0^\infty(e^{itx}-1-itx)dM(x)+\int_{-\infty}^0(e^{itx}-1-itx)dN(x) \qquad (2)$$

と書ける．ただし，$M(x)$，$N(x)$ はそれぞれ，$(0,\infty)$，$(-\infty,0)$ で単調非減少である他，つぎに述べるような条件をみたす．（逆もなりたつ）

$$g(t)=e^{-\alpha t}M(e^{-t}),\quad h(t)=-e^{-\alpha t}N(-e^{-t})$$

とおく．

（I） $\log|a_i|/\log|a_j|$ のいずれかひとつが無理数のとき，$g(t)$，$h(t)$ はともに定数であり，したがって，$M(x)=-\lambda/x^\alpha$，$N(x)=\mu/|x|^\alpha$，$\lambda,\mu\geqq0$ と書け，$\varphi(t)$ は安定な分布である．さらに $p<n$ なら $\varphi(t)=\varphi(-t)$．

（II） ある実数 $\xi>0$ について，

$$k_i=-\log|a_i|/\xi,\quad i=1,\cdots.n$$

が互いに素な整数のとき，

（i） $p=n$ なら $g(t)$，$h(t)$ が周期 ξ の周期関数

（ii） $p<n$ で，$k_1,\cdots,k_p$ のいずれかが奇，または，$k_{p+1},\cdots,k_n$ のいずれかが偶のとき $g(t)=h(t)$ で，これが周期 ξ の周期関数．また，このとき，$\varphi(t)=\varphi(-t)$

（iii） $p<n$ で $k_1,\cdots,k_p$ がすべて偶，$k_{p+1},\cdots,k_n$ がすべて奇のとき，

$A(t)$，$B(t)$ をそれぞれ周期 ξ，2ξ の周期関数として，

$$g(t)=A(t)+B(t)$$
$$h(t)=A(t)-B(t) \qquad \text{とかける．}$$

$0<\alpha\leqq1$ のときも $\varphi(t)$ は (2) と類似の表現をもち，$M(x)$，$N(x)$ が上記と同じ条件をみたす．

細胞集団の統計的解析，その他

高橋宏一

① 細胞集団の統計的解析

今年度は細胞集団の同調培養により得られた細胞数増殖曲線からの世代時間分布の推定，並び Koch & Schachter の提起した増殖モデルの実験資料にもとづく Simulation による検討を行なった．また世代時間が比較的一定した細胞について死亡を考慮した増殖モデルの検討を実験資料に即して行なった．

② 順位資料の解析

明らかに有意な同一対象へのいくつかの順位が与えられている場合を考え，順位相関係数の値の解釈を与

えるモデル及びそれに関する数値計算，並びに順位の和の順序統計量の分布についての考察を行なった．

③　順位にもとずく層別・推定

目的とする測定が相当困難であるが大小の比較判定はある程度容易であるという立場を考えるなら当然多数の判定と少数の測定からなる標本にもとずく推定が有効になる．その際，測定に付随した順位に関する情報が推定の精度にどの程度寄与するかといった問題をモンテカルロ法及び層別サンプリングの理論との関連において検討している．

④　級内相関の考え方

対象がいくつかのクラスにわかれているとき一つの性質について同一クラスに属している対象が相関を有するか有しないといった問題について，とくにその性質が分類のかたちで表現されている場合に intra-class correlation に対応する指標について考察している．またこれに関連して確率遷移行列と定常分布の推定，ergodic 係数の推定などが同時に問題となる．

製品出荷における待合せのモデル

植　松　俊　夫

工場ででき上った製品をトラックで出荷する場合に於ては，一方では出荷の能力が充分でない場合の製品の滞溜が，他方ではトラックの到着が多過ぎる場合のトラックの滞溜が考えられる．これは相互に関係しあう2つの流れがあって，夫々に於て待合せが生じ得るという型の問題であって，而も第1の流れの方は待合せの問題と見た場合 bulk service が与えられる型のものである．ここではこの様な待合せのモデルを取上げてみる．

取上げるモデルは次のものである．

(イ)　両方の流れに待合せのない場合：

第1の流れに到着があれば，その時この流れの待行列が1となる．

第2の流れに到着があれば，その時この流れの待行列が1となる．

(ロ)　第1の流れに待行列ある場合：

第2の流れに到着あれば，この到着は直ちに流出する．同時に，第1の流れの方から集団で流出する．但しそれは次の仕方で行われる．即ち整数 $M(\geqq 1)$ があって，第1の流れから M 個（もし第1の流れの待行列が M 以下なら，待行列の全部）が流出する．

(ハ)　第2の流れに待行列ある場合：

第1の流れに到着ある時，この到着は直ちに流出する．同時に第2の流れから1つだけ流出する．

(ニ)　整数 $N(\geqq 1)$ があって，第2の流れの待行列は N 迄しか許されず，それ以上の到着があってもこれはすべて棄てられる．

このモデルに於て次の仮定をした場合，夫々の流れの待合せの分布を決定する事をここでは問題とする．仮定としては次のものをとる．

(a)　2二つの流れの到着は互に独立である．

(b)　第1の流れはパラメーター λ のポアッソン過程である．

(c)　第2の流れでは，到着の間隔が独立に夫々アーラン分布 $\dfrac{(k\mu)^k}{(k-1)!}e^{-k\mu t}t^{k-1}$ に従う

(d)　システムは平衡状態にある．

夫々の流れの待合せの分布を決定する為に，システムの states として次のものを考える．

(1°)　第1の流れの待行列が $n(\geqq 1)$ の時，システムの state を $N+n$ とする．

(2°)　両方の流れに待行列がない場合に，システムの state を N とする．

(3°)　第2の流れに待行列が $j(N\leqq j\leqq 1)$ の時，システムの state を $N-j$ とする．

然る時吾々は $p_n=P_r$（システムの state が n）を決定できればよい．それには $\{p_n\}$ の generating function $P(z)=\sum_{n=0}^{\infty}p_nz^n$ が決定されればよい．然るに $P(z)$ は，

$$(1)\qquad P(z)=\frac{\sum_{n=0}^{N+M-1}p_ng_n(z)}{1-z^M\left\{1+\dfrac{\lambda(1-z)}{k\mu}\right\}^k}$$

ここに $g_n(z)$ は或る既知の係数の多項式，となる．

然るにルシェの定理を使って，(1) の分母は $|z|<1$ なる零点を丁度 $M-1$ 個持つ事が言える．それらを $\zeta_1,\zeta_2,\cdots,\zeta_{M-1}$ とすれば，$P(z)$ が $|z|<1$ で正則だから，これら ζ_j は (1) の分子の零点である．この事から $\{p_0,p_1,\cdots,p_{N+M-1}\}$ らについての $M-1$ 個の連立一次方程式が得られる．

又 $\lim P(z)=1$ である．更に $\{p_0,p_1,\cdots,p_{N+M}\}$ について次の関係が成立つ事が言える．

$$(2)\quad\left\{\begin{aligned}
&p_0=r_0(p_0+p_1)\\
&p_1=r_1(p_0+p_1)+r_0p_2\\
&\quad\vdots\\
&p_{N-1}=r_{N-1}(p_0+p_1)+r_{N-2}p_2+\cdots+r_0p_N\\
&p_N=\left(\sum_{n=N}^{N+M-1}r_n\right)(p_0+p_1)+\left(\sum_{n=N-1}^{N+M-2}r_n\right)p_2\\
&\qquad+\cdots+\left(\sum_{n=1}^{M}r_n\right)p_N+r_0(p_{N+1}\\
&\qquad+\cdots+p_{N+M})
\end{aligned}\right.$$

但し $r_n=\binom{n+k-1}{n}\frac{(k\mu)^k\lambda^n}{(k\mu+\lambda)^{k+n}}$ とする.

以上合計 $N+M+1$ 個の連立一次方程式から, $\{p_0,p_1,\cdots,p_{N+M}\}$ が求められるから, $p(z)$ が (1) により確定する.

分枝輸送過程の母関数について

今 井 晴 男

上の問題について以下の結果を得た.

R^3 の有界凸領域 D の中を等速度運動する粒子 xv (位置 x, 速度 v) によって始められる分枝過程で, 境界が吸収壁であるとき, 時刻 t におけるD内の粒子数の分布の母関数 $g^0(t,x,v,z)$ にたいする方程式

$$g^0(t,x,v,z)=\int_0^{\tau(t,x,v)}dsb(t,x,v)\sum_{k=0}^{\infty}q(r(s),v,k)\times\left[\int_{R^3}duf(r(s),v,u)g^0(t-s,r(s),u,z)\right]^k+zl(t,x,v)\chi(r(t))+l(\tau(x,v),x,v)\chi'(r(t)) \tag{1}$$

を考える. これとあわせて,

$$g(t,x,v,z)=\int_0^{\tau(t,x,v)}dsb(t,x,v)\sum_{k=0}^{\infty}q(r(s),v,k)\times\left[\int_{R^3}duf(r(s)_1v_1u)\cdot\{g(t-s,r(s),u,z)+zl(t-s,r(s),\mu)\chi(r(s))+l(\tau(x,v),x,v)\chi'(r(s))\}\right. \tag{2}$$

を考えるのが便利である. (1), (2) 式をそれぞれ $g_0=T_0g^0+g^1$, $g=Tg$ と書く.

任意の正数 $a>0$ とし, $I=\{t;\ 0\le t\le a\}$, $I_0=I-\{0\}$, $S=\{z:\text{complex};\ |z|\le 1\}$, $\bar{D}=D+\partial D$ とおき, $\mathfrak{D}=I\times\bar{D}\times R^3\times S$, $\mathfrak{D}_0=I_0\times\bar{D}\times R^3\times S$ とする.

式 (1) で, $r(t)=x+tv$, $\chi(\cdot)$ は D の定義関数, $\tau(x,v)$ は粒子 xv の D から exit time, $\tau(t,x,v)=\min\{t,\tau(x,v)\}$ である. 関数 $b(t_1x_1v)$ $q(r(t)_1v,k)$, $(k=0,1,2\cdots)$, $l(t,x,v)$ は $\mathfrak{D}$ の上で定義され非負連続有界であって, $f(x,v,u)$ は, $\bar{D}\times R^3\times R^3$ で有界連続で,

$$\sum_{k=0}^{\infty}q(r(t),v,k)=1,\qquad l(t,x,v)du=1,$$

$$\int_{R^3}duf(x,v,u)du=1$$

をみたすとする. つぎの性質 (a) が成立つ.

(a): 複素関数 $g(t,x,v,z)$ で, $\mathfrak{D}_0$ で連続, $\mathfrak{D}$ で有界 $|g|\le 1$ であって, $0\le z\le 1$ で $0\le g(t,x,v,z)\le 1$ をみたし, $|z|<1$ で正則をみたす g があって, (1) の解 g^0 は g と g^1 の和で表わせる. この g は (2) の解である.

(1) の解で, この形に表わせるものが唯一つ存在する. $|g_0(t,x,v,z)|\le 1-|g^1(t,x,v,z)|$ をみたし, 性質 (a) をもつ任意の関数 g_0 から, $g_n=Tg_{n-1}$ で作った逐次近似が, (2) の解に $\mathfrak{D}$ で一様に収束する.

ある種の統計量の変動の解析

田 口 時 夫

経済統計に於てシエアや格差は屢々重要な課題を呈供するものであるが, 集中や累積の過程を適当に formulate するならば, 此等の変動を幾つかの基本的モデルから具体的に追求することが出来る. その初歩的試みは, 1965 年度日本統計学会誌上に報告したが, その結果をより包括的な見地から経験資料や実例に照して発展させる事が考えられる.

Area Sampling の問題点その他

石 田 正 次

1) Area Sampling の問題点

小売店を対象とした市場調査とか大面積の森林調査では適当な名簿がないために, 又費用, 時間の制約のために area sampling が利用されている. この場合 total estimatation が目的であるならば問題はないが, 比率とか標識間の函数関係などの推定となると妥当な結果を得ることが非常にむずかしくなってくる. 比率の推定では各 area 内の個体数の分散が歪みの原因となり, 函数関係の推定ではそのほかに各 area 内の函数関係と area の平均の函数関係との差が影響してくる. これは area sampling での抽出確率の与え方から当然生ずる結果ではあるが, area sampling を使わざるを得ないような場合が多々あるので, その歪みの評価を試みつつある.

2) Bitterlich 法の研究

森林調査を簡便化するために考え出された Bitterlich 法は統計理論的に数多くの欠陥をもつにもかかわらず無反省に利用される傾向があるので, 林野庁計画課の助力を得て研究会を作り, 綜合的な検討を行ってきた. その内容は理論的研究のほかに現地調査による測定誤差の評価, 計算機を利用したシュミレーションによる歪みの研究などであり, その結果は近々のうちに発表される.

3) 乱数発生機の開発

モンテカルロ法や統計的シュミレーションのために広く利用されている擬似乱数はいわゆる確率変数としての理論的根拠もなく，又みかけの性質にも限界があるので，熱雑音，放射性物質を利用した乱数発生機の開発を行ってきた．現在 TSK Ⅲ に接続されている二号機により擬似乱数よりははるかに好ましい結果を得ているが，未だこれも充分に満足のいくものではない．

本年度の研究はある型のフィルターを過した熱雑音で SSB 変調された一定周波数を基として乱数を作ることでこの方法によりその特性をかなり改善できる見通しがついた．

第三研究部の研究概要，その他

青 山 博 次 郎

本年度より OR 研究を促進するために，企画管理の研究を行う第3研究室が新らしく設けられた．

第1研究室では最適層別，選別，の問題の研究のほか第3研究室と協力し．情報検索の研究に着手した，また協同研究としては国鉄の荷物輸送に関する市場調査を行った．第2研究室では計算法のほか Age distribution, 突然変異モデルの研究，乱数作成の研究を行った．第3研究室では，前年来の動的最適化の諸問題の研究をすすめ，Markovian decision structure における最適政策の研究，粒子の分布の研究などを続行した．指導普及室では研究成果の研究をまとめたが，本年1月より室長が変った．

われわれの研究室では，ひきつづき住宅団地建設費の最適配分計画の研究を行い，新しく計画中の団地に対し応用し，種々の検討をすすめた．また政党支持率の変化の分析，因子分析に関する研究，衆議院選挙の予測，報道の機械化の研究を行い，特別事業の社会現象の統計的モデル化の研究に協力した．

選別問題と最適層別

多 賀 保 志

現在時点で観測可能な変量X（多次元でよい）の観察にもとづいて，ある将来時点で初めて観測可能となる1次元変量 Y に関してつくられる目的関数を最大(小) にする（適当な束縛条件のもとで），というのが選別問題の一般的な形である．とくに，選別割合 α $(0<\alpha<1)$ を一定としたとき，大きさ α の選別領域 R（X の変域の部分集合）における Y の条件付平均値を最大にするような最適領域 R^* を求めるという問題を考えてみる．これは Y の X への回帰関数 $\eta(x)$ をもちいて，

$$\int_{R^*}\eta(x)dG(x)=\sup_{R}\int_{R}\eta(x)dG(x),$$
$$\int_{R}dG(x)=\alpha$$

とあらわせる．（G は X の周辺分布）

このような R^* がつねに存在することはすぐにいえるが，$\eta(x)$ は一般に未知であるから，R^* をすぐ手に入れることはできない．そのためには，事前に別の情報 s をとって，予め $\eta(x)$ の推定関数 $\hat{\eta}(x,s)$ をつくり，それにもとづいて R^* に対する漸近的最適領域 $\hat{R}^*$ をもとめ，R^* の代りに $\hat{R}^*$ を使うことによって生ずる損失を評価できるようにしておくことが大切である．この間の事情をくわしく話し，その考え方を最適層別の問題へ適用できることを示したい．

Weibull 乱数の作成，その他

脇 本 和 昌

（A） Weibull 乱数の作成

一様乱数から各種乱数の作成法は色々考えられている．ここではその一つとして Weibull 乱数の作成法について述べることにする．よく知られているように Weibull 分布の分布関数は次のようにあらわされる．

$$F(x)=1-e^{-\frac{x^b}{\theta}};\ x\geq 0\ (\theta, b>0)$$

ここで $\dfrac{x^b}{\theta}-y^b$ とおくと

$$F(y)=1-e^{-y^b};\ y\geq 0\ (b>0)$$

となる．

普通この Weibull 分布をもつ乱数は一様乱数より指数乱数を作り，その b 乗根を求めることによって得られる．

ところが一様乱数から直接この乱数を次のような方法により作ることができる．

（i） $b=m$(integer) の場合

$(0, a)$ で独立な一様分布をもつ確率変数を U_{11}, $U_{12}, \cdots, U_{1m}, U_{21}, U_{22}, \cdots U_{2m}, \cdots\cdots U_{N1}, U_{N2}, \cdots U_{Nm}$ としNの分布を

$$P_r(N=n)=\frac{(a^m)^n}{(e^{a^m}-1)n!}\ (n=1,2,\cdots)$$

とするとき

$$Y=\min\{\max(U_{11},U_{12},\cdots U_{1m}),\max(U_{21},U_{22},\cdots U_{2m}),\cdots\cdots,\max(U_{N1},U_{N2},\cdots U_{2m}),\cdots\cdots \max(U_{N1},U_{N2},\cdots U_{Nm})\}$$

は $(0, a)$ truncated Weibull 分布をもつ，すなわち

$$P_r(Y\leq y)=\frac{e^{a^m}}{(e^{a^m}-1)}(1-e^{-y^m}) \longrightarrow 1-e^{-y^m}$$
$$(a\rightarrow\infty)$$

この場合 N の平均，分散は次のようになる．

$$E_a(N)=\frac{a^m e^{a^m}}{e^{a^m}-1},$$
$$V_a(N)=\frac{a^m e^{a^m}(e^{a^m}-a^m-1)}{(e^{a^m}-1)^2}$$

この方法を用いて Weibull 乱数を作ると，作成に要する時間も相当短縮することができる．

(ii) $b>1$(real) の場合にも拡張することができる．

(B) Host-Pathogen system のモデル

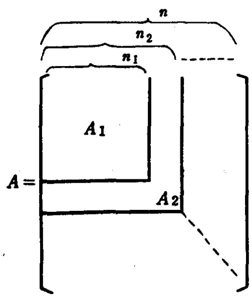
農林省農業技術研究所（奥野研究室）で問題として考えているもので，育種法において単一品種のままで品種改良を進めるとその品種に対して強い菌系が増加してやがてはその品種が使えなくなる．

そこで品種混合により耐病性の安定化をはかるというのがこのモデルのねらいである．罹病度のなるべく低いところで品種と病原菌の平衡状態があらわれるような品種の混合割合の推定が必要となり，そのために色々な方法を試みている．

数量化における線型数値計算について

駒 沢 勉

数量化の数値計算で大きなウエイトを占めている行列の固有値解法上の一工夫をのべてみる．数量化問題において数量を計算したい R の要因の中間段階での要因の数量も計算する必要がしばしばある．それに対処できる固有値解法を操作する． 行列 A を小行列 A_1, $A_2, \cdots, A$ なる各行列の固有値を逐次解いていく．



解法は回転法を利用し，小行列の三角化を逐次行なう．時間は行列 A の固有値を解くより多少かかるが途中までの要因が同時に得られる点，有利な一方法である．

細菌の増殖モデルと Mutation について

崎 野 滋 樹

本年度中に於ける研究成果の主なるものは次の2つである．

1. 細菌の分裂回数を age と考え，t 時点に於ける age distribution を求める．そのために，細胞は分裂に関与する l コの gene からなるとし，親細胞は分裂によって l コの gene が殺られたとき，その細胞は分裂能力を失い，死んだと考える．

いま，1コの細胞が分裂により，1コの gene が殺される確率を p とし，かつ各 gene は独立だとしよう．そのとき，t 時点で始めて l コの gene が全部やられる確率 $P_t(l)$ は

$$P_t(l)=\binom{t-1}{l-1}(1-p)^{t-l}p^l$$

t, l は共に正の整数値かつ $(t\geqq l)$

で与えられる．

従って，age 0 の1コの細胞から出発したとき，t 時点 $(t\geqq l)$ に於ける age の平均分布 B_t は

$$B_t=A_{t-1}B_{t-1} \qquad (t\geqq l)$$

ただし，

$$B_t=\begin{pmatrix} 2^{l-1} \\ 2^{l-2} \\ \vdots \\ 1-P_t(l) \end{pmatrix}$$

$$A_t=\begin{pmatrix} 1, & 1, & \cdots\cdots, & & 1 \\ 1, & 0, & \cdots\cdots, & & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0, & \cdots 1-P_e(l), & 0\cdots\cdots, & & 0 \\ 0, & \cdots\cdots 0, & \dfrac{1-\sum_{i=l}^{l+1}P_i(l)}{1-p_l(l)}, & 0\cdots\cdots, & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0, & \cdots\cdots\cdots\cdots 0 & & & \dfrac{1-\sum_{i=l}^{t+1}P_i(l)}{1-\sum_{i=l}^{t}P_i(l)} \end{pmatrix}$$

から得られる．

2. 細菌集団の mutation theory の stochastic な取り扱いについて述べる，

1) 1コの normal な細胞が Δt 時間に1コの normal な細胞を生む確率を $a\Delta t+0(\Delta t)$

2) 1コの normal な細胞が Δt 時間に1コの abnormal な細胞を生む確率を $g\Delta t+0(\Delta t)$

3) 1コの abnormal な細胞が1コの abnormal

な細胞を生む確率を $b\Delta t+0(\Delta t)$

4) backward mutation はないものとする.

5) 各細胞は独立であるとする.

このような仮定から, $t=0$ で1コの normal な細胞から出発したとき, t 時点で m コの normal な細胞, n コの abnormal な細胞の存在確率を $P^{(1)}_{m,n}$, それから作られる probability generating function を $\Pi_1(u,v;t)$, また, 1コの abnormal な細胞から出発したときの probability generating function を $\Pi_2(v;t)$ としたとき, Π_1, Π_2 に関して次のような連立偏微分方程式が得られる.

即ち,

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial t}=a(\Pi_1{}^2-\Pi_1)+g(\Pi_1\Pi_2-\Pi_1) \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial t}=b(\Pi_2{}^2-\Pi) \qquad (2)$$

(2) から一般解

$$\Pi_2=\frac{e^{-bt}}{e^{-bt}-A(v)}$$

そして, $t=0$, $\Pi_2=v$ から

$$\Pi_2=\frac{ve^{-bt}}{1-v(1-e^{-bt})} \qquad (3)$$

(1), (3) 一般解から, $t=0$, $\Pi_1=u$ とすると,

$$\frac{1}{\Pi_1}=\frac{\{1-v(1-e^{-bt})\}^{\mu}}{ue^{-(a+g)t}} -\frac{a\{1-v(1-e^{-bt})\}^{\mu}}{(a+b)e^{-(a+g)t}}\int_{e^{-(a+g)t}}^{1}\{1-v(1-x^h)\}^{-\mu}dx \qquad (4)$$

ただし, $\mu=\frac{g}{b}$, $\quad h=\frac{b}{a+g}$

なる解を導くことができる.

ところで, 問題は abnormal な細胞の平均 generation time が normal な細胞のそれに較べて小さいとき, 即ち

$$b>a+g$$

なるときの Π_1 の性質である. 例えば, 正常細胞から癌細胞ができたとき, Π_1 がどのようになるか.

Markovian decision と potential, Multi index Hitchcock problem その他

渡 辺 浩

A 1) Transient Markovian decision structure における optimality condition について.

S: countable state space, D: finite decision space $Q_k=(q_{ij}(k))$: $d_k\epsilon D$ に対してきまる S 上の劣確率行列, 時間は離散的, g_{ikj}: s_i で d_k を選び s_j に移った時の immediate gain, $w_{ik}(R)$: decision rule R と $s_i\epsilon S$ からきまる D 上の確率分布, C' を mixed stable decision rule の全体, $p_{ij}(R)=\sum_k w_{ik}(R)q_{ij}(k)$

$g_{ik}=\sum g_{ikj}q_{ij}(k)$, $\widehat{G}=(g_{ij})$, $W=(w_{ik})$.

$\mathfrak{D}(W\widehat{G}')$: $W\widehat{G}'$ の主対角ベクトル, $h(R)$ を $P(R)$ からきまる potential 核による charge $\mathfrak{D}(W(R)\widehat{G}')$ の potential とする.

条件 1) $\sum_j p_{ij}(R)h_j(R)+\sum_k w_{ik}(R)g_{ik}=\underset{\{w_{ik}\}}{\mathrm{Max}}\{\sum w_{ij}q_{ij}(k)(g_{ikj}+h_j(R))\}$. 2) $h(R)$ は他の任意の $R'\epsilon C'$ に対しても $P(R')\sim$potential. 3) $g_{ikj}\leqq 0$, すべての i,k,j につき. 4) $g_{ikj}\geqq 0$ すべての i,k,j につき, を考える. 定理: (2) 又は (3) の一方の下で R がすべての starting state に対し optimal なるための必要条件は (1) であり, optimal rule として deterministic なものを選べる. (2) 又は (4) の一方の下で (1) を充す R は optimal rule になる. 2つの optimal な R,R^* があった時, $h(R)$, $h(R^*)$ は互に相手の P,P^* からきまる kernel に関して potential である.

A 2) Leontief analysis における potential

産業連関分析における各 sector, 第 i 部門の標準価格を u_i, 他の任意の価格を w_i として

$$v_j=x_j-\sum a_{ij}x_j$$

$$\alpha_j=v_j/x_j. \qquad \beta_i=w_i/u_i$$

とおく事により β は α を charge とする potential になり, これによって価格変動波及の model を作る事ができる.

B) A class of multi-index Hitchcock problems.

$I=\{i_1,i_2\cdots,i_\mu\}$: index set, $i_\lambda=1,\cdots,n_\lambda$, $\lambda=1,2\cdots,\mu$, $J,K,L,\cdots$subsets of I, $\mathfrak{L}$: lattice of all subsets of I, $J\epsilon\mathfrak{L}\to S_J=\{(j_1,j_2,\cdots,j_\nu\}$; index space, F_J: function defined on J, $j_p\epsilon J$ のとき, F_J に対し boundary operation $\sum_p$, 更に一般に $\sum_J$ の def. $\mathfrak{M}\subset\mathfrak{L}$ C: fct. on S_I, X: var. on S_I に対し

$$[LP\mathfrak{M}]\begin{cases} C'X \longrightarrow \min. \\ \{\sum_{Jc}X=F_J,\ \forall J\epsilon\mathfrak{M},\ X\geqq 0,\end{cases}$$

を考える. Redundant な constr. を除く事により $\mathfrak{M}$ を self maximal set に限り更に "completely decomposable" なもの, "inseparable" なものが reduce され, 問題の本質的に区別される分類ができる. 4 index のばあいにはこれにより 22 の case ができ, 更に index の grouping によりその中3つの case が除かれる. これにより通常の Hitchcock problem より multi item extension, serial extension, dynamic extension により次々に拡張される問題の位置づけが可能.（発表，口頭，OR 学会 1966 秋）

C） Information Retrieval の予備実験

C 1） Hole Sort Card System. 2段×102列. 96列を利用，著者名 9，書誌分類 17，年号 9，管理用 7，内容分類 54.

C 2） Tape Information についての Retrieval 実験 数字 11+6 bit，Alphalet 5 文字 30 bit. 1829 個.

種類の推定

志 村 利 雄

いくつか（有限又は可算無限）の種類に分割されているような集合） $V=\bigcup_{m=1}^{\infty} M_m$ （M_m は同一種類のものからなる集合）からランダムサンプリングで大きさNのサンプル（$X_1, \cdots, X_N$）を抽出したとき，何種類あるかを推定する問題を取扱う．すなわち

$$d_N=\sum_{m=1}^{\infty}\left[1-\prod_{i=1}^{N}(1-\chi_m(X_i))\right]$$

χ_m は M_m の indicator

を問題にするわけである．このような問題は古くから取扱われているが，あまりより推定法はないようである．そこでなるべくよい推定法を見つけ出うというのが主眼である．

この他で本年度扱った問題は，モンテカルロ法でよく使われる composition-rejection 法の数学的な整理と内航輸送統計の精度を上げる問題等である．

選挙・世論・調査法

西 平 重 喜

1965 年の在外研究中（ヨーロッパ），フランスの地方選挙，大統領選挙（ともに第1回投票および決戦投票），ベルギー下院選挙，西ドイツ下院選挙を実際に見，資料を集め，疑問をただしてきた．それらをもとにして横断的な選挙の国際比較に着手した（「ヨーロッパの選挙」科学基礎論研究 8 巻 1 号）．また 1967 年 1 月のわが国の衆議院総選挙には，毎日新聞や東京放送の予測に参加し，その結果をとりまとめる予定である（展望 4 月号）．

日本社会心理学会の要望によって「国際危機と各国の世論」（同年報）を執筆するに当って，諸外国の世論についての研究も始め，これに関連して日本の外交と世論についての小論を発表した（自由 9 巻 3 号）．

世論調査法については，林知己夫，鈴木達三氏等とともに，調査研究をつづけている．

創立 22 周年記念講演会

昭和 41 年 6 月 4 日 1 時半より創立 22 周年を記念して公開講演会が研究所講堂で行なわれた．

あいさつ	所長	末綱恕一
1. 細菌はどのようにふえていくか ——増殖現象のモデル化	第2研究部	高橋宏一
2. 住みよい団地の設計とOR	第3研究部長	青山博次郎