動く調査対象集団に対する標本調査について-I

——野兎数推定をめぐって——

林 知己夫，石田正次，大石典子
（以上統計数理研究所）
高田和彦，豊島重造，羽田清五郎
（以上新潟大農学部）
堀口龍猛（新潟県庁農林部）

（1966年7月受付）

Estimation of Size of Mobile Population–I

—— Sample Survey for the Estimation of the Size of Hares in a District ——

Chikio HAYASHI (Institute of Statistical Mathematics)
Masatugu ISIDA (Institute of Statistical Mathematics)
Yoriko ÔISI (Institute of Statistical Mathematics)
Kazuhiko TAKATA (Faculty of Agriculture, Niigata University)
Jyuzo TOYOSHIMA (Faculty of Agriculture, Niigata University)
Seigoro HADA (Faculty of Agriculture, Niigata University)
Ryûmô HORIGUTI (Division of Agriculture and Forestry, Niigata Kentyô)

The authors present several statistical methods for estimating the size of hares in a district from the theoretical point of view, as follows.

1) Capture method
2) Capture-recapture method
3) Trace method
4) Interval method
5) Damage method

目　次

§1. 経　　緯

我々は，動く調査対象集団をもとにして，その大きさを推定する問題をとりあげ，研究を始めることにした．

嘗て，林は，目黒自然公園における「しじゅうから」を推定する問題，富士山麓における「こうもり」数を推定する問題をとりあげ，研究しようとしたが，共同研究の態勢がととのわず，調査を行なうに至らず，理論も熟せずに終ってしまった．ところが新潟県において，野兎(hare)の被害がきわめて大きいところから，野兎生棲数推定の気運がたかまり，上記のメンバーが新潟県庁農林部の方々の援助を得て，取敢えず佐渡において野兎調査を行ない，その大きさ推定の問題を研究することとなった．

昭和40年度は，2回佐渡の新潟大演習林（大倉地区），石花地区，入川地区に調査の下見，小手調べを行なった．その結果にもとづいて，生棲数推定の一つの試案とも言うべき方法論を，林の考えからまとめたものが以下に示すものである．このすべての方法が可能と言うわけでなく，また，このまま実施に移せるものではないが，考えの軸をまとめるための一里塚をなすものである．調査や実験を重ねることによって，取捨選択が行なわれ，新しい方法も考案され，また示された理論が実際に即して精密化されることになるであろうと思う．なお研究を進めるに当って新潟大学演習林の山口，水口，田中，の諸氏に非常に御世話になった．また東大北海道演習林の根本宏氏，林業試験場の宇田川竜男氏，三重農林統計事務所長安藤仁氏には情報や文献の教示あにずかった．足跡法の計算については統数研の林文嬢を煩わしたところもあった．また調査の実施の際，統数研の今井紘子姉にも御世話になった．厚く感謝を表するものである．

さて，ある地域内に生棲する動物(比較的広範囲に動く)を推定する統計的問題は，かなり古くから英国で講究され，野鼠や狐について研究が進められ，捕獲–再捕獲法 (capture-recapture法）と言われる方法を開発，この線から追求が行なわれている．こうした実証的な研究を重ねている中心は Oxford 大学の Animal Population の研究所にいる Leslie や Chitty であると言えよう．さて，ある地域内に生棲する動物数を推定する問題の応用はひろく魚介類，鳥類，昆虫類，獣類，その他のものにも及ぶものであるが，その方法論は一つにきまるものではない．常に捕獲–再捕獲法が有効なわけではない． 方法は動物の習性に依存して定まるべきものである． 野鼠や狐や魚やある種の回遊移動鳥獣に関しては，捕獲–再捕獲法によることが望ましい（或はそれに依らざるを得ない）としても，我々のとりあつかう野兎に関しては後述する様に必ずしも有効な方法ではない． また，「しじゅうから」に関しても別個の興味ある方法が用いられている様である[3]．

まず，我々の取り扱う野兎（エチゴノウサギ， hare の一種）の習性はどの位解っているか，となるとさびしい限りであった．これまでのいくつかの文献[1]をみる限り，あまりはっきりしていないし，本当の意味の野兎の専門家はいまのところいない様である．もっとも質的な意味では，習性もある程度つかまえられている様であるが，数量的意味では，全く十分なものではない——数量的意味ではっきりしていなければ推定方法の効率を考えるときに拠りどころにならない．そこで，新しい習性の特性を見出すと共に，この質的習性を数量的に把握することも我々は考えて行かなければならない問題となってきたわけである．このための調査計画も我々は考慮に入れることにした．

さて，これから兎の総羽数推定方法を述べるのであるが，これは大別して次の様になる．

i）捕獲法，ii）捕獲–再捕獲法，iii）足跡法，iv）足跡発見時間法，v）被害法

これらについて，その考え方の概要を示してみよう．

文　　献

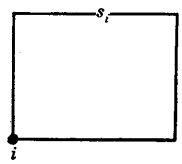
1） 高橋喜平： ノウサギの生態，法政大学出版局，1958.

2) 宇田川竜男：野生鳥獣の保護と防除（199-262 頁），農林出版，1961――これには文献が詳しいのでこの書にある文献は除外する．このほか，教養書であるが次の書が目についた．
3) 浦本昌紀：鳥類の生活（現代の記録，動物の世界 4），紀伊国屋書店 1966.
4) 小原秀雄：野生動物の生活（現代の記録，動物の世界 3）（196-204 頁），紀伊国屋書店，1964.

§ 2.　捕獲法（兎狩り）

§§ 2.1.　全地域における羽数推定

これは，極めて正統的な方法である．ある目的地域内で任意の地点を等確率で n 個所抽出する．これら n 個の地点を同時に調査するものとする．i なる地点について話を進める．i なる地点で s_i なる面積内にいる野兎の羽数を数えるものである．このため s_i なる広さに適宜網をかけ，勢子をつかって兎狩りを行なって野兎を捕獲する．或は，捕獲できず逃げ去ったものは，その数を数えておく．こうして m_i 羽だけ，ここにいたとする．こうして，n 個の地点において，同一の野兎が 2 カ所以上の地点で数えられることがないとすれば（一般にこうみることは妥当であろう），最も単純には，単位面積当りの羽数を比推定の形，



第 1 図

$$x=\frac{\sum_{i}^{n} m_i}{\sum_{i}^{m} s_i}$$

によって推定するのである．

もし s_i が一定で $\bar{S}$ であれば，偏りのない推定値として

$$x'=\frac{1}{\bar{S}}\frac{1}{n}\sum_{i}^{R} m_i$$

を得る．こうして，1 ヘクタール当りの羽数を出し，あとは面積を乗ずればよいわけである．x の平均二乗誤差，$\tau_x{}^2$ は

$$\tau_x{}^2 \fallingdotseq \frac{\bar{M}^2}{\bar{S}^2}\left[\frac{\sigma_s{}^2}{n\bar{S}^2}+\frac{\sigma_m{}^2}{n\bar{M}^2}-2\rho\frac{\sigma_s\sigma_m}{n\bar{S}\bar{M}}\right]$$

ここに　$\bar{S}$：s_i の母集団平均
$\bar{M}$：m_i の母集団平均
$\sigma_s{}^2$：地点間の s の分散
$\sigma_m{}^2$：地点間の m の分散
ρ は（m_i と s_i）との相関係数，非常に概念的に言えば s_i が大きな方が m_i が大きいであろうが，抽出地点の地形等により必ずしもそうは行かない．

もし s_i が一定で $\bar{S}$ であれば x' は偏りのない推定量となり x' の分散は

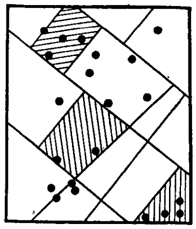
$$\sigma_{x'}=\frac{1}{\bar{S}^2}\;\frac{\sigma_m{}^2}{n}$$

となる．

調査は s_i がなるべく一定で s_i の分散が小になる様にすることが望ましいのである．

さて，以上では n 個の地点を同時に調査することを考えた．これは，同時でないと野兎が飛びあるき，いわば瞬間的透視写真がとれたことにならないからである．つまり野兎がいくら動いていたにしても，同時に調査をすればいわば，早取り透視写真で，ある地点を調査することとなり，総数の推定は上述のものでよいことになる．

しかし，同時調査は事実上不可能である．したがって次の様に，野兎数の時間的・空間的平



▨ 調査地点
● は野兎（瞬間的には固定）

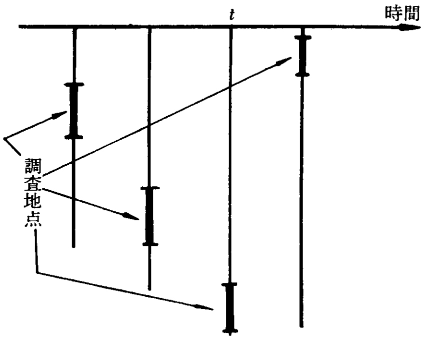
第2図

均を求める考え方に立つことになる．時間的と言っても常に同一の野兎数がある——但し動くため空間的パタンは異る——と考えればよい．サンプル地点は，時間を抽出，これに抽出地点を等確率で割りつければよいのである．

一時点・一地点としておく（これはどうでもよく，一時点・多地点でも全く同様に処理できる）． t 時点の調査地区で s_t なる面積を調査し m_t 羽の野兎を発見したとしよう．前の場合と全く同様の考え方をすればよい．

S を全面積とすると野兎総数の推定は，

$\frac{S}{s_t}m_t$ となる．s_t は一方であるから全野兎数の偏りのない推定となっている．この分散は $\frac{S^2}{{s_t}^2}\sigma^2_{m_t}$ となる． $\sigma^2_{m_t}$ は面積 s_t の地域で区切ったときの m_t の分散である．もし，全面積に M 羽が居り，s_t で区切ったとき s_t の中に入っている数がポアソン分布するものとすれば，分散は $\left(\frac{M}{S}s_t\right)$ となる．



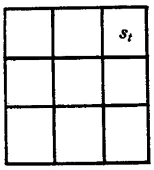
第3図

さて，n 時点調査するとすれば，羽数は，

$$y=\frac{1}{n}\sum_{t}^{n}\frac{S}{s_t}m_t$$

として推定される．これは偏りのない推定量となる．y の分散 ${\sigma_y}^2$ は，時点と地点の独立性から，

$${\sigma_y}^2=\frac{1}{n^2}\sum_{t}^{n}\frac{S^2}{{s_t}^2}\sigma^2_{m_t}$$



第4図

$\sigma_{m_t}\fallingdotseq{\sigma_m}^2$ とすれば

$${\sigma_y}^2\fallingdotseq\frac{1}{n^2}{\sigma_m}^2\sum_{t=1}^{n}\frac{S^2}{{s_t}^2}$$

となる．

$s_t=\bar{S}$ と常に同一ならば

$${\sigma_y}^2=\left(\frac{S}{\bar{S}}\right)^2\frac{{\sigma_m}^2}{n}$$

となる．なお上記の様に，ポアソン分布して居なくても $S_t=\bar{S}$ ならば $\sigma^2_{m_t}={\sigma_m}^2$ と見做せる場合が多いことであろう．このとき ${\sigma_m}^2$ の推定値として

$${\sigma_m}^2=\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(m_t-\bar{m})^2$$

$$:\ \bar{m}=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}m_t$$

を用いられよう．$s_t\neq\bar{S}$ のときはこうは行かないが $s_t\fallingdotseq\bar{S}$ のときは上述で大過なく，$\bar{s}_t\neq\bar{S}$ のときはポアソンの仮定がなければ s_t の近いものをあつめ上述の推定を行ない，その見当をつけることも考えられよう．

この方法は一見有望に見えるのであるが，次の様な欠点がある．

（i） 兎狩りを数多く行なうので費用が大になる．調査地点数は，mの分散が大きいと考えられるので相当多くしなければいけない．

（ii） m_t の勘定に，脱漏，重複が入りこむ虞れが多い．これをどうするかチェックの必要がある．

(iii) 一般に調査面積 $s_i(s_t)$ は相当大きいものである．この周測を行なって面積を確定することは大きな負担となる．

(iv) 兎狩りをするに当って網をかけたりするため，人がその地域に出入りし，また準備作業のため騒音が出る，また兎狩りの勢子が配置につくため地域内をあるく，こうしたうちに地域内の兎が遁げてしまう可能性がかなり多いと思われる．実験調査の結果からみても勢子が位置につく間に兎が逃げてしまった場合が見かけられた．こうするうちに逃げたものの羽数も数えておけばよいが，これをしっかりつかむ事は困難だし（(ii) 参照），気がつかぬうちに遁げたものはどうにもならない．この種の誤差の検討が必要である．

(v) そこにいる野兎数を推定しようとするある地域の周縁部における野兎の出入りが問題になる．もっとも地域が大きいときには，この問題は無視できよう．

いずれにせよ，この様に考えてくると，兎狩りの方法は，ある地域全体の野兎の総数を推定する方法と言うよりむしろ，ある特定地区に被害をもたらす兎の数の推定と言った問題に適用すべきであろう．((iii, iv) 項の注意の下に行なう必要があるが，これは慎重に行なえば，その誤差を少くし得る)．この方法については次に述べる．

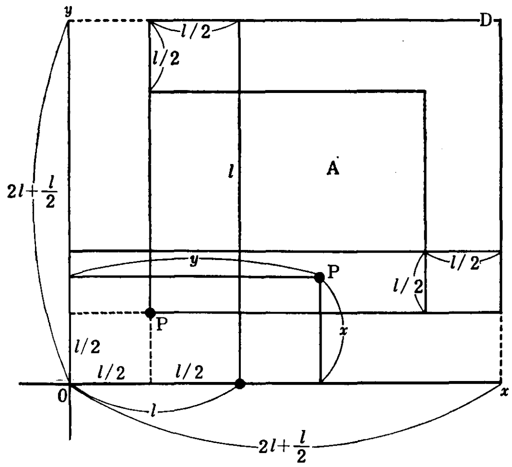
§§ 2.2.　特定地区における野兎数推定

ある特定地区(面積を S とする)に入り込むであろう兎の数を推定することを考えるのである．ここである時点に捕獲された(或はこの地区で観察された)兎の数がすべてではないことは明らかである．いま，この地区に入っていなくても(つまり捕獲，或は観察されていなくとも）ここに入り込む可能性のある兎がいるからである．入り込む可能性のある兎の数を推定するために一つのモデル化を行ない，ある事柄が解っていれば推定が可能であるという考え方を示してみよう．非常に模型化しておくが，ここで述べる発想は，現実に即して精密化出来るので，方法の道筋を示すことに意味がある．

第5図

いま我々の捕獲地区が正方形であるとし，一辺の長さを l とする．一羽の兎の行動範囲も一辺 l の正方形であるとしておく(捕獲地区の辺と正方形の辺とが常に平行としておく)．後者は，全く仮定に過ぎないが，手をつける第一歩としてこうした簡素化を行なっておく．兎が l なる範囲内の一点にある確率は，面積の意味でその面積内で等確率としておく．

第6図をみられたい．Pを兎の行動範囲を示す正方形の中心であるとしPの位置をもとにして解析することにする．Pの座標を (x, y) としておく．$x<\dfrac{l}{2}$ 或は $y<\dfrac{l}{2}$ ならば，我々の地区Aと兎の行動範囲が重ならない．つまりその範囲にいる兎は，Aに入ることはないし，Aに被害を及ぼすことはない．同様に $x>2l+\dfrac{l}{2}$ 或は $y>2l+\dfrac{l}{2}$ であれば，これまた A には関係がなくなる．Aで捕獲される P の範囲 D は，

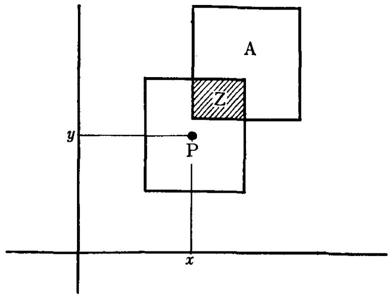


第6図

$$\left.\begin{aligned} 2l+\frac{l}{2} \geqq x \geqq \frac{l}{2} \\ 2l+\frac{l}{2} \geqq y \geqq \frac{l}{2} \end{aligned}\right\} \cdots D$$

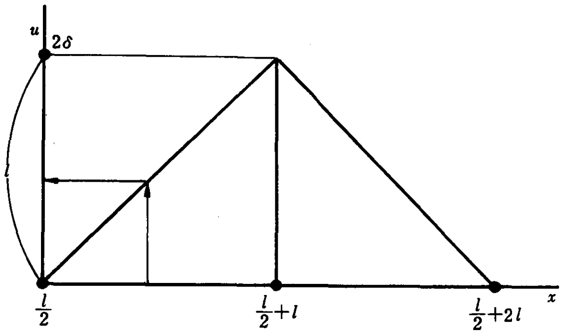
である．PがDの中のどこかにあるとする．しかも P は D の中を面積の意味で等確率でうご

くものとする．即ち P が $(x,\ x+dx)$，$(y,\ y+dy)$ の中にある確率は $\dfrac{dx}{2l}\cdot\dfrac{dy}{2l}$ であるとしておく．



第7図

P が図の様に$(x,x+dx)$，$(y,y+dy)$にあり，Aと兎の行動範囲とが重なる面積（斜線のところ）をZとすると，兎が行動範囲の中にある確率が面積の意味の等確率ということから，兎が捕獲される確率は Z/l^2 となる．いま，$x-\dfrac{l}{2}=u$，$y-\dfrac{l}{2}=v$ $\left(x, y\leqq\dfrac{l}{2}+l\right)$，$\dfrac{l}{2}+2l-x=u$，$\dfrac{l}{2}+2l-y=v$ $\left(x, y\geqq\dfrac{l}{2}+l\right)$ とすれば $Z=uv$ となる．



第8図

さて，P が D の中で前述の様に等確率であるとすれば Z の分布 $(0\leqq Z\leqq l^2)$ を示す密度函数は

$$(2\log l-\log Z)/l^2$$

となる．平均値は $l^2/4$，分散は $7l^4/144$ となる．

したがって兎の捕獲される確率の平均値は $l^2/4\times 1/l^2=1/4$ となる．分散は $7/144$ となる．

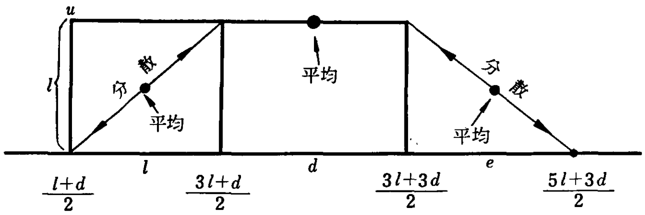
ここでは分布の形を求めたが，平均と分散だけならば

$$E(Z)=E(uv)=E(u)E(v)=l^2/4$$

$$E(Z^2)-E(Z)^2=E(v(u-\bar{u})+\bar{u}(v-\bar{v}))^2=\sigma_u{}^2(\bar{u}^2+\bar{v}^2+\sigma_v{}^2)=7l^4/144$$

として直ちに求められる．

さて，これまで兎の行動範囲を捕獲地区と同一のものとしたが，今度は兎の行動範囲を $l+d$ $(d>0)$ としてみる（辺々平行の条件は前と同様）——実際上は，兎の行動範囲が解かれば，それにあわせて捕獲地区の大きさをきめることが出来るので，兎の行動範囲を変えてみることはそれ程大したことではないが，地区の大きさが変えられないときには意味がある——．前と同様に考えれば，uは第9図の様になり，$uv=Z$ の平均（u，v は前述の様にAと兎の行動範囲の重なる部分—第7図の斜線の部分—の横軸の長さ，縦軸の長さをあらわす）及び分散はこの図から層内，層間の平均，分散を用いれば直ちに計算される．



第9図

$$E(uv)=\frac{1}{(2l+d)^2}(l^2+dl)^2$$

となる．その分散は

$$\frac{l^4}{(2l+d)^2}\left(\frac{2}{3}l+d\right)^2-\left(\frac{l(l+d)}{(2l+d)}\right)^4$$

となる．

したがって，捕獲される確率は，

$$\frac{E(uv)}{(l+d)^2}=\frac{l^2}{(2l+d)^2}$$

となる．$l=d$ ならば 1/9 となる．

さて，d が確率変数で，ある分布函数 $F(d)$ をもてば，

$$\int_0^\infty \frac{l^2}{(2l+d)^2}dF(d)$$

として，その平均が求められる．その分散も容易に計算することが出来る．分散についても，全く同様に d に関して，その平均や分散を求めることが出来る．

さて，$Z=uv$ の分布は，$d>0$ のとき，分布函数の形で（即ち，uv の面積が Z 以下である確率），

$$\frac{4Z}{(2l+d)^2}\left(\log\frac{l^2}{Z}+\frac{l+d}{l}\right)+\frac{d^2\delta_{l^2}(Z)}{(2l+d)^2}$$

但し $\delta_{l^2}(Z)$ は $Z=l^2$ の時のみ 1，$Z\neq l^2$ のとき 0,

となる．

さて，今度は，$d<0$ とし

$$0<l+d<l$$

とすれば，Z の分布函数は，

$$\frac{4Z}{(2l+d)^2}\left(\log\frac{(l+d)^2}{2}+\frac{l}{(l+d)}\right)+\frac{d^2\delta_{l^2}(Z)}{(2l+d)^2}$$

但し $\delta_{l^2}(Z)$ は $Z=l^2$ の時のみ 1，$Z\neq l^2$ のとき 0 とする．

となる．

Z の平均は

$$\frac{(l+d)^2l^2}{(2l+d)^2}$$

したがって，捕獲される確率は

$$\frac{E(Z)}{(l+d)^2}=\frac{l^2}{(2l+d)^2}$$

となるから $d>0$ のときより $d<0$ の時の方が捕獲される確率は大となる．

分散は

$$\frac{l^4}{(2l+d)^2}\left(\frac{2}{3}(l+d)-d\right)^2-\left\{\frac{l(l+d)}{(2l+d)}\right\}^4$$

となる．なお，d が確率変数のときは，前述の様に平均分散の d に関する平均や分散を求めることが出来る．

さて，以上の様な計算によって兎の捕獲される平均確率が勘定できたことになる．形状を変えて計算することは単純な図形のときは可能であるが（シミュレーションによるも可），こうした具体化は，実験調査を重ねた上で行なう積りである．

いま x_1, x_2 … x_N を 1 或は 0 をとる確率変数とする．N は地区 A に影響を与えるべき兎の総羽数とする．1 をとること，つまり捕獲される確率は，夫々 p_1, p_2 … p_N であるとしておく．この p_i は，不明であるが p_i の分布（平均及び分散）は，前述の仮定の下では計算できる．

つまり $E(p_i)=\overline{p}$ 及び $E(p^2{}_i)-E(p_i)^2$ は前に示した通りとなる．

さて，捕獲されたとき 1 としそうでないとき 0 とし，捕獲された総数を x とすれば

$$x=x_1+x_2+\cdots+x_N$$

となる．ここで $\overline{p}$ を用い

$n=\dfrac{x}{\bar{p}}$ を以って N の推定値としよう.

$$E(n)=E\left(\frac{x}{\bar{p}}\right)=\underset{p}{E}\ \underset{p\,\mathrm{fix}}{E}\left(\frac{x}{\bar{p}}\right)=\frac{1}{\bar{p}}E(p_1+p_2+\cdots+p_N)=\frac{1}{\bar{p}}N\bar{p}=N$$

n は N の偏りのない推定量となる.

同様にして n の分散は

$$\sigma_n{}^2=\frac{1-\bar{p}}{\bar{p}}N$$

となることが計算される. n の分布は N が大のときガウス分布で近似されることは明らかである.

さて前述の様に $d=0$ のとき $\bar{p}=\dfrac{1}{4}$ となるから, 推定は $n=4\times$(捕獲数) であり, 分散は $3N$ となる. 変異係数は, $\sqrt{3}/\sqrt{N}$ となる.

いま捕獲数が 25 羽であったとすれば $n=4\times25=100$ が N の推定となり, その推定の標準偏差はほぼ $\sqrt{3}\cdot\sqrt{N}=\sqrt{3}\cdot10\fallingdotseq17$ となる.

以上の様な立場に立つとき, 兎の行動範囲を知ることが出来れば兎狩りによって捕獲地区に影響を及ぼす兎の総羽数を推定することが可能となる. そこで, 兎の行動範囲やその行動形状を知ることが大切なことになる. なお, 兎狩り調査は, 雪の多い時期よりもむしろ, 雪の少い(ない)時期の調査がよいと思われる——積雪時においては, 雪を利用しての調査が有効となる. ここで述べた方法論は兎狩りの場合だけでなく, 後述する足跡法によって, 「A 地区へ影響を及ぼす兎の総羽数」を推定する場合にもつかえることになる. これについては後で述べる.

なお捕獲と言ったが, 捕獲ではなくある地区 A に何羽存在したかを勘定できればよいわけである. この勘定は視察や写真等で行なうことは, 注意ぶかくすれば可能である. なお, 兎の行動範囲に占有行動領域があるときもこの方法は用いることができよう.

§ 3. 捕獲-再捕獲法

この方法は, 動く母集団(動物の集団)における総数推定の方法としては, 正統的なもので, 英国において非常に研究が盛んである. これについての文献はこの方面の研究者高橋宏一が調べたものを付録につけておいた. しかし, 実際に応用しようとするとなかなか難しい問題があり, 我々流の考え方から, 高橋宏一が研究を進めているが未だ実用の段階に入っていない. 理論的には, 非常に興味を引くが, 「理論の場」と「実際の場」とがしっくりしていないのが困難な点である.

この方法の基礎は, 周知の如く, 等確率化・完全混合ということに根ざしていることである. ある米粒の山の総粒数 N を勘定するために, いくつか個数のわかった米粒 a に色をつけ米粒の山に入れてこれを完全にかきまわし, n 粒の米粒をとり出し, この中に色のついた米粒がいくつあるかをしらべる. これを a_1 とすると $\dfrac{a}{a_1}n$ を以って N の推定とする. こういったことが根本になっているので, すべてに対し完全な randomization が前提となっている. すべてに対し完全な randomization が行なわれる範囲が全体でなく, 部分であったりすると面倒になり, また米粒によって捕捉される確率が異ったりするといよいよ厄介になる. これをこと細かく分析して行くことはもとより可能なのであるが, この方法によって推定することが得策であるか否かは, 我々のとりあげる対象の性格によって異るのである.

兎の場合捕獲は, 罠, 網 (兎狩りにおいて網においあげて捕獲する) などによるが, 「生捕り罠」は難しく, 罠にかかる確率の少いことや罠にかかると死ぬ公算が高いことなどで難点がある. やはり兎狩り方式で網においあげて生捕りにするか, 特異な罠を工夫するのが望まし

い．生捕りの心要のないとき兎狩り方式で，鉄砲によって殺すことが能率的であり，強固な罠であってもさしつかえはない．捕獲したものには印をつけてはなし，それを再捕獲して，米粒の時の様に推定を行なうのである．印をつけて離すだけであれば，捕獲しなくても，なにか印を兎につける工夫があればよいことになる．

さて，こうした方法は，前にものべた様に，

（i） すべての兎は——一度捕えられたものも，一回も捕えられないものも——捕獲される確率が同一であること．

（ii） randomization の範囲がすべての対象地区内であること，

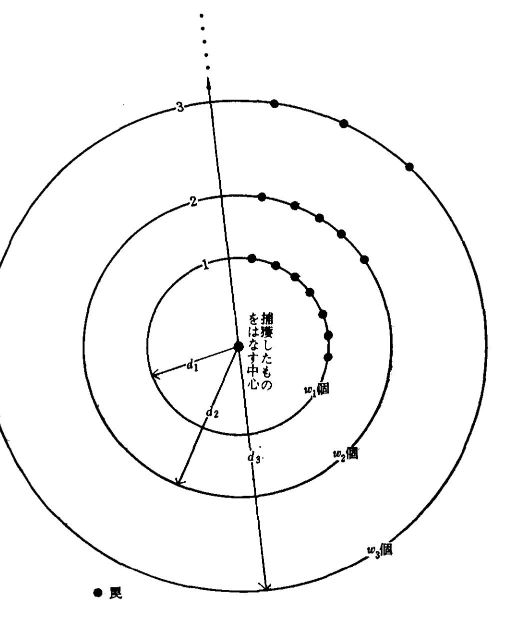
の二つが少くとも基本になっているが，これらの条件二つとも，確かめるデータがない．ただ兎には，夫々の占有行動領域があると言われて居る．その広さが randomization の範囲内であるとしたとき，それは極めて狭い範囲に限定される虞れが十分ある．あまり狭い範囲であれば，兎狩りの努力の割に推定する地区の大きさが狭いものになって効率がわるくなり，また推定の精度も悪くてつかえないことになってしまう．randomization の範囲がひろいこと——推定総羽数の大きなこと，地域が広いこと——が，捕獲-再捕獲法の利点ということが出来よう．兎の場合，さらによい推定方法があり，捕獲-再捕獲法は得策でない様に思われる．

この方法や考え方は，我々の場合，総数推定というより，むしろ習性——占有行動範囲，なわばり，行動領域等——を知る上に有効な方法と考えられる．まず兎を n 羽捕獲し印をつけこれをはなし，罠を広く組織的にかけ，一定期間後この罠にかかるものからどの程度一定期間内に動くものであるか，その行動範囲を推定することになる．この考えを図式的に説明してみよう．

円周 1（半径 d_1），円周 2（半径 d_2），円周 3（半径 d_3）……上に罠を夫々 w_1, w_2, w_3, ……個かけるのである．そうした場合一羽の兎が罠にかかる確率を p_1, p_2, p_3…… としておく（第 10 図参照）．いま罠の幅 h（この範囲にくるものが罠にかかるものとする）とすれば，そして，兎が円周上を円周の上で等確率で過るものとすれば，

$$p_1=hw_1/2\pi d_1,\quad p_2=hw_2/2\pi d_2,\quad p_3=hw_3/2\pi d_3,\quad \cdots\cdots$$

と考えることも，第一近似として認められよう．印をつけた N 羽を中心で離したとき，円周 1 で n_1 羽かかり円周 2 で n_2 羽かかり，円周 3 で n_3 羽かかり …… とする．円周上でかかったものはそこまで「来た」ことを意味するのである．



第 10 図

行動範囲が円周 1 の内部にあるものを N_1，円周 2 の内部にあるもので行動範囲が円周 1 の内部に止るものを除外したものを N_2, …… とすると

$$N=\sum_{i}^{\infty}N_i$$

円周 1 を通過するものの総数は n_1/p_1 で推定される．したがって，円 1 の内部に止まるもの即ち行動範囲が円 1 内部にあるものは $(N-n_1/p_1)$ によって推定される．円周 1 を通過し，円周 2 で捕獲される確率は $p_2(1-p_1)$ である．したがって，円周 2 を通過すべきものの総数は $n_2/p_2(1-p_1)$ によって推定される．したがっ

て，行動範囲が円2の内部にあるものの数は $\{N-n_2/p_2(1-p_1)\}$ によって推定される．円1の内部にあるものは $(N-n_1/p_1)$ であるから，行動範囲が円1より大で円2の内部にあるものは

$$\{N-n_2/p_2(1-p_1)\}-(N-n_1/p_1)=n_1/p_1-n_2/p_2(1-p_1)$$

と推定される．この様な方式によって行動範囲は円（半径 d_i: $i=1,2,\cdots\cdots$）によって表現され，そこにぞくする分布をみとめることが出来る．もし $n_2=0$, $n_1=Np_1$ とすれば，兎の行動範囲はすべて半径 d_2 内の円ということになる．（半径 d_1 のものはいないということになる）．

なお，また，捕獲-再捕獲の方法をある特定地区 A（例えばある面積の造林地区——造林地区には兎がよく出入し，被害を与える——）に応用してみれば，捕獲法に代る推定（この地区に影響を与えるべき兎の総羽数推定）が得られる． まずこのA地区で a 羽捕獲し印をつけ離す．再びここで n 羽捕獲し，a_1 羽だけ印があったとすると，ここAに来るであろう兎の総羽数を $\dfrac{a}{a_1}n$ で推定するのである．しかし，この方法は1回だけでは不十分で r 回試行 $(r\geqq 2)$の必要があり，r が大なる程精度が高くなる．r 回の後 a 羽だけ印をつけられたとすれば，$(r+1)$ 回の試行で上述の推定を用いることも精度が高い．また，r 回目の試行で ${}^ra$ 羽について，r 回目に印をつけたことが解る様にして印をつけ(つまり r 回目の試行で ${}^ra$ 羽捕獲された）この系列を利用して（同じものが何回も捕獲されることがある，このことが解る様にしておきまたこのことをも利用する）総羽数推定も可能である．

方法は，前述の様に捕獲される確率の逆数を利用することとなる．

§4. 足 跡 法

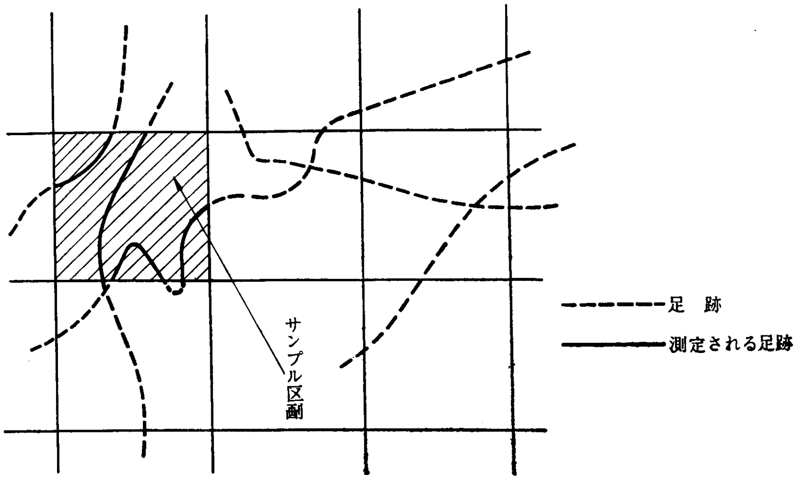
これは，兎の様に行動しているものを固定して把える一つの方法であると言うことが出来る．足跡法は，野兎の習性にも適した方法である．野兎は巣をつくらずに必ず歩きまわる（子も毛が羽えて生れて少し経つと歩く)——ただ一時のかくれ家はある——，夜行性である（特に 22 時—4 時という報告がある）という特性を利用するものである．足跡が残りそれを発見し易いということから積雪期に好適な方法である．必ず夜歩くというから，足跡をみるには新雪の後が好適である．しかし，地点をきめれば前日歩いて印でもつけておけば，その時までについている足跡をはっきりさせておくことが出来る．次の日再びその地点へ行き足跡をしらべ，新についた足跡を知ることが出来るので，新雪の後でなくとも容易な方法である．なお，雪が降れば降る程足跡は消えて綺麗になるので便利である．調査の途中で雪が降らぬ限り可能な方法である．いまのところ，この方法が野兎の場合最も望ましい方法であると思われる．

(イ) 足跡の総延長による方法

まず，ある地区に一夜中についた足跡の総延長 X を出す．一羽の兎の一夜の平均走行距離 $\bar{q}$ を出す．これから $X/\bar{q}=n$ によって兎の総羽数を推定するのである．

いま，全地区が面積 $\bar{S}$ の区劃で分割されているとしよう．この総数を R とする． 全地区の面積を $R\bar{S}$ としておく．この区劃の形状はどうでもよいのであるが一応正方形としておく．なお区劃の面積は等面積 $\bar{S}$ である必要なく $S_1, S_2, \cdots\cdots, S_R$, $\sum_i^R S_i=R\bar{S}$ でもよいのであるが抽象的に言えば，S_i を等しくする方が精度の上では望ましい．面積よりも区劃の内部にある足跡の長さの和が等しくなる様に区劃をとるのが精度がよいのである（第 11 図参照）． したがって，地区を層別し（兎のいそうなところ，いそうもない所），しかる後夫々異った等面積で区劃をつくるのが実際的に有効な方法である．

ここで述べることは各層の内部の議論であると思えばよい．これをつなぎあわせれば，全体が出るのである．R 個の区劃から等確率で r 個の区劃を抽出する．各区劃で一夜の中につけられた全足跡をしらべ——前述の方法により可能——その総延長を測る． それらを $x_1, x_2, \cdots x_r$ とすれば



第 11 図

$$\bar{x}=\frac{1}{r}\sum_{j}^{r}x_j$$

$\bar{x}\cdot R=x$ によって総延長を出すことが出来る．この分散 $\sigma_x{}^2$ は

$$\sigma_x{}^2=\frac{R-r}{R-1}\,\frac{\sigma^2}{r}R^2,\quad \text{但し}\ \sigma^2=\frac{1}{R}\sum_{i}^{R}(X_i-\bar{X})^2,\quad \bar{X}=\frac{1}{R}\sum_{i}^{R}X_i,$$

X_i は i 区劃の中にある一夜の足跡の総延長によって与えられる．

さて一羽の兎の足跡の長さをみるとき，等確率で兎をみつけることが難しいが，ある区劃を等確率でとったとき，そこに始点を有する兎の足跡を追跡すればよい．こうしないで足跡がみつかれば，前後にただ追いかけると言うのであれば，長い距離走行する兎がつかまり易くなるわけである．始点（終点）から m 個の足跡を抽出しその一夜における長さを追跡しその長さとして $q_1,\cdots q_m$ を得たとしよう．

$$\frac{1}{m}\sum_{i}^{m}q_i=\bar{q}$$

は足跡の偏りのない推定値となって居り，この分散は

$$\sigma_{\bar{q}}{}^2=\frac{N-m}{N-1}\,\frac{\sigma_Q{}^2}{m},\quad \sigma_Q{}^2=\frac{1}{N}\sum_{j}^{N}(Q_j-\bar{Q})^2,\quad \bar{Q}=\frac{1}{N}\sum_{j}^{N}Q_j,$$

Q_j は一夜に歩く j なる兎の足跡の延長をあらわす．N は兎の総羽数．

さて，総羽数の推定として，$n=x/\bar{q}$ によって推定できる．この平均二乗誤差を $\tau_n{}^2$ とすれば

$$\frac{\tau_n{}^2}{N^2}=\frac{\sigma_x{}^2}{(\bar{X}R)^2}+\frac{\sigma_{\bar{q}}{}^2}{\bar{Q}^2},\quad (x\ と\ \bar{q}\ は独立と考えられる)$$

とあらわせる．$\sigma_{\bar{q}}{}^2$ のとき，式中に N が入り込むが近似的に $\sigma_{\bar{q}}{}^2\doteqdot\frac{\sigma_Q{}^2}{m}$ と考えればよい．

さて，さきに，足跡をみつけ次第抽出することも述べたが，こうした方法をとると，長い足跡をもつものが抽出され易くなるわけである．足跡の延長の長さ Q_j をもつものの抽出されやすい確率 p_j は

$$p_j=Q_j\Big/\sum_{j}^{N}Q_j=Q_j/\bar{Q}N$$

であらわされるとしよう．これは一つの仮定である．こうして m 個の足跡を抽出，その延長を測定し　$q_1\cdots\cdots q_m$ を得たとしよう．

$$\bar{q}=\frac{1}{m}\sum_{i}^{m} q_i$$

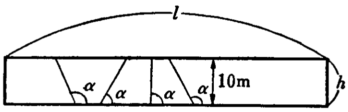
$$E(q_i)=\sum_{j}^{N} Q_j p_j=\sum_{j}^{N} Q_j \frac{Q_j}{\bar{Q}N}=\frac{1}{\bar{Q}}\frac{1}{N}\sum_{j}^{N} Q_j^2=\frac{1}{\bar{Q}}[\sigma_Q^2+\bar{Q}^2]=\bar{Q}(CV_Q^2+1)$$

となる．但し　$CV_Q=\frac{\sigma_Q}{\bar{Q}}$　で Q の変動係数である．$E(\bar{q})=\bar{Q}(CV_Q^2+1)$.

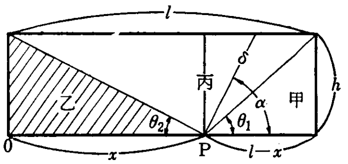
したがって，こうして求めた $\bar{Q}$ は $\bar{Q}(CV_Q^2+1)$ の偏りのない推定値となっている．$CV_Q \ll 1$ ならば，この $\bar{q}$ で $\bar{Q}$ の推定とすることが出来る．近似的には，$\bar{q}$ を求め CV_Q を推定し $\bar{q}/(CV_Q^2+1)$ によって $\bar{Q}$ の推定とすることも認められ，この平均二乗誤差も比推定の考えで出すことが出来る．

なお足跡の追跡をすることによって兎の一夜における行動範囲，行動の特性をも推定することが出来る．

さて，上述の足跡の全延長を求める調査において，区劃を抽出することを考えたが，このためには地図と測量が必要である．一定の区劃を周測して，その内部の足跡の延長を測量する代りに，一定の線を幅 h m（例えば 10 m 或は 2 m など）をつけて等確率で抽出し（歩く直線の端の点を面積の意味で等確率で抽出，方向は 360° 角度の意味で等確率で独立に定めるものとする），その線を歩きながら足跡の総延長を求めることが容易な場合もある（第 12 図参照）．この時足跡の延長を測量してもよいが，そうせずとも，精度よく足跡延長を求めることも出来よう．これを次に示そう．l m の距離をあるけば hlm^2 の面積が調査されることになる．歩きながら足跡が歩く線上に見つかれば歩く線と兎の足跡との角度 α を測りこれによって足跡の長さを算出し（長さ$=h/\sin\alpha$，但し $l\times h$ m の区劃の内部に入る分のみ．）その総和を求めて hlm^2 の中の足跡の総延長とすることも考えられる．こうしたとき，歩く直線上を過らぬ足跡が hl m^2 の面積の内部にはないものとしておく．こうした足跡を雑音的足跡と名づけておく（これが存在しても実測しておけば実際的処理は可能である）．このとき幅が 10 m であれば長すぎて足跡はその間直線であるとは認められない，また，歩く線上を過らぬ足跡が存在することがある，とすれば，幅は直線と認められるまでまた，上述の雑音的足跡が入らぬまでせばめてくればよい（例えば 5m とか 2m とか）．上述の仮定の認められる範囲が 10 m より長いとすればもっと長い幅をもつ範囲をとればよい．幅の広狭について見れば，幅がひろければひろいだけ，足跡の長さの変異係数は小となり，かつ調査地区の面積が大となりサンプリングの精度は向上する．一方足跡が直線でなくなり，また雑音的足跡が入るために偏りが生じてくる．この兼合いを検討することは大切なことである．



第 12 図



第 13 図

この方法をもっと単純化せば測定せず，直線にぶつかった足跡の数だけ数えればよいことになる．このときには次の仮定をおき，即ち，α が 0 から π まで等確率で分布するとし，且つあるく直線上（長さ l ）で足跡の存在する確率が，等確率でおこるものとして計算した値を用いることになる．但し，この方法（仮設）の妥当性は実測のデータと突き合せ雑音的足跡も考慮に入れ，十分検討されねばならない．実証されれば，便利な方法となる．この計算を示してみよう．

座標 x の点をまず固定し，区劃内の足跡の長さ δ の平均を出してみる．領域甲，乙にあるときは足跡の長さ δ は夫々 $\frac{l-x}{\cos\alpha}$，$\frac{x}{\cos\alpha}$ で与えられ，領域丙内では $\frac{h}{\sin\alpha}$ （h は幅）で与

えられる（第 13 図参照）．したがって δ の平均 $\varphi(x:\ l,h)$ は

$$\varphi(x:l,h)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\theta_1}\frac{(l-x)}{\cos\alpha}d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_0^{\theta_2}\frac{x}{\cos\alpha}d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}}\frac{h}{\sin\alpha}d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}}\frac{h}{\sin\alpha}d\alpha,$$

ここに，$\tan\theta_1=\dfrac{h}{l-x}$，$\tan\theta_2=\dfrac{h}{x}$，

となる．x が l 上で等確率で生ずるとすると $\varphi(x)$ の xによる平均を出せばよい．

$$\overline{\varphi(l,h)}=\frac{1}{l}\int_0^l p(x)dx=\frac{1}{\pi l}\left[l^2\log\left\{\sqrt{\left(\frac{h}{l}\right)^2+1}+\frac{h}{l}\right\}-h(\sqrt{l^2+h^2}-h)\right.$$
$$\left.-2\,lh\log\left\{\sqrt{\left(\frac{l}{h}\right)^2+1}-\frac{l}{h}\right\}\right]$$

となる．これを用い，足跡が歩いているうちに q 本みつかれば $\overline{\varphi(l,h)}\cdot q$ として地区内の足跡の総延長とすることも便利である．しかし，前にも述べた様に幅 10 m では足跡が直線でなく，また雑音的足跡が入るとすれば上述の仮定が成立するとみなせる位に幅をせばめることが必要となる．なお，この様な仮定が認められないとしても，次に示す様な配慮の下では幅をある程度広くすることもよい．いずれにせよ幅をいろいろ変え，この方法と足跡の実地測量（歩く線上を過ぎるもの，及び雑音的足跡をも測定しておく）とを対応づけ，前述の様な「我々の確率モデル」の妥当性を調べたり，直線と見做せる幅や雑音的足跡が入りこまぬ幅の上限を見出したり，或はまた妥当性ある幅，言いかえれば能率的な幅，精度のよい幅を定めておくことは本調査実施の前には大事である．幅が広くなると足跡は直線でなく，雑音的足跡が入るので，実測が計算より大になるがこの大になる比率が幅とどういう関係にあるか，ある程度までの広さの幅ならば安定した比率を示しその比率の変動の大きさが小さいということを知ることは大切なことになる（ある程度幅が広いと足跡がいろいろの曲線を描き，かつ，いろいろな雑音的足跡が入るので，比率の変動の幅が大となることが予想される）．安定しているような場合，この比率を前掲の計算に乗じて足跡の総延長とすることもよい．これまで l の長さの決定に触れなかったが，これについても調査精度・調査実施上の容易性から実際に即して定められなければならない．

なお前述の計算において得たものについて l 及び h をいろいろ変化させた図表を第 14 図，その拡大を第 15 図に示しておく．これは，調査実施上便利なものとなる．$l=100$ m，$h=10$m とすれば $\varphi(100,10)=19.38$ m となる．また $\varphi(20,10)$ を求めれば 10.3 m となる．

さて，以上は平均の計算であるが，分散はどの位かを計算しておくことは，足跡 q 本をみつけた場合，平均にこの値を乗じたとき，その精度をみる上に大切なことである．

二乗のモーメントを計算すれば

$$L(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\theta_1}\left(\frac{A-x}{\cos\alpha}\right)^2d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_0^{\theta_2}\left(\frac{x}{\cos\alpha}\right)^2d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{l}{\sin\alpha}\right)^2d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{l}{\sin\theta}\right)^2d\alpha$$

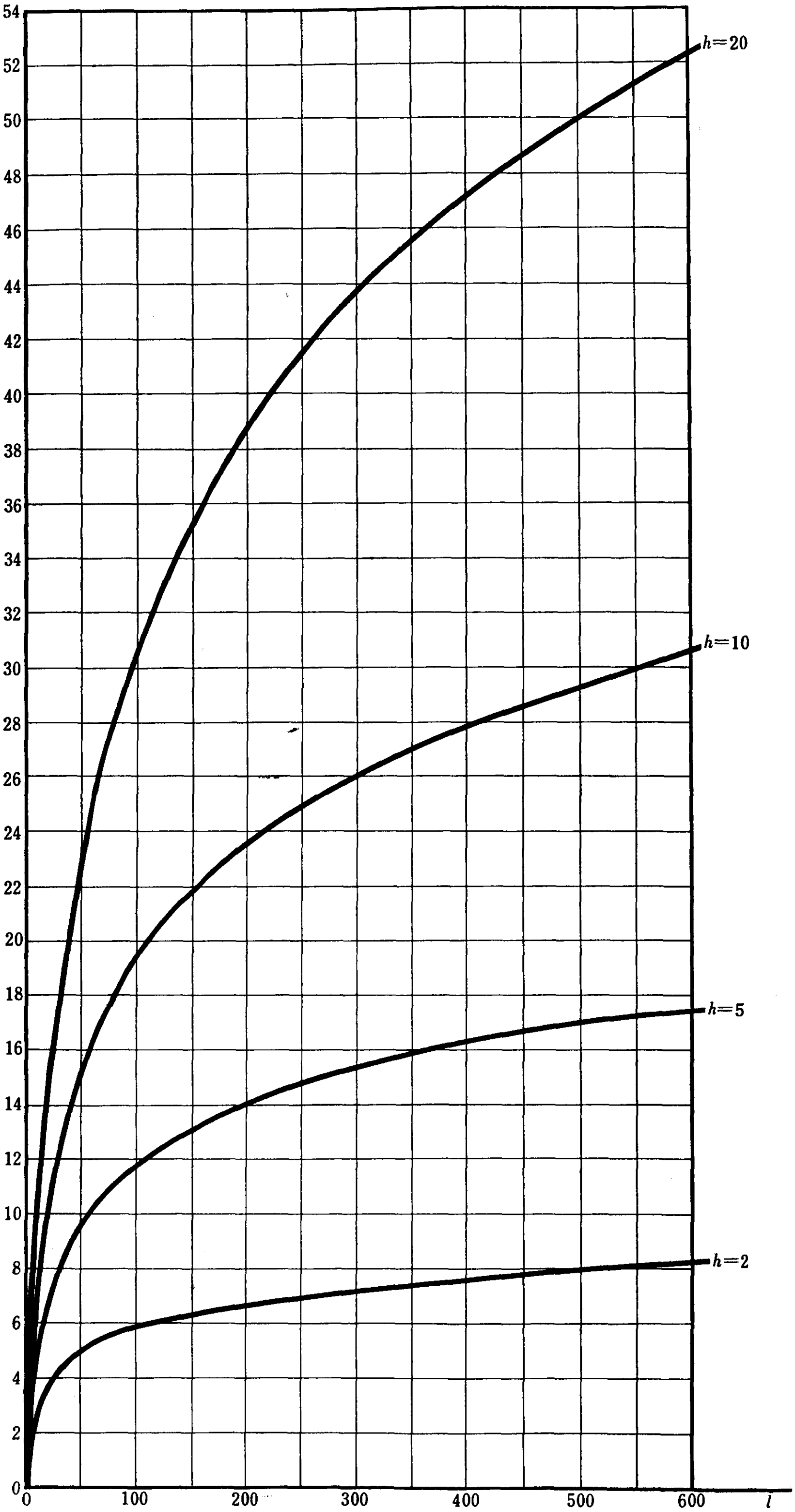
$$\frac{1}{l}\int_0^l L(x)dx=\frac{2\,lh}{\pi}$$

となるので分散は

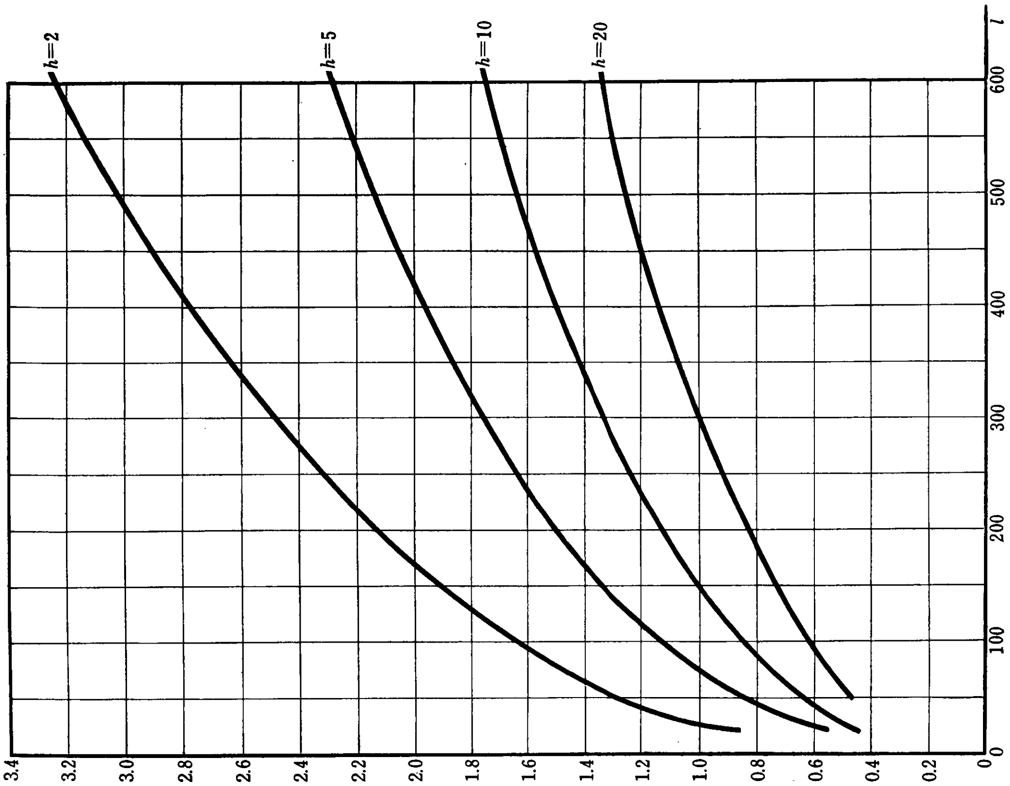
$$\sigma^2=\frac{2\,lh}{\pi}-\overline{\varphi(l,h)^2}$$

となる．変異係数の方が見透しがよいのでこれを計算しておく．$\sigma/\overline{\varphi(l,h)}$ をグラフ化しておけば，実際上便利なので，これを第 16 図に示した．

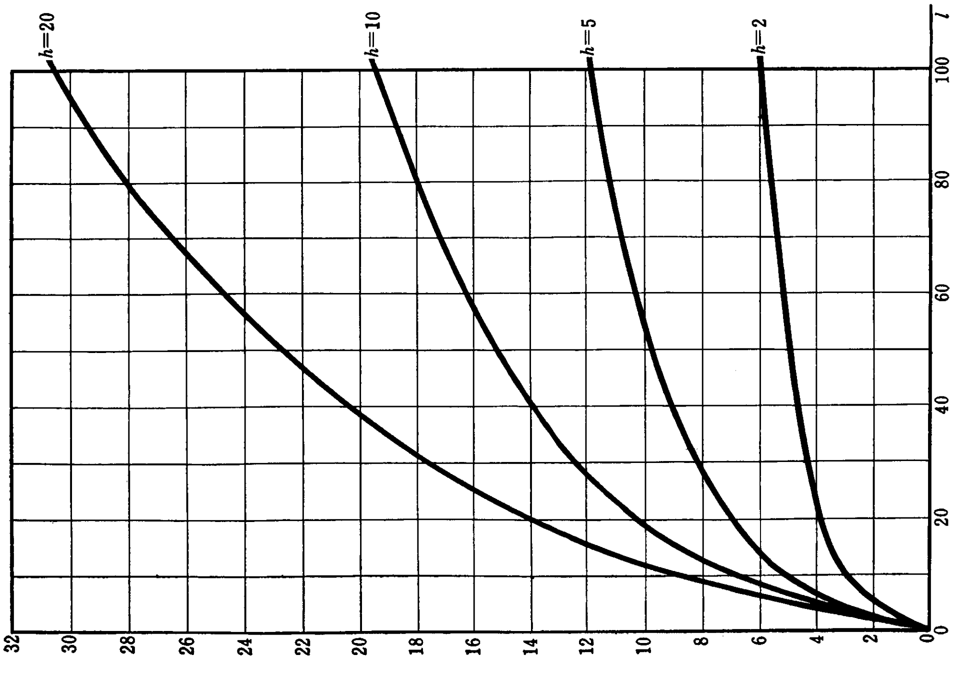
$h=10$ m，$l=100$ m とすると $\sigma=16.15$ 変異係数 0.83 となりかなり大きい．しかし，調査では一般に本数 q が相当大となるので，平均でおきかえても十分信頼できるものとなろう．いずれにせよ q を用いても誤差計算が可能となり，全体の足跡延長の推定においては，地点サンプリングによる分散，と上記の平均でおきかえることによって生ずる分散，とを加算し，こ


54
52
50
48
46
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0
100
200
300
400
500
600
l
$h=20$
$h=10$
$h=5$
$h=2$

第 14 図


h=2
h=5
h=10
h=20
l
0
100
200
300
400
500
600
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2.4
2.6
2.8
3.0
3.2
3.4

第 16 図


h=20
h=10
h=5
h=2
l
0
20
40
60
80
100
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32

第 15 図

れによって推定の誤差分散を勘定することが可能となる．

(ロ) 異なった足跡の数による．

前の場合は，足跡の総延長を出したのであるが，今度は，ある区劃を抽出したとき，その区劃内に異なった足跡がいくつあったか，だけを調査するのである．これはきわめて簡単なことである．j 区劃が抽出されたとしよう．この中に i なる兎の足跡があったとする．q_{ij} を j 区劃内にある足跡 i がいくつの区劃にかかるかを示すものとしよう．$q_{ij}=1,2,3\cdots\cdots$ である．この q_{ij} は足跡の長さ l_i に依存するもので，長ければ多くの区劃にかかり短かければ少しの区劃にしかかからないわけである．

$$\sum_i \frac{1}{q_{ij}}=x_j$$

とし

$$\sum_j^r x_j\cdot\frac{R}{r}$$

によって総羽数を求めることが出来る．$\dfrac{1}{q_{ij}}$ をとったとは，2つの区劃にかかれば，夫々の区劃で 1/2 宛数え3つの区劃にかかればそれぞれの区劃で 1/3 宛数えることを意味する，q_{ij} を一々計算することは大変なので一羽の足跡の総延長 l_{ij} 及び区劃の大きさ（一辺の定まった正方形としておく）から q_{ij} の平均や分散を出しておくことも大切である．これは一般には容易ではないがある単純な仮定の下では計算可能である．どこまで単純化せるかが問題である．計算の一例は後の‘q_{ij} 計算の例’で示しておく．

さてこの方法も (イ) の場合とどういう関係にあるか調べてみよう．いま j 区劃内の i なるものの足跡の距離を l_{ij}' とすれば大ざっぱに言って $l_{ij}'\doteqdot l_i/q_{ij}$

$$\frac{R}{r}\sum_j^R\left[\sum_i\frac{1}{q_{ij}}\right]=\frac{R}{r}\sum_j^R\left(\sum_i\frac{l_{ij}'}{l_i}\right).$$

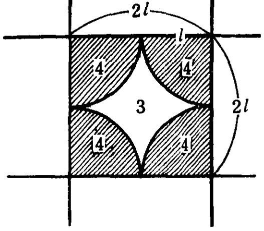
ここで　$l_i=\bar{l}$　とすれば

$$\frac{R}{r\bar{l}}\sum_j^R\sum_i l_{ij}'=\frac{1}{\bar{l}}\cdot\frac{R}{r}\sum_j^R\left[\sum_i l_{ij}'\right]=\frac{\text{全区劃の全兎の一夜の足跡の総延長}}{\bar{l}}$$

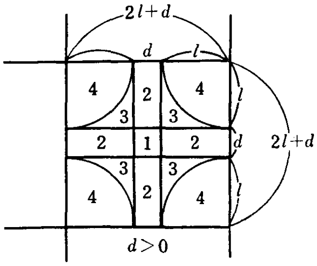
となる．$\bar{l}$ は一羽の兎の一夜の平均延長である．前の場合とくらべ，平均値をどこで用いるかの差が出てきている．

注　q_{ij} 計算の例

q_{ij} 計算のため極めて単純な例をあげて参考としておこう．兎は円形に(円周上を)あるくもとのする．その半径を l とする．我々の区劃は一辺 $(2l+d)$ の正方形とする．兎は，円の中心が面積の意味で等確率である所の円周上を走るものとしておく．$d=0$ とすると，兎の足跡は4つの区劃にかかるか3つの区劃にかかるかしかない．$q_{ij}=4$ 或は3である．4の場合は第17図の 4 と書いたところに中心があるときには半径 l の円周は 4 つの区劃にかかり，3と書いたところにあるときは円周は3つの区劃にかかるものとなる．$q_{ij}=4$ の確率は $\pi/4$，$q_{ij}=3$ の確率は $1-\pi/4$ である．



第 17 図



第 18 図

$d>0$ とすれば q_{ij} は第 18 図の様になる．第 18 図中の数字は，兎の円の中心がその領域に存在するとき，いくつの区劃にかかるかを示す q_{ij} の数字である．

(ハ) 捕獲法の代用

捕獲法の代用として用いることが出来る．ある特定地区 M を考える．足跡をしらべ一夜のうちにここに幾羽の兎が来たかをしらべる．次に足跡の追跡で兎の行動範囲やその特性をしらべる．これによって，兎が地区で捕えられる（足跡を見つけられる）確率を算出し，これによってその特定地区に影響を与えるべき兎の総数を推定することが出来る．この方法は重要地点に影響を及ぼす兎の総羽数推定に用いることが出来る．

以上の足跡法は，全地区で推定を行なうことが出来るのがよい．また特定地区を除外することも可能である．例えば伐跡地などでは野兎の足跡が入り乱れこれを測定することが困難な場合ここを除外することも出来る．除外した地域内で，全足跡総長を出す一方，一羽の足跡追跡調査でも，この除外したところは除外して計算しなければならない．このことは重要なことである．

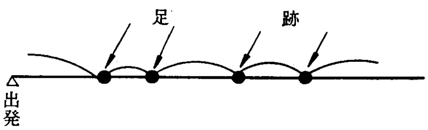
我々は 41 年 3 月に，佐渡大倉地区に於て雪上の足跡追跡の予備調査を行い，足跡の特性や調査実施上の問題点をいくつか見出したが，未だ発表の段階には到っていない．

ここでは，動く野兎の固定して残すものとして足跡を考えたが，同様の考えでは糞を用いることも考えられる．このときは，ある期間内に全地区に放出された糞の量を推定し，また一羽のその期間内に放出する糞の量の平均を推定し，これを用いて足跡のときと同様に推定するのであるが実行に移すには，習性，調査の簡易性を十分検討を要するものがある．

§ 5　足跡発見時間法

これは，非常に簡便な直観的方法であるが，兎の密度の濃淡の相対的程度をあらわすに過ぎないので，何等かの意味で補正手段が必要である．例えば正しい調査とこの方法との対応を求めておく必要がある．

ある地点から出発し直線上をあるき，はじめて兎の足跡を発見するまでの時間（距離）を出す．次に異った兎の足跡を発見するまでの時間（距離）を出す．この様に異った兎の足跡の間隔をしらべることによって，兎の密度を推定しようとするものである．時間とか距離とか言ったが，これは同じことで調査に簡便なものをとればよいので，一々測量すれば申分ないが，それを代用する方法を用いるのもよい．異った兎の足跡が直線上に印することが，（第 19 図参照）ポアソン過程とする．



第 19 図

$X(t)$ は整数をとる確率変数で t 時間内（ある歩行距離内）に存在する足跡の数を示すものとする．

$X(t)$ と $X(t+h)-X(t)$ は独立で

$$P_r\{X(t+h)-X(t)=1\}=\lambda h+{}_0(h) \qquad h>0$$
$$P_r\{X(t+h)-X(t)\geqq 2\}=0$$

とすると周知の様に

$$P_n(t)=P_r\{X(t)=n\}=\frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t} \qquad n=0,1,2\cdots\cdots$$

となり平均 λt のポアソン分布となる． いま，t_i を足跡のあった時間とする．$(t_{i+1}-t_i)$ の分布をつくってみよう． $2\lambda(t_{i+1}-t_i)=t$ の分布は，上記のポアソン分布を考えると i に関して独立で，$\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}$ となる．今 K 回の足跡を観察するまでの時間を T とすると

$$2\lambda T=\sum_{i=0}^{K-1} 2\lambda(t_{i+1}-t_i)$$

はこれもよく知られている様に自由度 $2K$ の χ^2 分布となり

$$E(2\lambda T)=2K$$

$$E(T)=\frac{K}{\lambda}$$

であるから $\lambda=K/E(T)$ で T の推定値から λ を推定できることになる（平均二乗誤差をつくること可能）．これは，そう厳密を要する問題ではない——他の条件を十分満たしているか否か不明——ので λ の推定（見当をつけると言った方がよい）として K/(K 個の足跡をみつけるまでの時間）でよい．$K=2$ とすれば，はじめての足跡間隔をみつけるまでの時間で λ が察せられることになる．

この λ によって兎の密度が推定がつくことになる．あるいくつかの特定地区（面積一定）で夫々兎の総数が推定出来たとしたとき，これと夫々の λ との関係を求め λ の表現している意味をつかむことが大事なことである．

なお，以上の様に，ポアソン過程を仮定しなくても次の様にして密度を推定できる．長さ l の直線をとり，この上に新しい兎（異った兎）の足跡が幾個あったかをしらべる．これによって単位長当りの兎の密度を知ることが出来る．但し，この方法をある地区全体へ拡張することは困難となる．ポアソン過程を仮定することによる拡大（確率の導入によりランダムサンプルの条件がそなわる）が不可能となるからである．それでは，ある地区において直線を何等かの意味でランダムにとればよいとの考えも成り立つ様であるが，足跡が同一であるか否か，異った兎であるか否か見分けることが調査実施上困難であるため，この方法は満足すべきものとならない．

§6. 被　害　法

これは，特定範囲のところに影響を及ぼす野兎の総数を推定するのに用いる．単純な非確率モデルから説明する．ただしこのモデルは妥当性が乏しいおそれがある．

(イ)　非確率モデル

一羽の兎がある期間 T に特定のものを食する量を c とする．T 間に生じた被害を S とする．このため被害の定義を明確にし，これを定量的に把握しておく必要がある．食する量と言ったが，これは被害と呼応して定めるべきであって，その種類のものをどの位どの意味で食するかを定めなくてはならない．取敢えず c が一定であるとしておこう．

1時点 T 期間内の被害を S_1 とし，2時点・3時点 T 期間内の被害を S_2, S_3 とする．n を1時点の T 期間における兎の羽数とする．

$$S_1=cn$$
$$S_2=c(n+m-\varDelta_2)$$
$$S_3=c(n+m+m-\varDelta_2-\varDelta_3)$$

m は T 期間内の流入（流出）——もとのものに比しての増減をあらわす——，$\varDelta_2$, $\varDelta_3$ 夫々2時点，3時点において捕獲された兎の羽数とする．

$$S_2/S_1=k_{12},\qquad S_3/S_1=k_{13}$$

とすれば

$$\left.\begin{aligned} n(1-k_{12})+m&=\varDelta_2\\ n(1-k_{13})+2m&=\varDelta_2+\varDelta_3\end{aligned}\right\}$$

から $n=(\varDelta_2-\varDelta_3)/(1-2k_{12}+k_{13})$

として求められる．かくして c も m も求められる．これは，c を直接に求めずして n を求める方法である．

いま　$m=0$　とすれば

$$S_1=cn \qquad S_2=c(n-\Delta_2)$$

から

$$n=\frac{\Delta_2}{1-k_{12}}$$

として求められることになる．

ここで　c を一定としたこと，m を一定としたことが問題となる．なお m（2時点の m を m_2，3時点の m を m_3，とする）はその時点で捕獲されたものに比例する（$m_2=\xi\Delta_2$，$m_3=\xi\Delta_3$）とすれば，これは解くことが容易に出来るが，その仮定が確かめられなければならない。

いま c が既知であるとすれば，

$$S_1=cn$$
$$S_2=c(n+m_2-\Delta_2)$$
$$S_3=c(n+m_2+m_3-\Delta_2-\Delta_3)$$

であるから Δ_2，Δ_3 が既知のため n，m_2，m_3 を知り，流入の状態を知ることが出来る．

なお，この方法をいろいろな場所や時点でつかえば，c の変化や変動の状況，n と c との関係，食糧と n や c や m との関係を知ることが出来る．

c についての論議はいろいろ生態学の領域で研究がある（例えば，川那部浩哉：生態学の立場，科学5月号 1965 232–238 頁）が，野兎の場合については新に研究を起さねばならない．これに関する妥当性あるモデルがつくられれば，以下の方法 (ロ) の考えもあわせ兎の総羽数推定の問題を信頼度を以って解明できる様になる．

(ロ)　確率モデル

ある特定地区Aに被害を及ぼす野兎の総羽数を N とする．X_i，$i=1,2,\cdots\cdots N$ を i なる野兎が特定地区である期間 T において被害を与える（食する）量をあらわす確率変数とする．X_i はすべて同一の分布をもつものとする．

いま，その地区へ行けば，そこで平均 $\bar{c}$ 分散 $\sigma_c{}^2$ のある分布にしたがって，被害を与えるものとする．そこへ行く確率，そこへ入り込む確率は，平均的に言って捕獲法のところで述べた $\bar{p}$ であるとしよう．そうすると

$$E(X_i)=\bar{p}\bar{c}=\bar{c}'$$

となる．X_i の分散 σ^2 は $\sigma^2=\bar{p}\sigma_c{}^2+\bar{c}^2\bar{p}(1-\bar{p})$．総被害 X は

$$X=\sum_{i=1}^{N}X_i$$

となり　$E(X)=N\bar{c}'$，$\sigma_X{}^2=N\sigma^2$ となる．N が大であれば X は一応ガウス分布と見做せる．総被害 S_1 がわかり $\bar{c}',\sigma^2$ を知れば，最尤法により N の推定をつくることが出来る．

即ち

$$N=-\frac{\sigma^2}{2\bar{c}'^2}+\sqrt{\frac{\sigma^4}{4\bar{c}'^4}+\left(\frac{S_1}{\bar{c}'}\right)^2}$$

となる．同様にして N の分散 $\sigma_N{}^2$ も最尤法の方式により求めることが出来る．

この場合は，$\bar{p}$ 及び $\bar{c}$，$\sigma_c{}^2$ が既知でなければならないのである．

$$\sigma^2/\bar{c}'^2=\frac{1}{\bar{p}}CV_c{}^2+\frac{1-\bar{p}}{\bar{p}}$$

であるからいまかりに $\bar{p}=\dfrac{1}{4}$　　$CV_c=0.5$（c の変動係数）とすれば

$$N=-2+\sqrt{4+\left(\frac{S_1}{\bar{c}'}\right)^2}\doteqdot\frac{S_1}{\bar{c}'}$$

となる.

なお，ここでも X_i は同一分布に従うとしたが第一近似としては認められようが，この問題に関し実用化するためには，餌の種類，量，食量の散布度，兎の数，季節等によってどう変化するかを検討する必要があろう.

被害によって総羽数を見出すべきか，或は総羽数を別の方法によって見出し被害と対応づけここで用いた兎の食（加害）状況を見出すのがよいか，こうしたことは相補的と考えるべきで一つの方面にこだわらず両面から（さらにいろいろの面から）データをとりモデルを定めて分析を行ない，それらを適宜突き合わせ情報を豊富にして行くのが，この際不明の問題解決の手掛りとして得策であろう.

§7. むすび

我々は兎の羽数推定のみが目的ではなく，被害に関係させて論ずることが目的なのである．このため，諸事常に被害との対応を忘れてはならないことになる．被害と言っても，前述§6に述べた様に，質的なものでなく，量的に明確に把えられなければならないのである．被害の内容を質的に区別しこれをアイテム・カテゴリーの立場から表現し，これを量的につみあげて行くことが考えられる．被害のみならず，手広くデータをあつめ，いろいろの事が対応づけられる様にしておく配慮が必要である．こうした細い注意から，習性も推定されようし，推定も合理的に行なわれようし，対策の目安もたてられよう．判明していない事象に対しては，この様な観点から調査を行ない分析することが賢明である.

調査を重ねてくれば，どの位兎を捕獲すれば，どの位被害が減少するか，つまりどの位兎を退治しておけば被害が無視できる程度になるか，と言う様な問題も所謂 OR 的に取扱うことが考えられてくる．n をある特定地域に被害を及ぼす野兎の羽数，m を捕獲すべき数，$f(n)$ を n 羽いるときの被害で円換算，$g(m)$ を m 羽捕獲するに要する費用，とすれば $f(n-m)+g(m)$ を最少にする m を求める問題が考えられてくる．函数 $f(\cdot)$ 及び $g(\cdot)$ の形は我々が調査・分析から求めてこなければならぬものであるが，きわめて重要なものである．これが求められる様な調査企画を立てなければならないわけである.

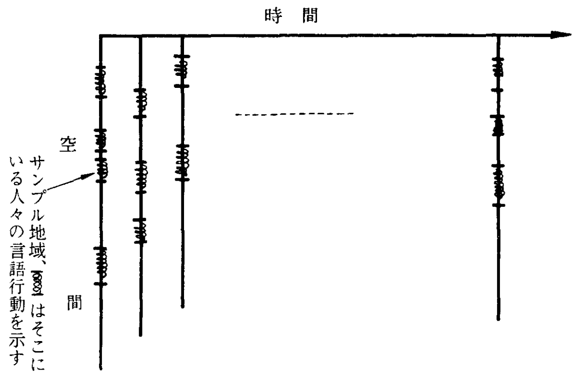
また，野兎対策においては，ある時点の野兎の総羽数をみつけておくだけでなく，その時系列的なデータを知ることが必要である．即ち今年の捕獲や対策がどう来年の被害にむすびつくか――来年の羽数の予測――さらに将来の羽数の変遷にどう関係してくるか，等を知ることは大事なことである．このためには，野兎の出生・死滅の過程に関する情報をつかまなければならない．これらの出生・死滅（自然条件の下）は，確率現象として表現されねばならないであろう．出生自身，死滅自身も一定のきまった数量的表現は困難であるからである――一羽の「めす」からの出生数も一定でなく，自然条件下の死滅情況も一定ではない――．こうしたデータをつかめれば，その他，餌や気候条件やその他人為的条件（捕獲等）をあわせ，将来の羽数の変遷をある程度の精度を以て予測できることになろう．こうすれば，長期的な意味の被害対策をたてることも可能となろう.

補 注

1) 兎の行動範囲をしらべるのに，兎を捕獲し，それに小型発信機をつけ，これを放し，その行動を2カ所以上の方向探知機で追跡すると言う方法も考えられるが地形の問題，機器の問題等検討を要する点が多い．これに関する測定誤差の評価については別に発表する.

2) 動く母集団調査に関して，我々が嘗て行なったものに人間の言語場面の調査がある．こ

れは，人々はいかなる言語場面を示しているかを調べようとするものである．これは，時々刻々にある地域の人々の言語行動を上から早取り写真でうつしとり，この時間的，空間的平均を推定しようとする問題と言えよう．これは，空間のサンプリング，つまりある地区の指定，これに時間的サンプリングを加える．即ち，その地区である時間帯の調査を行なうことを意味する．この方法論や結果は，林知己夫：地区ぬき法の偏りについて，統数研彙報1巻1号，1953年；国立国語研究所．統計数理研究所：敬語と敬語意識，秀英出版 1957 に詳しい．



第 20 図

3）これは，将来は別としていまのところ直接我々の問題に関係がうすいが，なかなか興味ある方法なので紹介しておく．ある地区に存在する動物の種の総数を推定しようとする問題である．ある地区内に存在する i なる種の個体の生棲数を n_i とし，その n_i の大きさの順序を O_i とする．この O_i と n_i との間に一定の関係（パラメーターは異る）があると言うのである．また，ある地域で，ある生棲数 n（この対数を適当に階級にわける）をもつ種の数に関して一定の法則がある（パラメーターは異るであろう）とされている．如上のことを利用すれば，ある地域に存在する種の総数を推定することも可能となろう．これは，語彙調査の問題等に応用されてよいものと思われる．これについては，川那部浩哉によって（前掲論文）簡明にまとめられている．

付録　捕獲-再捕獲に関する文献抄

(1) Bailey, N.T.J. (1951): "On estimating the size of mobile populations from recapture data" Biometrika, 38, 293-306.

(2) Chapman, D.G. (1951): "Some properties of the hypergeometric distribution with applications to zoological sample censuses" Univ. of California Publ. in Statistics, 1, 131-160.

(3) Chapman, D.G. (1954): "The estimation of biological populations" Ann. Math. Stat., 25, 1-15.

(4) Chapman, D.G. (1955): "Population estimation based on change of composition caused by a selective removal" Biometrika, 42, 279-290.

(5) Chapman, D.G. and Junge, C.O. (1956): "The estimation of the size of a stratified animal population" Ann. Math. Stat., 27, 375-389.

(6) Chapman, D.G. (1965): "The estimation of mortality and recruitment from a single-tagging experiment" Biometrics, 21, 529-542.

(7) Cormack, R.M. (1964): "Estimates of survival from the sighting of marked animals" Biometrika, 51, 429-438.

(8) Craig, C.C. (1953): "On the use of marked specimens in estimating population of flying insects" Biometrika, 40, 170-176.

(9) Darroch, J.N. (1958): "The multiple-recapture census I. Estimation of a closed population" Biometrika, 45, 343-359.

(10) Darroch, J.N. (1959): "The multiple recapture census II. Estimation when there is immigration or death" Biometrika, 46, 336–351.

(11) Darroch, J. N. (1961): "The two-sample capture-recapture census when tagging and sampling are stratified" Biometrika, 48, 241–260.

(12) Dowdeswell, W. H., Fisher, R.A. & Ford, E. B. (1940): "The quantitative study of populations in the Lepidopetera I, Polyommatus icarus Rott" Ann. Eugen., Lond. 10, 123–31.

(13) Dunnet, G.M., Andersen, A. & Cormack, R.M. (1963): "A study of survival of adult Fulmars with observations on the pre-laying exodus" British Birds, 56, 2–18.

(14) Fisher, R.A. & Ford, E.B. (1947): "The spread of gene in natural conditions in a colony of the moth, Paraxia dominula L." Heredity 1. 142–174.

(15) Goodman, L.A. (1953): "Sequential samling tagging for population size problems" Ann. Math. Stat. 24, 56–69.

(16) Green, R.C. & Evans, C.A. (1940): "Studies on a population cycle of Snowshoe hares on the Lake Alexandar area; 1. Gross annual census 1932–39" Journal of Wildlife Management, 4, 220–238.

(17) Gulland, J.A. (1955): "On the estimation of population parameters from marked members" Biometrika, 42, 269–270.

(18) Gulland, J.A. (1955) "Estimation of growth and mortality in commercial fish populations" U.K. Min. Agr. and Fish, Fish Investigations ser. 2 (18), 9.

(19) Hammersley, J.M. (1953) "Capture-recapture analysis" Biometrika, 40, 265–278.

(20) Howard, R. (1949): "A study of the tagging method in the enumeration of sockeye salmon populations" International Pacific Salmon Fisheries Commission Bulletin no. 2.

(21) Jackson, C.H.N. (1939): "The analysis of an animal population" J. Anim, Ecol. 8.

(22) Jackson, C.H.N. (1940): The analysis of a tsetse-fly population" Ann. Eugen. 10, 332–369.

(23) Jackson, C.H.N. (1948): "The analysis of tsetse-fly population, III" Ann. of Eugenics, Vol. 14, 91–198.

(24) Jolly, G.M. (1963): "Estimates of population parameters from multiple recapture date with both death and dilution—deterministic model" Biometrika, 50, 113–128.

(25) Jolly, G.M. (1965): "Explicit estimates from capture-recapture data wish both death and immigration-stochastic model" Biometrika, 52, 225–247.

(26) Kenyon, K.W., Scheffer, V.B. and Chapman, D.G. (1954): "A population study of the Alaska fur-seal herd" U.S. Fish and Wildlife Service Special Sci. Rep.-Wildlife 12, 1–77.

(27) Leslie, P.H. & Chitty, D. (1951): "The estimation of population parameters from data obtained by means of the capture-recapture method. I. The maximum likelihood equations for estimating the death rate" Biometrika, 38, 269–292.

(28) Leslie, P.H. (1952) "The estimation of population parameters from data obtained by means of the capture-recapture method. II. The estimation of total numbers" Biometrika, 39, 363–388.

(29) Leslie, P.H. et. al. (1953): "The estimation of population parameters form data obtained by means of the capture-recapture method. III. An example of the practical applications of the method". Biometrika, 40, 137–169.

(30) Moran, P.A.P. (1951): "A mathematical theory of animal trapping" Biometrika, 38, 307–311.

(31) Moran, P.A.P. (1952) "The estimation of death-rates from capture-mark-recapture sampling" Biometrika. 39, 181–188.

(32) Parker, R.A. (1963): "On the estimation of population size, mortality and recruitment" Biometrics, 19, 318–323.

(33) Paulik, G.J. (1963): "Estimates of mortality rates from tag recoveries" Biometrics, 19, 28-57.

(34) Schnabel, Z.E. (1938): "Estimation of the total fish population of a lake" Amer. Math. Monthly, 45, 348-352.

(35) Seber, G.A.F. (1962): "The multi-sample single recapture census" Biometrika, 49, 339-350.

(36) Seber, G.A.F. (1965): "A note on the multiple-recapture census" Biometrika, 52, 249-259.

(37) Takahasi, K. (1961): "Model for the estimation of the size of a population by using capture-recapture method" Ann. Inst. Stat. Math., 12, 237-248.

(38) Takahasi, K. (1961): "One Model for estimating the population size by capture-recapture method" The Proc. of Inst. Stat. Math., 9, 1-5.

(39) Widrig, T.M. (1954) "Method of estimating fish populations with application to Pacific sardine" U.S. Fish and Wildlife Service, Fishery Bulletin 56, 141-166.

I. Theory with special reference to data analysis

(7) Cormack (1964): fulmar petrel——Fulmarus glacialis.
(8) Craig (1953): flying insects.
(12) Dowdeswell et. al. (1940): the Lepidopetera I. Polyommatus icarus Rott.
(13) Dunnet et. al. (1963): fulmar petrel——Fulmarus glacialis.
(14) Fisher & Ford (1947): the moth——Paraxia dominula, L.
(16) Green & Evans (1940): snowshoe hares.
(17) Gulland (1955): commercial fish population.
(19) Hammersley (1953): Alpine Swifts (Alpus melba)
(20) Howard (1949): Sockeye Salmon.
(21) Jackson (1939): tsetse-fly.
(23) Jackson (1948): tsetse-fly.
(26) Kenyon et. al. (1954): fur-seal heard.
(29) Leslie et. al. (1953): small rodents——Microtus agrestis, Clethrionomys glareolus.
(32) Parker (1963): bluegills, sunfish.
(34) Schnabel (1938): fish population of a lake.
(39) Widrig (1954): Pacific sardine.

II. General theory

(1) Individuals may have unequal probabilities.
(5) Chapman (1956)
(11) Darroch (1961)
(37) Takahasi (1961)
(38) Takahasi (1961)

III. General population

(10) Darroch (1959).
(24) Jolly (1963).
(25) Jolly (1965).
(28) Leslie (1952).
(35) Seber (1962).
(36) Seber (1965).

IV. Special census

(6) Chapman (1965): single tagging.

(7) Cormack (1964): marked individuals may be visible without recaptures.
(8) Craig (1953): each sample size is one.
(15) Goodman (1953): sequential census.
(17) Gulland (1955): recaptures are regaded as continuous process.
(35) Seber (1962): multi-sample single recapture census.

補 足

(40) Czen Pin (1962): "On the minimax estimate of the population size,, Zastos. Mat., 6, 137-148.
(41) Zubrzycki, S. (1964): "On minimax estimation of population size" Zastos. Mat. 7, 183-194.