昭和40年度研究発表会アブストラクト

と　き：昭和41年3月23日，午前10時～午後5時

ところ：統計数理研究所講堂

あいさつ

所長　末綱恕一

昭和40年度第1研究部研究概要，その他

松下嘉米男

Wishart 行列の分布について

早川　毅

(I)　$X_{(p\times n)}$ を normal 分布からの sample matrix とするとき，$A_{(n\times n)}$ を対称な non-singular 行列とする．この時，二次形式

$$Z=XAX'$$

の分布は

$$\frac{1}{\Gamma_p\left(\frac{n}{2}\right)|2\Sigma|^{n/2}|A|^{p/2}}|Z|^{(1/2)(n-p-1)}$$

$$\times{}_0F_0\left(A^{-1},\ -\frac{1}{2}\Sigma^{-1}Z\right)$$

で与えられる．また，

$$P_r\{XAX'<\Omega\}$$

$$=\frac{\Gamma_p\left(\frac{p+1}{2}\right)}{\Gamma_p\left(\frac{n+p+1}{2}\right)}\frac{|\Omega|^{n/2}}{|2\Sigma|^{n/2}|A|^{p/2}}$$

$$\times{}_1F_1\left(\frac{n}{2};\frac{n+p+1}{2};A^{-1},\ -\frac{1}{2}\Omega\Sigma^{-1}\right)$$

となる．

$$|XAX'-\lambda\Sigma|=0$$

の根の同時分布は，

$$\frac{\pi^{(1/2)p^2}}{2^{(1/2)pn}\Gamma_p\left(\frac{n}{2}\right)\Gamma_p\left(\frac{p}{2}\right)|A|^{p/2}}$$

$$\times\left(\prod_{i=1}^{p}\lambda_i\right)^{(1/2)(n-p-1)}\prod_{i<j}(\lambda_i-\lambda_j)\,{}_0F_0\left(A^{-1},\ -\frac{1}{2}\Lambda\right)$$

で与えられる．ここで $\Lambda=\mathrm{diag}(\lambda_1,\cdots,\lambda_p)$ で固有根の行列である．

$$R=XAX'(XAX'+W)^{-1}$$

の分布を R の固有根 $\{\lambda_1,\cdots,\lambda_p\}$ で与えることができる．ここで XAX' と W とは独立で，W は $W(\Sigma,m)$ とする．

$$\frac{\pi^{(1/2)p^2}\Gamma_p\left(\frac{n+m}{2}\right)}{\Gamma_p\left(\frac{n}{2}\right)\Gamma_p\left(\frac{m}{2}\right)|A|^{(1/2)p}}\left(\prod_{i=1}^{p}\lambda_i\right)^{(1/2)(n-p-1)}$$

$$\times\left(\prod_{i=1}^{p}(1-\lambda_i)\right)^{-(1/2)(n+p+1)}\prod_{i<j}(\lambda_i-\lambda_j)$$

$$\times{}_1F_0\left(\frac{n+m}{2};\ A^{-1},\ -\Lambda(I-\Lambda)^{-1}\right).$$

(II)　W_1，W_2 は各々 $W(\Sigma,m)$，$W(\Sigma,n)$ とし独立とする．この時，

$$Z=W_1+\Lambda W_2\Lambda'$$

の密度函数は，

$$\frac{1}{\Gamma_p\left(\frac{m+n}{2}\right)|2\Sigma|^{(m+n)/2}|\Lambda|^n}|Z|^{(1/2)(m+n-p-1)}$$

$$\times{}_1F_1\left(\frac{n}{2};\frac{m+n}{2};\frac{1}{2}(\Sigma^{-1}-\Lambda'^{-1}\Sigma^{-1}\Lambda^{-1})Z\right)$$

となる．但し $\Sigma^{-1}>\Lambda'^{-1}\Sigma^{-1}\Lambda^{-1}$ となる．

(III)　$S_1,\cdots,S_k$ は独立な central-Wishart 行列とする．かつ自由度は各々 n_i とす．S は $S_1,\cdots,S_k$ と独立な non-central-Wishart 行列とし，自由度 n，non-centrality Ω とする．

$V_1=S^{-(1/2)}S_1S^{-(1/2)},\ \cdots,\ V_k=S^{-(1/2)}S_kS^{-(1/2)}$ の同時分布は

$$\frac{\Gamma_p\left(\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i+n}{2}\right)}{\Gamma_p\left(\frac{n}{2}\right)\prod_{i=1}^{k}\Gamma_p\left(\frac{n_i}{2}\right)}\mathrm{etr}(-\Omega)\prod_{i=1}^{k}|V_i|^{(n_i-p-1)/2}$$

$$\times\left|I+\sum_{i=1}^{k}V_i\right|^{-(1/2)\left(\sum_{i=1}^{k}n_i+n\right)}$$

$$\times{}_1F_1\left[\frac{\sum n_i+n}{2};\frac{n}{2};\Omega\left(I+\sum_{i=1}^{k}V_i\right)^{-1}\right]$$

で与えられる．

時間おくれのある逐次決定問題のベーイズ解について

鈴　木　雪　夫

Sampling と Sample の observation との間に時間差が考慮されると従来の逐次決定問題では考えられなかった困難な問題が生じる．このことは T. W. Anderson が "Sequential analysis with delayed observations" JASA. Vol. 59 (1946) の中でふれている．

筆者は時間差のある場合の逐次決定問題を定式化し，いくつかの補助定理と主要定理を証明し，可成り一般的な条件の下で Bayes solution の構造を調べた．特に興味ある結果としては Non-truncated の場合の Bayes 解の構造があげられよう．すなわち，この場合の Stopping rule が，時間差のない場合と同じく，sequential probability ratio によって規定されるということである．このことは可成り一般的な条件の下で成立することがわかった．これらの詳細なことは近い将来に発表されるであろう．

定常時系列の予測問題に関する注意

橋　本　智　雄

ウィーナーは，ある確率過程 $\{X(t,w);-\infty<t<\infty, w\in\Omega\}$ の標本時系列 $f(t)$ に対して，

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}f(t+r)\overline{f(t)}dt=\varphi(r)$$

なる操作を考え，この $\varphi(r)$ がすべて r に対して存在し，かつ連続であるような時系列 $f(t)$ の予測，フィルターの理論を扱っている．そうして，$f(t+\alpha)$ の推定量として，有界変分函数 $K(r)$ による線型結合

$$\int_0^\infty f(t-r)dK(r)$$

なる予測オペレーターをとることにし，このときの誤差分散

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left|f(t+\alpha)-\int_0^\infty f(t-r)dK(r)\right|^2dt\cdots(*)$$

が最小になるように，$K(r)$ を決定することを考えている．しかし $f(t)$ が有界で連続であったとしても $(*)$ の極限が存在するか否かは明らかではない．このため問題を次のように formulate する．

$$\delta=\inf_{r_j,a_j}\sqrt{E|f(t+\alpha)-\sum_j a_jf(t-r_j)|^2}$$

と定義して，与えられた $\varepsilon>0$ に対して，

$$\sqrt{E|f(t+r)-\sum_j a_jf(t-r_j)|^2}\leq\delta+\varepsilon,\quad (r_j>0)$$

なる a_j, r_j, n をみつけることにしたい．これから，$\{f(t+r)\}$ の生成する空間，及びスペクトル測度に関する L^2 空間を構成して，ヒルベルト空間の射影理論を用いると，問題点がはっきりしてくる．

これまで約一年半程，主として定常過程に関する問題を考えてきたが，今後は非定常過程に関する基礎理論をやっていこうと考えている．

周波数応答函数の統計的推定の困難点とその対策について

赤　池　弘　次

時間的に不変な線形系の周波数特性を統計的な方法によって確認しようとする場合の大きな困難の原因となるものに，

(1)　入力の測定値に混入する誤差

(2)　入出力間のフィードバックの存在

がある．この両者の影響はともに2次のモーメントの利用だけでは除去不可能である．このことはまた取扱われる確率過程がすべてガウス過程である場合には，原理的にこの困難の回避が不可能であることを示している．

上記 (1) の場合には，原入力が非ガウス的であり誤差がガウス的である場合には高次のモーメントの利用により原理的には誤差の影響をさけることができる．

(2) の場合にも，注目する要素の入力に非ガウス的な成分があり，それ以外の雑音がガウス的である場合には，その要素の特性の確認が原理的に可能である．

これらの問題は，計量経済学的モデルにおける identification problem と同じ内容をもっている．尚 (2) の場合については，一般にパワースペクトルを適切に利用することによって，問題となる周波数帯の特性の解析に有効な情報を得ることのできる場合が多い．

Glivenko-Cantelli の定理について

鈴 木 義 一 郎

$\xi=(\xi^1,\xi^2,\cdots,\xi^k)$ を確率空間 $(\Omega,\mathfrak{A},P)$ 上の k 次元確率ベクトルとする．μ を ξ によって導かれる $S=S(E_k)$ 上の確率測度，μ_n $(n=1,2,\cdots)$ を対応する経験測度とする．ここで S は k 次元ユークリッド空間 E_k のボレル集合の全体を表わす．

E_k の部分集合から成るある族 F 及び S 上の確率測度のクラス $\mathfrak{C}$ が，関係

$$\inf_{\mu\in\mathfrak{C}} P\{\lim_{n\to\infty}\sup_{s\in F}|\mu(s)-\mu_n(s)|=0\}=1$$

を満たすとき，$(\boldsymbol{F},\mathfrak{C})$ は E_k の Glivenko-Cantelli クラスに属すると言い，記号で "$(\boldsymbol{F},\mathfrak{C})\in GC(E_k)$" と表わすことにする．

$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(E_k)$ を E_k 上のあらゆる open half-space の集合．$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}(E_k)$ を Blum (A.M.S. 26. 527-529) の定義したクラス．$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}(E_k)$ を E_k の可測凸集合の全体とすると，$\boldsymbol{A}\subset\boldsymbol{B}\subsetneqq\boldsymbol{C}$ である．

次に，$\mathfrak{M}=\mathfrak{M}(E_k)$ を $\boldsymbol{S}$ 上のあらゆる確率測度のクラス，$\mathfrak{N}=\mathfrak{N}(E_k)$ を各凸集合の境界の μ-測度を 0 にするような $\mu\in\mathfrak{M}$ の全体，$\mathfrak{L}=\mathfrak{L}(E_k)$ をルベック測度に関して絶対連続であるような $\mu=\mathfrak{M}$ の全体を表わすものとする．明らかに $\mathfrak{L}\subset\mathfrak{N}\subset\mathfrak{M}$ である．

以上の記号を用いて従来の主な結果を記述すると次のようになる．

古典的な Glivenko-Cantelli の定理；

$(\boldsymbol{A},\mathfrak{M})\in GC(E_1)$

Fortet-Mourier (ⓐ 70, 3 (1953), 267-285)；

$(\boldsymbol{A},\mathfrak{Z})\in GC(E_k)$

Wolfowitz (A.M.S. 25 (1954), 131-138, ⓑ (1960), 504-507)；　$(\boldsymbol{A},\mathfrak{M})\in GC(E_k)$

Blum (A.M.S. 26 (1955), 527-529)；

$(\boldsymbol{B},\mathfrak{L})\in GC(E_k)$

R.R.Rao (A.M.S. 31 (1960), 241 (Abstract))；

$(\boldsymbol{C},\mathfrak{L})\in GC(E_k)$

Ahmad (ⓒ, 252 (1960), 1413-1414)；

〃

R.R.Rao (A.M.S. 33 (1962), 659-680)；

$(\boldsymbol{C},\mathfrak{N})\in GC(E_k)$

Sazonov (ⓓ, 8 (1963), 282-286)；

$(\boldsymbol{A},\mathfrak{M})\,\bar{\in}\, GC(E_\infty)$

ⓐ=Ann. Scient. Ec. Norm. Sup.　ⓑ=Essays in Honor of Harold Hotelling, Stanford Univ. Press. ⓒ=Comp. Rend. Acad. Sci.　ⓓ=Theory of Probability and its Applications (English translation).

さて，$\boldsymbol{R}_m=\boldsymbol{R}_m(E_k)$ を高々 m 個の E_k の矩形集合の和で表わされる集合の全体とし，$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}(E_k)=\bigcup_{m=1}^{\infty}\boldsymbol{R}_m=\boldsymbol{R}_\infty$，$\boldsymbol{S}=S(\boldsymbol{R})$ とする．ここで $S(\boldsymbol{R})$ はクラス $\boldsymbol{R}$ を含む最小の σ-体を表わす．明らかにこの $\boldsymbol{S}$ は $\boldsymbol{S}(E_k)$ と一致する．

次に，離散的な確率測度のクラス $\mathfrak{D}$ を含むクラス $\mathfrak{S}$ を定義しよう．$\mu\in\mathfrak{M}$ であれば，任意の正数 ε に対して，$\mu(K)>1-\varepsilon$ であるような集合 $K=K_\varepsilon\in\boldsymbol{R}_1$ が選べる．そこで，"ε に関係した自然数 $m=m_\varepsilon$ が存在して，

$$\boldsymbol{R}_\varepsilon=\{R\cap K|\mu(R\cap K)>0, R\in\boldsymbol{R}\}$$

に属する任意の集合 R に対して，$R_0\in\boldsymbol{R}_m$，$\mu(R_0)=\mu(R)$ であるような $R_0\subset R$ がとれる" という性質を満足する $\mu\in\mathfrak{M}$ の全体を $\mathfrak{S}=\mathfrak{S}(E_k)$ と表わす．$\mathfrak{D}\subset\mathfrak{S}$，$\mathfrak{S}\cap\mathfrak{L}=\phi$ であることは容易に確められる．

これらの記号を用いると，次のような結果の成立することが示される．

$(\boldsymbol{R}_m,\mathfrak{M})\in GC(E_k)$,　　$(\boldsymbol{R},\mathfrak{L})\,\bar{\in}\, GC(E_k)$

$(\boldsymbol{S},\mathfrak{S})\in GC(E_k)$,　　$(\boldsymbol{S},\mathfrak{D})\in GC(E_k)$

分類について

藤　本　　熙

2群への分類について，non-parametric な場合の一つの方法を既に議論した（例えば Ann. Inst. Statist. Math., Vol. 16 において，その他昭和40年統計学会講演）．ここでは以後の分，主として未知の事前確率の場合の Bayes 的な方法を論ずる．

昭和40年度第2研究部 研究概要，その他

林　知己夫

第2研究部では，従来つづけてきた EF の研究をつづけ，EF XXIV，EF XXV と言ふ2回の調査を春秋に行なひ分析を行なった．なほ，EF XXIV では，調査法研究のため，特殊の調査企画をたてた．また国民性については，前年度の調査を継続し，その結果を分析した．

我々の研究室としては，数量化，予測の研究を実証的に行なふと共に，標本調査法，誤差の多いデータから妥当な情報を引き出す方法論を研究した．具体的には，数量化法をさらに一般的にすること，新しい弁別の測度の研究，e_{ij} 型数量化法の検討，社会現象のモデル化の研究，回等誤差の処理法，選挙予測方法の検討（昨年度一応完成），健康者，患者の医学的予後予測方法・心電図による患者の分類・不整脈の自動計測・健康管理データによる諸計測のデータ分析，等に関する医学に関する統計的研究，市場調査における統計的諸問題，事故の OR 的分析，音響現象の統計的モデル解析，野兎の生息数推定の研究，政治意識の統計的研究（科学試験研究費），青少年のテレビ嗜好に関する研究を行なった．

選別問題および Response error の分析について

野　田　一　雄

（I）選別問題について

未知の分布をもつ確率変数 Y について，ある要求された条件を満足する値の領域を選別する場合，直接的に測定が可能でないならば，測定可能な値をとる補助変量 $\boldsymbol{X}'=(X_1, X_2, \cdots, X_p)$ をとって，その標本空間から選別領域を定める問題を考える．その際，Y の $\boldsymbol{X}$ の回帰 $Z=\varphi(\boldsymbol{X})$ の分布が既知であれば，その truncation によって最適領域を定めることが出来る．しかしながら，実際問題では Z の分布が未知であるため，その方法をそのまま適用するわけには行かない．そのため $(Y, \boldsymbol{X}')$ の第1次サンプルから Z の分布を推定し（それを $\hat{h}(Z)$ とおく），そのもとで $\boldsymbol{X}$ の第2次標本空間から選別領域を推定する方法を研究した．特に $(Y, \boldsymbol{X}')$ が正規である場合については，推定領域の誤差評価と選別効果を explicit な formula で計算した（Technical report 発表予定）．

（II）Response error の分析について

EF-XXIV 調査では，社会調査法の一環として面接調査にあらわれる response error の分析を試みた．ここで取扱った response の真値に対する bias は，質問法から来るものと調査員に由来するゆがみであって，これらを量的に表現するためにモデル解析を行なった．尚，サンプリングに当っては，地区の特性を考慮した層を住宅地区と商工地区とに大別し，その各地に調査経験のある調査員と未経験の調査員とを交互に割当て，更に2種類の調査票を使用する等 interpenetrate な方法をとった．

国民性に関する予想調査ほか

鈴　木　達　三

40年度は前年度に引きつづき「国民性に関する予想の全国調査」，および「マス・コミに関する統計的研究」の24次，25次調査を実施し，調査法の研究を進めた．この外，科学研究費による「社会的階層」の全国調査の企画に協力した．「マミ・コミ調査」は例年の主題を引きついだものであるが，本年はとくに調査における各種の誤差の分析を進めた（速報として印刷発表）．

「国民性に関する予想調査」はこれまでに実施した「国民性に関する全国調査」の結果資料をもとにし，「一般の日本人にこの（国民性調査で実施した）ような質問をしたら，どの回答が一番多いと思うか」を一般の人（ランダム・サンプル）に予想させたもので，いわば「日本人による“日本人のものの考え方”の予想の調査」というものである．

調査は全国180地点から新しくランダム・サンプル1,800人と，38年に実施した国民性調査のときの調査対象者（パネル・サンプル）1,800人をえらび，質問順序をかえて作成した2組の調査票を1人おきに使用して実施した．調査できたサンプルは新調査1,273人（71%），パネル調査1,314人（73%）であった．パネル調査では，38年調査で，本人の意見を調査しているから本人の意見と予想とのつけ合せができる．

調査の結果は，数研リポート（14）として印刷されている．

連続型一様マルコフ過程の不変測度の存在定理について

窪　川　義　広

マルコフ過程の不変測度につき，特に離散型の場合に得られている結果 (5) を連続型に拡張することを試みる．確率測度空間 $X(\mathfrak{f}, P)$ を考え，X は自然な位相で可分なものとする．即ち $L^\infty(X, \mathfrak{f}, P)$ が強位相で可分であるものとする．

（i）空間 $[0, \infty]\times X\times\mathfrak{f}$ 上から $[0, 1]$ への写像系 $P(t, x, E)$ が $t, x(t, E)$ を固定したときに確率測度（$\mathfrak{f}$-可測関数）であり，(ii) $P(0, x, E)=\chi_E(x)[P]$, (iii) Chapman の等式 $P(t+u, x, E)=\int P(u, y, E)\times P(t, x, dy)$ が成立つとき，写像系 $\{P(t, x, E)\}$ を連続型一様マルコフ過程の遷移確率系という．更に $P(E)=0\Rightarrow P(t, x, E)=0\ [P](\forall E\in\mathfrak{f})$ という仮定をおく．（非特異性）このとき $M(\mathfrak{f})$ で $X(\mathfrak{f})$ 上の有界 σ-加法的集合関数の全体に全変分をそのノルムとしたB型空間を，$L^1(X)$ で空間 $X(\mathfrak{f}, P)$ 上の P-可積分な $\mathfrak{f}$-可測関数にノルム $\|f\|=\int|f|dP$ としてB型空間にしたものを表示する．遷移確率系により定義される最も自然な線形作用素を導入する．

$$S^t: M(\mathfrak{f})\to M(\mathfrak{f}):(S^t\mu)(E)=\int P(t, x, E)d\mu(x)$$
$$(0\leqq t<\infty)$$

$$T^t: L^1(X)\to L^1(X):(T^t f)(x)$$
$$=\frac{d}{dP}\left(S^t\cdot\int_E f(x)d\mu(x)\right)$$

S^t，T^t はノルムが1の正値線形作用素であり，T^t

が定義できるのは非特異のときのみである．このとき $S^t\mu=\mu$ なる有界非負 σ-加法的集合関数（即ち測度）で $\mu\neq 0$ なるもので，且つ P と同値なもの（$\mu\equiv P$）をマルコフ過程の不変測度という．以下の文には間違いがあるかもしれない．

〔予備定理（平均エルゴード定理の拡張）〕

$\{T_\alpha\}$ $(0\leqq\alpha<\infty)$ をＢ型空間 L 上の線形作用素系で条件（i）$\|T_\alpha\|\leqq C$ $(0\leqq\alpha\leqq\infty)$，（ii）任意の区間 $[0,a]$ で $\|T_\alpha\|(\{T_\alpha\})$ が(弱)可測関数である．（iii）弱積分 $\frac{1}{n}\int_0^n T_\alpha d\alpha=\Sigma^n$ $(n=1,2,\cdots)$ が定義できて Σ^n は線形作用素である．を満足するものとする．このとき，仮定：$\{\Sigma^n x_0\}$ $(x_0\in L)$ が弱収束をする部分列を含む：より $\{\Sigma^n x_0\}$ は強収束する．このとき，強収束極限を $s-\lim_{n\to\infty}\Sigma^n x=\tilde{T}x$ とすれば $\tilde{T}$ はＢ型空間 L のある第一類集合又は全空間 L_0 を定義域とする線形作用素であり，$\tilde{T}^2=\tilde{T}=T_\alpha\tilde{T}=\tilde{T}T_\alpha$ が成立つ．L_0 の点をエルゴード点という．

T_t にこの定理を適用して，$\tilde{T}f=s-\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^n T_t f dt$ とするとき，$1(x)=1[P]$ なる関数 $1(x)$ が $\{T_t\}$ のエルゴード点ならば $\mu(E)=T\cdot 1(x)dP(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\cdot\int_0^n(S_\alpha P)(E)d\alpha$ とおくとき，$S^t\mu(E)=\mu(E)$ となる．又 $\mu\ll P$ である．

〔定理（連続型一様マルコフ過程の不変測度の存在定理〕

次の３つの条件は互いに同値であり，且つ不変測度の存在の為の必要十分条件である．

仮定：$\forall\varepsilon\exists\delta:P(\varepsilon)>0\Rightarrow$（i）$\varliminf_n S_\alpha P(E)>\delta$，（ii）$\varliminf_n\frac{1}{n}\int_0^n S_\alpha P(E)d\alpha>\delta$，（iii）$\varlimsup_n\frac{1}{n}\int_0^n S_\alpha P(E)d\alpha>\delta$，そしてこのとき不変測度は $\mu(E)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^n S_\alpha P(E)\cdot d\alpha$ で与えられる．

参　考　文　献

(1)　吉田耕作「位相解析Ｉ」

(2)　Halmos「Measure Theory」

(3)　伊藤　清「確率論」

(4)　Динкин「Марковские Процессы」

(5)　Y. Ito「Invariant Measure for Markov Processes」

粒子群の振盪実験，その他

樋口伊佐夫

(1)　振　盪　実　験

本年度は，二つの側面にすべり止めを入れたガラス製直方体容器を用い，前年度と同様の実験を行なった．今回の実験はガラス面の摩擦の影響などにより，定量的には得る所が，定性的には，予想したように，円筒容器の場合に見られなかった現象として，tapping による固化があらわれた．また連続撮影によって，流動の原因に関するややくわしい考察が可能になった．

(2)　積分量の相関

確率関数のパラメタに関する積分の間の相関を，自己相関数によって推定する例として，地点雨量の相関から二つの区間における区間雨量を推定する問題がある．相関関数が地点間の距離のみの関数で，空間を等方一様として考察し，相関関数が指数型の場合についての数値計算を行なった．

(3)　ガンマ分布に関連した数値計算

（i）　一次元ガンマ分布の密度（カイ二乗の自由度に対応するパラメタが非常に小さく相関の大きいときの等高線は注意に値する）

（ii）　同上の二つの変数の和の分布

（iii）　同上の大きい方の変数の分布

（iv）　逆数ガンマ変数の独立和の分布（パラメタが半整数の場合）

実行した計算は変数，パラメタともに範囲が局限されているが．計算プログラムはかなりの範囲に使える．

(4)　モンテカルロ法

当研究室の日水は二次元粒子の成長と直線の選択分割についてモニテカルロ法による研究を行なった．

細胞集団の統計的解析，その他

高　橋　宏　一

（Ｉ）　細胞集団の変動の統計的解析をひきつづきおこなっている．今年度は Simulation によって，種々の仮説を含んでいる統計的モデルを検討し，それから generation time の分布や生長曲線についておこなった仮説の是非を論じる方針にもとずいて研究を進めている．簡単に説明すると，実験から得られている data は同調培養法で増殖している細胞集団の時間経過にしたがう volume による度数分布の変化の模様である．この data は Coulter Counter をもちいて得られている．また顕微鏡測定により Septa のみられる比率が細胞の長さ別に，また Septum の両側の長さの実測値が得られている．そこで個々の細胞は時間経過に対し長さ（体積）が指数函数 l_0e^{at} か，それとも直線的に伸長していくこと，分裂は上記の Septa の data にしたがって起こることを仮説としてモデルを作り，出発点の状態は実際の実験の

data に合わせて Simulation をおこなう．それ以後の時点でのモデルから得られる分布と実験からの data との適合度を考察している．

（II）住宅各部の損耗度調査に関する統計的諸問題についていくつかの検討をおこなった．まず，損耗状態の多次元的把握のために便利な分布として Compound Weibul (multivariate Burr's distribution) を調べた．また順位のみが観測されている資料の取り扱いが頻繁に出てくることからそれについて二，三の考察をおこなっている．一つは random permutations の和の順序統計量の分布，一つは順位相関係数の簡単なモデルを仮定した場合の分布についてである．また，紙テープを電子計算機の入力に使うときのパンチミスの問題を若干検討した．

特性関数の分解について

清　水　良　一

特性関数（以下 ch.f. と略す）$\varphi(t)$が，二つのch.f. の積 $\varphi(t)=\varphi_1(t)\cdot\varphi_2(t)$ と書けるとき，φ は二つの成分 φ_1 と φ_2 に分解されたという．与えられた ch.f. $\varphi(t)$ の成分を全部定めることが目標である．a が実数なら，e^{iat} はつねにひとつの ch.f. ($x=a$ に確率1をもつ分布に対応する）であり，また，二つの ch.f. の積は再び ch.f. になるから，任意の ch.f. φ にたいして，

$$\varphi(t)=e^{iat}\cdot e^{-iat}\varphi(t)$$

という分解がねに可能である．これ以外の分解ができないとき，$\varphi(t)$ は既約であるという．既約な ch.f. を成分としてもたない ch.f.（またはそれに対応する分布）の全体を I_0 で表わす．既約な ch.f. や I_0 は現在までのところ極めてわずかしか知られていない．正規分布，ポアソン分布などは I_0 に属する．

さて，$M(x)$ が $(0,\infty)$ で定義され，単調増加 $M(\infty)=0$, $\int_0^\varepsilon x^2dM(x)<\infty$, $\varepsilon>0$ とするとき，

$$(1)\quad \varphi(t)=\exp\left[\int_0^\infty\left(e^{itx}-1-\frac{itx}{1+x^2}\right)dM(x)\right]$$

で与えられる関数は，ひとつの ch.f. であり，したがって，任意の $\alpha>0$ にたいして，

$$(2)\quad \varphi_\alpha(t)=\exp\left[\int_0^\infty\left(e^{itx}-1-\frac{itx}{1+x^2}\right)dM_\alpha(x)\right],$$

$$M_\alpha(x)=\frac{1}{\alpha}M(x).$$

も ch.f. となり，

$$\varphi(t)=[\varphi_\alpha(t)]^\alpha$$

と書ける．このような性質をもつ ch.f. は無限分解可能であるという．I_0 に属する ch.f. はすべて無限分解可能であることが知られている．

いま（1）において，$M(x)$ が絶対連続で，$f(x)=M'\in L^2(a,c)$, $(0\leqq a<c<\infty)$ とすると，ch.f.,

$$(3)\quad \varphi(t)=\exp\left[\int_a^c\left(e^{itx}-1-\frac{itx}{1+x^2}\right)f(x)dx\right]$$

の成分はすべて，

(4)

$$\psi(t)=\exp\left[iat+\int_a^c\left(e^{itx}-1-\frac{itx}{1+x^2}\right)g(x)dx\right],$$

$$g(x)\in L^2(a,c)$$

と書ける．とくに $c<2a$ のときは，$g(x)$ は非負になるから $\psi(t)$ は再び無限分解可能であり，このとき $\varphi(t)$ は I_0 に属する．

また，$2a<c$ であれば（3）の形の ch.f. $\varphi(t)$ で既約なものが存在する（このとき $f(x)$ は非負ではありえない）．

臨時の窓口を設ける型の待合せについて

植　松　俊　夫

所題の待合せは，次のサーヴィス方式を持つものである．

$M(>0)$ なる整数を与えて，

(1) システム滞在中の人数が M をこえたら臨時窓口を開く．

(2) M をこえた状態が続く限り臨時窓口を継続する．この場合は2つの窓口によるサーヴィスとなる．

(3) 臨時窓口でサーヴィス中の顧客がそのサーヴィスを受け終ってシステムから出た時，その時にシステムに残っている人数が M をこえていなければ，臨時窓口をここで一時閉じる．

(4) 臨時窓口のない時は，唯一つの窓口によるサーヴィスとなる．

この待合せについて，今次の仮定をする．即ち顧客の到着は Poisson process であるとし，到着間隔の分布の密度函数を $\lambda e^{-\mu t}$ とする．又サーヴィス時間の分布の密度函数を $\mu e^{-\mu t}$ とする．更に顧客の到着とサーヴィスとは独立，又異なる顧客のサーヴィス時間の間も独立とする．サーヴィスは，到着順に与えられるとする．

このシステムを表現する為に，次の様に states を定義する．

臨時窓口のない場合：$0, 1, \cdots, M$（システムに滞在中の人数）.

臨時窓口のある場合：$0^*, 1^*, \cdots, M^*, (M+1)^*, \cdots\cdots$（星印をつけた整数は，臨時窓口の顧客を除いてシステムに滞在中の人数）.

ここでは所題のシステムについて，その待合せの数の分布を定める事を問題とする．即ち，次の確率分布を求めんとす．

$$\begin{cases} P_n(t)=P_r & (\text{時刻 } t \text{ に state } n \text{ にあり}) \\ P_{n^*}(t)=P_r & (\text{時刻 } t \text{ に state } n^* \text{ にあり}) \end{cases}$$

仮定に基づき，これらの確率に対しては，次の定差微分方程式が導かれる．

$$\frac{dP_{0^*}(t)}{dt}=\mu P_{1^*}(t)-(\mu+\lambda)P_{0^*}(t),$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt}=\mu P_1(t)-\lambda P_0(t)+\mu P_{0^*}(t),$$

$M-1\geqq n\geqq 1$ に対し，

$$\frac{dP_{n^*}(t)}{dt}=\mu P_{(n+1)^*}(t)+\lambda P_{(n-1)^*}(t) -(2\mu+\lambda)P_{n^*}(t),$$

$M-1\geqq n\geqq 1$ に対し

$$\frac{dP_n(t)}{dt}=\mu P_{n+1}(t)+\lambda P_{n-1}(t)+\mu P_{n^*}(t) -(\mu+\lambda)P_n(t),$$

又

$$\frac{dP_{M^*}(t)}{dt}=2\mu P_{(M+1)^*}(t)+\lambda P_M(t) +\lambda P_{(M-1)^*}(t)-(2\mu+\lambda)P_{M^*}(t),$$

$$\frac{dP_M(t)}{dt}=\mu P_{M^*}(t)+\lambda P_{M-1}(t)-(\mu+\lambda)P_M(t),$$

$n\geqq M+1$ に対し

$$\frac{dP_{n^*}(t)}{dt}=2\mu P_{(n+1)^*}(t)+\lambda P_{(n-1)^*}(t) -(2\mu+\lambda)P_{n^*}(t).$$

この定差微分方程式の解としての確率分布を定める事ができる．そのうち $P_0(t)$, $P_{0^*}(t)$, $P_{M-1}(t)$, $P_{(M-1)^*}(t)$, $P_M(t)$, $P_{M^*}(t)$ はそのラプラス変換を定める事ができ，又これらの確率が分った場合他の確率も定められる．即ち待合せ数の確率分布の generating function を，$P_0(t)$, $P_{0^*}(t)$, $P_{M-1}(t)$, $P_{(M-1)^*}(t)$, $P_M(t)$, $P_{M^*}(t)$ を含む形で与える事ができる．

マルコフ過程の研究

加 地 紀 臣 男

1) マルコフ過程と古典的解析学との関連について，特に Dynkin の "Markov processes" (Springer 1965) を中心に研究した．拡散過程の path の漸近的な行動は，対応する微分方程式の非負な調和函数解の特性と大いに関連がある．今後，その関連を追究してみたい．

2) 一般の情報理論の立場からマルコフ過程を眺めるとどうなるだろうか？ マルコフ連鎖のエントロピーについては既に Khinchin が "The entropy concept in probability theory" に於て研究しているが，それを更に一般化して，マルコフ過程の最適制御（ポントリャーギンの最大値原理）の問題を加味しつつ研究してゆきたい．又，未完成の情報理論の領域に対して，マルコフ過程からの寄与し得るヒントを探ってみたい．

物理現象のシュミレーション，他

志 村 利 雄

1. 物理現象のシュミレーション

高エネルギー粒子（電子，光子）が物質と相互作用して起きる現象における，粒子の分布状況を解明するために，すでに個々の現象について得られている結果をもとに，シュミレーションを行なうことにした．

まず Bremsstrahlung については，ベーテ・ハイトラによる

$$p_1(E,\varepsilon)=\frac{C}{\varepsilon}\left\{[1+(1-\varepsilon)^2]\cdot\left[\frac{1}{4}f_1(\delta)-\frac{1}{3}\log Z\right] -\frac{2}{3}(1-\varepsilon)\left[\frac{1}{4}f_2(\delta)-\frac{1}{3}\log Z\right]\right\}$$

の式で，エネルギー E をもつった電子が単位長さ走るときにエネルギー εE の光子を1ケ放射する differential cross-section とし，pair production については

$$p_2(E,\varepsilon)=C'\left\{[\varepsilon^2-(1-\varepsilon^2)]\cdot\left[\frac{1}{4}f_1(\delta)-\frac{1}{3}\log Z\right] +\frac{2}{3}\varepsilon(1-\varepsilon)\left[\frac{1}{4}f_2(\delta)-\frac{1}{3}\log Z\right]\right\}$$

の式で，エネルギー E の光子が単位長さ走るときに一方の光子のエネルギーが εE である2ケの正負の電子を生む differential cross-section をあらわすことにする．ここで Z は，粒子が通過する物質の原子番号，$\delta=\delta(\varepsilon,E)$ は通過する物質にも又相互作用の種類に

も依存する．f_1, f_2 はいずれも δ の二次関数で C, C' は定数である．

われわれは，上の p_1, p_2 をもとに Butcher and Messel* と同じ方法でシュミレーションしやすいように変形し，シュミレーションを行なうことにした．

2. 内航船舶輸送統計

内航船舶輸送統計のうち，小型船（50トン以上 500トン未満のもの）による輸送量のサンプリング調査の調査精度を如何にしたら向上できるかについて調査研究し，来年度実施予定の母集団調査とあわせて，今後の調査精度の向上に役立たせることにした．

* J. C. Butcher and H. Messel
ELECTRON NUMBER DISTRIBUTION IN ELECTRON-PHOTON SHOWERS IN AIR AND ALUMINIUM ABSORBERS

Concentration curve の truncation と乱数の測度

田　口　時　夫

1）有限個の観測値系列

$$x_1, x_2, \cdots, x_N$$

に対する mean difference

$$\Delta=\frac{N}{N(N-1)}\sum_{i\neq j}\sum|x_i-x_j|$$

と mean deviation

$$\delta=\frac{1}{N}\sum_{i=1}|x_i-\mu|$$

の間に成立する不等式

$$\frac{N}{N-1}\leq\frac{\Delta}{\delta}\leq 2 \qquad \text{(G. J. Glasser}^{(1)}\text{)}$$

は concentration curve の極めて単純な幾何学的性質からより一般的且厳密に

$$\frac{N}{N-1}\leq\frac{\Delta}{\delta}\leq\frac{N}{N-1}\left(2-\frac{\delta}{2\mu}\right) \qquad (N \text{ 有限の場合})$$

$$1\leq\frac{\Delta}{\delta}\leq 2-\frac{\delta}{2\mu} \qquad (N \text{ 無限の場合})$$

とすることが出来る．即

（i）$\Lambda(X)$ が微分可能である場合 Fig. 1 に於て

$$\mathrm{OP}\,/\!/\,\mathrm{QR},\ 4\mu A=\Delta,\ 2\mu l=\delta$$

$$\triangle\mathrm{OSP}\leq A\leq \angle\!\!\triangle\mathrm{OQRP}$$

によって得られる．

（ii）可附番個の不連続点をもつ場合も同様な関係が成立つ．

（論文：日本統計学会 会報 1965 年度に 発表，次回 A.I.S.M. に発表予定）

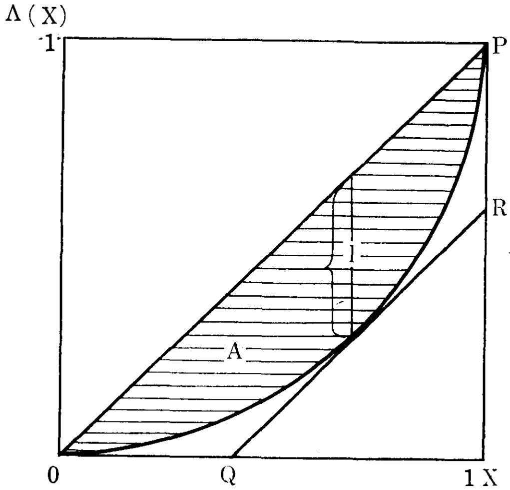


Fig. 1.

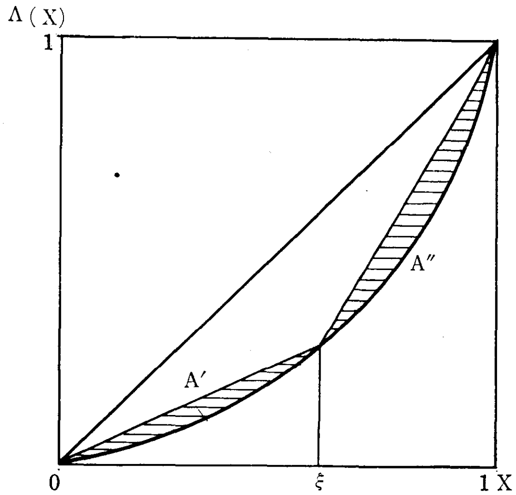


Fig. 2.

2）$\Lambda(X)$ の微分可能性を仮定すると $\Lambda(X)$ の $X=\xi$ における truncation の性質は $0\leq X\leq\xi$ 部分の Lorenz curve $\Lambda_\xi(X)$ につき，グラフ 3 から明に

$$\Lambda(\xi)\Lambda_\xi(X)=\Lambda(\xi X)$$

又その mean value $\mu(\xi)$ 及び concentration ratio (Gini 係数) $G(\xi)$ はそれぞれ

$$\frac{\mu(\xi)}{\mu}=\frac{\Lambda(\xi)}{\xi}$$

$$G(\xi)=1-2\frac{\int_0^\xi \Lambda(X)dx}{\xi\Lambda(\xi)}$$

である．今 $G(\xi)=k$ （一定） $0\leqq k<1$ とすれば，

$$\Lambda(\xi)=\xi^{(1+k)/(1-k)}$$

即ち，

◎ 以上の仮定のもとで $\Lambda(X)$ はパレート曲線であり，逆も成立つ．

もし truncation の $\xi\leqq 1\leqq 1$ 部分を考えれば

◎ $\Lambda(X)$ がパレート法則 $1-Y=(1-X)^k$ に従ふ必充条件になる．これ等は Bhattacharya, N.(2) の証明を簡単にしている．

（論文：次回 A.I.S.M. に掲載予定）

3） 観測値系列

$$x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_N$$

につき相対的出現順位 $\dfrac{n}{N}$ と x の相対的累積

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i}$$

との間にローレンツカーブ $\Lambda_{xx}(X)$ に類似したカーブ $\Lambda_{xy}(X)$ が想定出来るが，$\Lambda_{xy}(X)$ の集中指数様の系数については均等線との間の area に方向を入れるか否かにより二種 $G_{xy}(X)$，G'_{xy} の系数が予想される（Fig. 3 参照）．

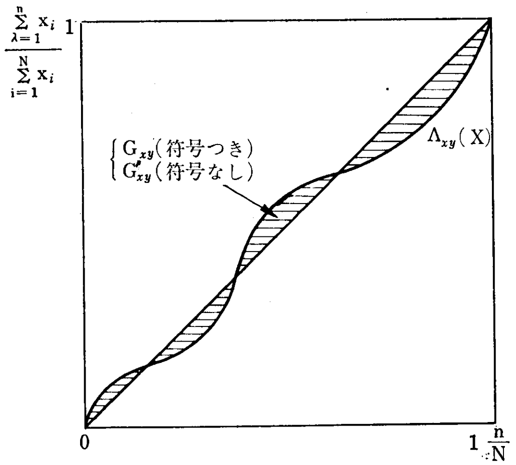


Fig. 3.

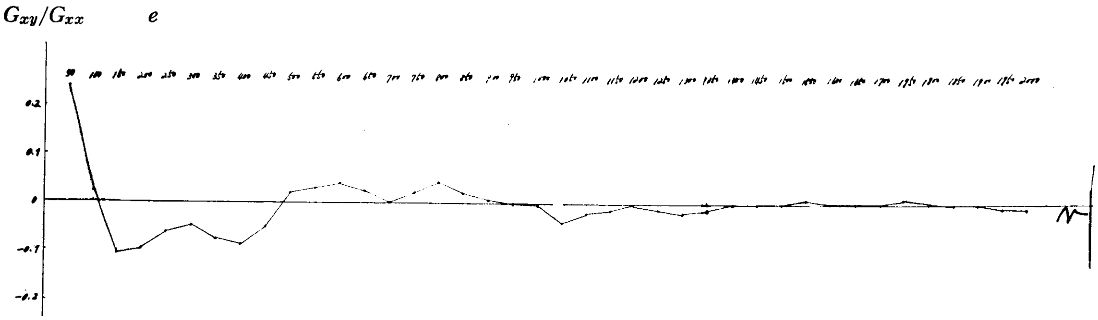
ここに於て

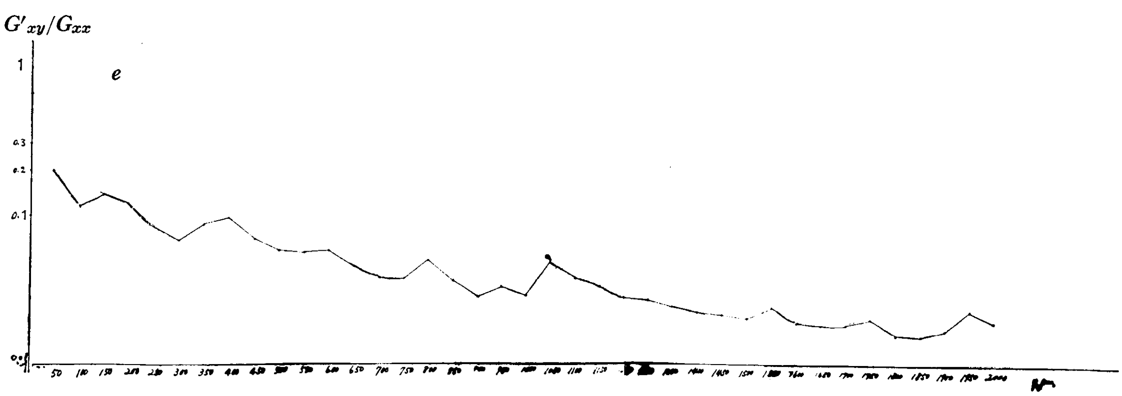
$$-1\leqq\frac{G_{xy}}{G_{xx}}\leqq 1,\qquad 0\leqq\frac{G'_{xy}}{G_{xx}}\leqq 1$$

又系列がランダムである必要条件として

$$\left|\frac{G_{xy}}{G_{xx}}\right|<\varepsilon_1,\qquad \frac{G'_{xy}}{G_{xx}}<\varepsilon_2,\qquad N\to\infty$$

の成立が予想されるので，これを e, Π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ 等の小数列につき N に対する変化を算出し吟味した．（附のグラフ参照）





これは殆んど高橋耕貴君の協力によるものである.(論文：前年度研究発表会アブストラクト(6)発表，今年度彙報 A.I.S.M. に発表予定)

〔結　論〕

以上はごく代表的な二,三の事例であり，今後更に精密且広汎な検討を加える予定である。猶外部のと協力研究については省略する.

参 考 文 献

(1) G. J. Glasser, ***Relationships between the mean difference and other measures of variation***, "metron", vol. XXI, n. 1-4, 1961.

(2) Bhattacharya, N., ***A property of the Pareto distribution*** "Sankhya", series B, vol. 25, 1963.

(3) 田口時夫，ローレンツカーブの発展，日本統計学会会報 1965 年度

(4) N. C. Metropolis, G. Reitwiesner & J. von Neumann: ***Statistical treatment of first 2,000 decimal places of e and π calculated on the ENIAC***, "MTAC", 4 (1950), pp. 109～111.

(5) 高橋耕貴，渋谷政昭，$\sqrt{n}$ の小数展開の統計，情報処理，vol. 6, No. 4.

(6) 昭和 39 年度研究発表会 アブストラクト，統計数理研究所彙報，第 13 巻，第 1 号，No. 23，1965 年 8 月附.
系列の無作為の無作為（e の小数展開）

季節調整についての一つの試み

石 田 正 次

今まで考えられてきた経済時系列の季節変動の調整法においては，すべて Mitchell の経済時系列の構造モデルをリゴラスな函数関係の中に求め，その函数の型に準じた計算手段を作り上げるという行き方がとられてきた．ここではその出発が非常に観念的なものでありながら，以後の処理は本来の経済目的とはほとんど無関係な極端に狭い数式上の制約の中で行なわざるを得ない．従って処理方法の数学的妥当性を重視すれば現実の時系列の姿とモデルとの距離は遠ざかり，またその距離を近づけようとして複雑なモデルを考えれば妥当性のある処理方法はみつからないという破目に陥る．Mitchell の経済時系列に対する見方は非常に意味のあるものであることは疑う余地がないとしても，これを単純に数式化するということがそもそも無理といわざるを得ない.

そこで次に経済時系列の季節調整の問題を Mitchell の考えに立ちもどって，ごく観念的な立場から考えてみた.

この調整法の特徴は

(1) アプリオリにモデルを与えないで計算によって一番都合のよさそうなものをさがすこと
(2) 移動平均の代りに，各要素に課せられた条件を利用した曲線のあてはめを用いることによって移動平均の持つ難点をさける
(3) 逐次近似の効果を評価し，意味のない計算をさけること

である.

第三研究部の研究概要，その他

青 山 博 次 郎

第 1 研究室では動的最適化の諸問題について研究をすすめ，Markovian decision structure における最適政策の研究を行なった．また第 2 研究室では最適層別の研究，自動制御系の安定性の研究を進めると共に，ひき続き他機関との共同研究として青少年の身体的・心理的・社会的成熟に関する調査研究，国鉄荷物輸送に関する市場調査が行なわれた．計算機関係では数値計算における誤差評価，プログラミングの研究が行なわれたが，渋谷政昭は昭和 40 年 8 月より カナダの西オンタリオ大学に出張中である.

指導普及室では一般的外部への指導の外に，大学における数学教育と統計教育の実状と諸外国との比較研究，研究・開発に関する統計的研究が行なわれ，また法曹人口問題に関する統計的研究が継続されている.

われわれの研究室としては引きつづき住宅建設費の最適配分計画についての計算の精密化と，混合型の場合の計算についての研究をすすめ，また数量化法における標本誤差の問題について，理論的の面と，電子計算機による モンテカルロ法の 面とから 研究を 行なった．また国民性の研究について第 2 研究部と協力し，さらに参議院選挙に於ては選挙報道の機械化の研究を推進すると共に，因子分析に関する研究を継続した.

分類問題における数量化の最適な数値計算について

駒　沢　　勉

数量化理論に現われる計算で大きなウエイトを占めるものは，

$$Ax=\lambda Bx$$

(A, B は行列, $\mathfrak{X}$ はベクトル, λ はスカラー)

なる固有方程式の解法である.

上式を解く数値計算法として Gauss-Seidel 法に類する幾つかの反復法が発表されているが，ここでは数量化の計算とし適している $A\mathfrak{X}=\lambda B\mathfrak{X}$ タイプに関連した固有値及び固有ベクトルの解法について研究してきた結果をのべる.

又，計算する道具として電子計算機を使用する上でも最適な解法であることを目的としている.

解法は

(1) B の逆行列 B^{-1} の計算

(2) $B^{-1}A$ なる行列の掛算

(3) $T\mathfrak{X}=\lambda\mathfrak{X}$ なる固有方程式から λ を求める（ただし $T=B^{-1}A$)

(4) $(T-\lambda_i E)\mathfrak{X}=0$ なる連立一次方程式より $\mathfrak{X}$ を求める.

以上の4つの計算処理にり問題に必要な固有値 λ_i, 固有ベクトル $\mathfrak{X}$ を求める.

計算法としては (1) と (4) は消去法, (3) はヤコビ法を改良した回転法が今日までの経験から適したものと言えよう.

理由としては

(i) 消去法は単純な演算の繰返しであることと繰返し回数が定まっていること．また，分類問題の数量化では性質の悪い行列が非常に少ないこと.

(ii) 回転法は同時に全根が求められること.

この結果，分類問題を取り扱っている際，分類のタイプの個数が S 個であれば解 λ_i は $1\geqq\lambda_i>0$ $(i=1, \cdots, S-1)$ 他は0根であるから，この段階で精度上，計算ミス，データー・エラーなどの点が検討でき有益である.

(追) また，本年度は共同研究として住宅公団の住宅の屋内，屋外の損耗度調査，保繕伝票の試作に関する研究を行なってきた.

最適層別について

多 賀 保 志

いままでの最適層別の議論は，確率変数 X の密度関数 $f(x)$ が与えられたとき，X の変域 $R^{(1)}$を l ケの区間 $\{(x_{i-1}, x_i), 1\leqq i\leqq l\}$ に分割して l ケの層をつくり (l は固定しておく)，定められた総サンプル数 n を各層に配分して（配分の方法も1つきめておく)，X の平均 μ を $\bar{X}=\sum_{i=1}^{l} w_i\bar{X}_i$ (w_i は i 層のウエイト，$\bar{X}_i$ は i 層のサンプル平均）で推定したときの分散

$$\sigma_{\bar{X}}^2=\sum_{i=1}^{l}\frac{w_i^2\sigma_i^2}{n_i}$$

を最小ならしめる分点 $\{x_i, 1\leqq i\leqq l-1\}$ を求めることに力点がおかれてきた．しかし，実際の層別を行なうにあたっては，X とかなり相関の高い（と思われる）別の標識 X' によって層別を行なわざるをえないのであるから，そのような立場から考察しなおさなければあまり実際的とはいえない.

ここでは，主変量 Y の平均 μ_0 を層別推定するに際して，Y と相関の高い補助変量 $\boldsymbol{X}=(X_1, \cdots, X_p)$ をもちいて層別を行い，サンプル数 n を各層に比例配分した場合を考え，Y から $\boldsymbol{X}$ への回帰関数を $\varphi(\boldsymbol{x})$ とすれば，

$$\sigma_{\bar{Y}}^2(\mathrm{prop})=\frac{1}{n}\left\{\sigma_0^2(1-\eta_{0\cdot1\cdots p}^2)+\sum_{i=1}^{l}\int_{R'_i}(\varphi(\boldsymbol{x})-\mu_0(i))^2\,dG(\boldsymbol{x})\right\}$$

ただし，$\sigma_0^2=E(Y-\mu_0)^2$, $\eta_{0\cdot1\cdots p}^2$ は重相関比，$G(\boldsymbol{x})$ は $\boldsymbol{X}$ の周辺分布関数，$\mu_0(i)$ は i 層における Y の平均とする

とかける．これより $Z=\varphi(\boldsymbol{X})$ の分布関数を $H(z)$ とすれば，上の式の右辺第2項は,

$$\sum_{i=1}^{l}\int_{-\infty}^{\infty}(z-\mu_0(i))^2dH_i(z)$$

$$\text{ただし，}\sum_{i=1}^{l}H_i(z)=H(z)$$

となるから，補助変量 $\boldsymbol{X}$ による主変量 Y の最適層別は，分布関数 $H(z)$ の最適分割 $\{H_i^*(z)\}$ を求める問題に帰着される．さらにこの問題を追及すると，最適分割 $\{H_i^*(z)\}$ は特殊の場合を除いて，区間分割 $\{I_i^*, 1\leqq i\leqq l\}$ によって実現され，それより $\boldsymbol{X}$ の変域 $R^{(p)}$ の最適分割 $\{R_i^*, 1\leqq i\leqq l\}$，ただし,

$$R_i^*=\{\boldsymbol{x};\ \varphi(\boldsymbol{x})\in I_i^*\}$$

がえられる.

さらに，回帰関数 $\varphi(\boldsymbol{x})$ を別のサンプルで予め推定した場合についても考察を行い，そのような推定を行う場合の最適計画についてもふれておく.

Epidemic の中心課題

崎 野 滋 樹

1964年 Bartlett が始めて，現在のエピデミックの確率モデルを発表し，その後 Bailey, Kendall, Whittle 等によってモデルの極限等の解析的性質が明らか

にされたが併し，エピデミックの基本方程式の解は未だ明らかにされていない．以下に於て基本方程式の解の導方きを与えよう．

いま，時刻 $t=0$ で大きさ n の集団に a 人の病人が混ったとする．時刻 t で，r 人の感受性者数，s 人の病人数がいたとし，その確率を $P_{rs}(t)$ で示すことにしよう．ここで，定義域 $0\leq r\leq n$, $0\leq s\leq n+a$, $0\leq r+s\leq n+a$ の外では，$P_{rs}(t)$ は恒等的に 0 であるとする．そのとき，$P_{rs}(t)$ につて階差微分方程式

$$\left.\begin{aligned}\frac{dP_{rs}}{dt}&=(r+1)(s-1)P_{r+1,s-1}-s(r+\rho)P_{rs}\\&\quad+\rho(s+1)P_{r,s+1}\\\frac{dP_{na}}{dt}&=-a(n+\rho)P_{na}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

を導くことができる．但し，ρ は相対回復率を示す．

いま，$P_{rs}(t)$ のラプラス変換を $q_{rs}(\lambda)$,

$$q_{rs}(\lambda)=\frac{n!\,\rho^{n+a-r-s}}{r!\,s}f_{rs}\qquad(2)$$

とおくと，

$$\left.\begin{aligned}f_{rs}&=\sum_{i=s-1}^{n+a-r-1}\prod_{j=s-1}^{i}\frac{(j+1)}{\{\lambda+(j+1)(r+\rho)\}}f_{r+1,i}\qquad\text{for } s\geqq 2\\&\text{且つ}\\f_{r1}&=\frac{f_{r2}}{\lambda+r+\rho}\qquad\text{for } s=1\end{aligned}\right\}\quad(3)$$

を導くことができる．

(2), (3) 式並に逆ラプラス変換によって，エピデミックの基本方程式の解を導くことができる．

粒子系の輸送モデル

今 井 晴 男

三次元空間の凸領域 D にある均質な媒質中を粒子が互いに統計的に独立に運動する．粒子が消滅すると，確率 $P(\kappa)$ で k 個の粒子が生れる．D の境界に達すると再び D には戻らない．

D の点 x に，速度 v (エネルギー E, 方向 e, $v=V\cdot e$) の1個の粒子を与えるとき，t 時間後の D 内の粒子数の分布 $f_\kappa(t,x,v)$ ($\kappa=0,1,2,\cdots$) の generating function $G(t,x,v;z)$ は，つぎの非線形方程式で与えられる．

$$\tau=\min\{t\,|\,\gamma(t)\notin D\},$$

$$G(t,x,v;z)=z\cdot F(t,x,v)\chi_D(\gamma(t))+\chi_D^C F(\tau,x,v)$$

$$+\int_0^t dSQ(x,\gamma(t-s),v)\cdot F(t-s,x,v)\cdot\chi_D(\gamma(s))$$

$$\cdot\sum_{k=1}^{\infty}P(\kappa)\left\{\int w(v,v')G(s,\gamma(t-s),v';z)dv'\right\}^k\qquad(1)$$

ここに，$\gamma(t)=x+tv$; χ_D は D の定義函数，$w(v,v')$ は，速度 v の粒子から生れた粒子の速度 v'' が $v'<v''\leq v'+dv'$ (各成分が) をみたす確率が $w(v,v')dv'$ となるような分裂粒子の速度分布の密度，$Q(\gamma(t))$ は粒子が $\gamma(t)$ にあるとき，単位時間に消滅する確率で，$\gamma(t)$ が D の外にあるとき 0 である．$F(t,x,v)$ は，粒子が時刻 t まで生き残る確率で，Q からきまる．これらの函数に適当な仮定をおいて，$x\in D$, $0\leq t<\infty$ で，(1) の $|z|<1$ で z について analytic な解について調べる．

Markovian decision structure における optimal policy について，他

渡 辺 浩

A) 標記テーマにつき，

$S=\{s_1,s_2,\cdots,s_\sigma\}$: finite set, (state space)

$D=\{d_1,d_2,\cdots,d_\delta\}$: 〃 (decision set)

$D\ni d_k\to P=P(k)=(p_{ij}(k))$

$\sigma\times\sigma$ の transition probability matrix,

Y_t, $t=0,1,\cdots$ は S の element の列，

(observed state)

Δt, 〃 D の 〃

(chosen decision)

$$\mathfrak{C}=\left\{\begin{pmatrix}Y_0,Y_1,\cdots,Y_n\\\Delta_1,\cdots,\Delta_n\end{pmatrix}:\ \begin{matrix}Y_t\in S,\ \Delta_t\in D,\ t=0,\\\cdots,n,\ n=1,2,\cdots\end{matrix}\right\}$$

(extended state space)

R: $\begin{pmatrix}Y_0,Y_1,\cdots,Y_n\\\Delta_1,\cdots,\Delta_n\end{pmatrix}\in\mathfrak{C}$ に対し

$$D_k\begin{pmatrix}Y_0,Y_1,\cdots,Y_n\\\Delta_1,\cdots,\Delta_n\end{pmatrix}\geqq 0,\qquad k=1,2,\cdots,\delta$$

$$\sum_{k=1}^{\delta}D_k\begin{pmatrix}Y_0,Y_1,\cdots,Y_n\\\Delta_1,\cdots,\Delta_n\end{pmatrix}=1$$

を対応させる函数 (decision rule)

C : 上のような R の全体

(class of all decision rules)

C': $R\in C$ で

$$D_k\begin{pmatrix}Y_0,Y_1,\cdots,s_i\\\Delta_1,\cdots,\Delta_n\end{pmatrix}=D_{ik}$$

$$\forall\begin{pmatrix}Y_0,Y_1,\cdots,s_i\\\Delta_1,\cdots,\Delta_n\end{pmatrix}\in\mathfrak{C}$$

なるような R の全体
(class of all Markovian decision rules)

C'': $R \in C'$ で $(D_{i1}, \cdots, D_{i\delta})$ が $\forall i$ に対して各ある単位ベクトルであるようなものの全体
(class of all pure Markovian decision rules)

とおく．Y_0 の分布は任意とし，$R \in C$ を一つ選んだとき，

$$\begin{pmatrix} Y_0, Y_1, \cdots, s_i \\ \Delta_1, \cdots, \Delta_n \end{pmatrix} \in \mathfrak{C} \text{ から } \begin{pmatrix} Y_0, Y_1, \cdots, s_i, s_j \\ \Delta_1, \cdots, \Delta_n, d_k \end{pmatrix} \in \mathfrak{C}$$

への transition probt が

$$p_{ij}(k) D_k \begin{pmatrix} Y_0, Y_1, \cdots, s_i \\ \Delta_1, \cdots, \Delta_n \end{pmatrix}$$

と定まるとすれば，$\mathfrak{C}$ 上の Markov chain が def. される．時刻 n における immediate payoff を Y_n と Δ_{n+1} に dep. させた時の immediate payoff の期待値の時間に関する Cesaro 平均の極値を与える $R \in C$ は，実は C'' の中から選べる事を C. Derman は示した (1962～64).

ここでは C. Derman の方法によらないで，space $\mathfrak{C}$ 上の chain に関する recursive な principle を直接に検討する事により，上の問題を扱う．

B) Howard の政策反復法の computer program

(能城)

法曹人口について

内　田　良　男

昭和24年に司法修習生制度が施行され，爾後は法曹人となるためには司法研修所を経なければならなくなった．この制度に関連して昭和29年に法曹人口の調査を行ない法曹人口問題について論じた．(「法曹人口—I」統数研彙報第3巻第1号；「法曹人口問題に関する研究」司法研修所調査叢書第1号；ほか)

そこでは裁判官・検察官・弁護士（以上の三職を法曹人（狭義）と総称した）および潜在法曹人の四群を基礎にして法曹人（広義）の人口構造模型を設定し，人口の流出入の実状を把握し，法曹人の将来人口の推算を試みた．

今回の目的は，約10年の実績をもって，将来人口の精確な推算を行なうための方法と前回よりさらに詳細な推算を行なうための方法について検討することである．

後者の問題は，前回は法曹人（狭義）の将来人口の推算を行ったが，今回は三職個別に年令別人口を推算することである．このためにも前回の推算方法のもつ推算誤差の原因を究明することが必要である．検討すべき主なる点はつぎのとおりである．

(1) 任職群（司法修習生が修業して法曹人となることを任職とよんだ）の人口の絶対数の，現実と設定（計算のために仮定した）のズレによってどの程度の誤差を生じたか

(2) 任職群の年令構成の，現実と設定のズレによってどの程度の誤差を生じたか

(3) 法曹人の死亡率が，現実と設定のズレによってどの程度の誤差を生じたか

前回は第八回生命表を用いたが，この国民生命表が法曹人の生命表とかなりな相違があることは明らかである．今回は約15年の資料より法曹人生命表を求め，これを推算に適用することを試みる．

昭和40年度養成所事業報告，その他

西　平　重　喜

講義内容は〔基本科〕確率および統計入門，サンプリングの実際，統計数理概説，推定および検定論，人口統計，統計行政，経済統計総論および経済指数論，経済成長の国民所得，計量経済学．〔研究科前期〕行列・行列式と線型空間，多次元解析法，ゲームと決定，推定論・検定論およびその適用，逐次決定理論，決定過程論．〔夏期講座〕統計入門——基礎概念，統計推論，標本調査法．〔研究科後期（A)〕確率過程入門——確率過程の基礎，再生過程と酔歩破産問題，マルコフ過程，定常過程における線型予測．〔研究科後期（B)〕数量化の考え方とその方法——数量化の基礎になる考え方，数量化の基礎知識としての多次元解析，数量化の方法（その1，その2），数量化の計算法（主として電子計算機による），数量化の応用例．〔冬期講座〕経済統計——統計資料（その1，その2），計量経済分析の理論，経済分析のための統計，計量経済分析の実例，統計資料と情報検索．

又その受講者数は次表の通りである．

基本科	研究科前期	研究科後期		夏期講座	冬期講座
		A	B		
158	74	147	108	130	37